TOME 11. N° 7. JUILLET 1950.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES

AVANT-PROPOS

Les lames minces solides étaient, avant la guerre, utilisées dans un certain nombre d'appareils ou de techniques. Ces usages restaient toutefois assez limités et les recherches, consacrées à ces lames, avaient un caractère presque strictement spéculatif (détermination de leurs propriétés optiques et électriques, de leurs constantes optiques, etc.).

Il y a une douzaine d'années, les premières réalisations de couches très minces « antireflets », augmentant considérablement la clarté des instruments d'optique, ont attiré l'attention des techniciens. Il en est résulté un grand nombre de recherches ayant un caractère pratique fortement accentué.

Les résultats obtenus dans ces dernières années sont très importants, aussi bien dans le domaine théorique que dans le domaine expérimental. De nombreuses applications ont été mises au point : lames antireflets, lames à facteur de réflexion élevé, filtres interférentiels, miroirs « protégés » à grand facteur de réflexion, polariseurs, interféromètres de Perot-Fabry à grande transparence et haut pouvoir de résolution, etc.

Les besoins nés de la guerre ont, d'autre part, provoqué la mise au point de remarquables techniques restées jusqu'ici plus ou moins secrètes. Le moment était donc venu de confronter les résultats obtenus dans les divers pays et de tracer le plan des futures recherches à entreprendre.

Tels ont été les buts du Colloque international sur les lames minces solides qui a eu lieu à Marseille, du 19 au 23 avril 1949, sous les auspices du Centre National français de la Recherche scientifique et de la Fondation Rockefeller, dans le laboratoire qui fut celui des Perot, Fabry, Buisson, Houllevigue, Cabannes, etc.

Une trentaine de physiciens français et étrangers ont pris une part active à ces réunion et y ont présenté une quarantaine de communications que l'on trouvera réunies dans ce volume.

La classification de ces dernières a été chose difficile car beaucoup ne se rapportent pas à un seul sujet de recherches. Nous avons tout d'abord rassemblé celles qui sont essentiellement consacrées à des recherches théoriques, puis celles qui traitent de la préparation des lames. Un troisième groupe réunit les papiers relatifs aux propriétés optiques et un quatrième ceux qui traitent plus spécialement des applications. Enfin, une mise au point bibliographique englobant la plupart des articles publiés à ce jour sur ces questions, est jointe au volume. Nous espérons qu'elle pourra rendre quelques services aux chercheurs abordant pour la première fois l'étude de ces questions.

L'intérêt de ce volume n'échappera certainement pas aux spécialistes. Les travaux des chercheurs français y occupent une place importante à côté de ceux des grands spécialistes étrangers. Ils montrent que notre pays, après l'éclipse due à la guerre, reprend peu à peu une place honorable dans le domaine de l'Optique où il a toujours excellé.

Le Centre National de la Recherche scientifique, dont l'aide financière jointe à celle de la fondation Rockefeller a permis l'organisation matérielle de ce Colloque, a bien voulu encore nous accorder son appui pour en publier les résultats. Nous tenons à lui exprimer ici nos bien vifs remerciements.

P. ROUARD.

LISTE DES PARTICIPANTS

INVITÉS ÉTRANGERS.

Amérique.

BILLINGS (Dr B. H.), Director of Research Baird associates Inc. 33, University Road Cambridge, 38, Mass.

SCOTT (Mr N. W.), Radiation Branch Engineer Research and Development laboratory, Fort Belvoir, Virginia.

STRONG (Prof. J.), Department of Physics, The John Hopkins University, 18, Baltimore (Maryland).

TURNER (Dr A. F.), Scientific Bureau, Bausch et Lomb Optical Co., Rochester, 2, N. Y.

Grande-Bretagne.

GREENLAND (Dr K. M.), British Scientific instrument research association, Chislehurst, Kent.

HEAVENS (Dr O. S.), The University Reading, Berks.

KUHN (Dr H.), The Clarendon Laboratory, Parks Road, Oxford.

TOLANSKY (Prof. S.), Royal Holloway College (University of London), Englefield Green, Surrey.

Hollande.

BLAISSE (Dr B. S.), 252, Caanvannecklaan, Rijswijk.

VAN ALPHEN (Dr P.), Gallileistraat, 19, Einvhoven.

Italie.

BALLERINI (Dr L.), Officine Galileo, Firenze,

SCANDONE (Prof. F.), Office Galileo, Firenze.

Suisse.

SCHAETTI (Dr), École Polytechnique, 41, Gloriastrasse, Zurich.

Tchécoslovaquie.

VAŠIČEK (Prof. Dr A.), École Polytechnique dr. F. Benès, 95, rue Veveři, Brno.

INVITÉS FRANCAIS.

MM.

ABELÈS, Attaché de Recherches, Institut d'Optique, 3, boulevard Pasteur, Paris (15e).

ARNULF, Professeur à l'Institut d'Optique de Paris.

COTTON (Pierre), Assistant à la Faculté des Sciences de Marseille.

DOURNAUD, Institut d'Optique de Paris.

DUFOUR, Compagnie des Compteurs, 12, Place des États-Unis, Montrouge (Seine).

JACQUINOT, Maître de conférences, Faculté des Sciences, 12, rue Cuvier (Laboratoire de Physique), Paris.

MALE, Faculté des Sciences de Marseille.

MM.

MÉRIGOUX, Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.

PERROT, Maître de conférences à la Faculté des Sciences d'Alger.

ROIG, Professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

ROUARD, Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.

SUHNER, Chef de Travaux à la Faculté des Sciences de Nancy.

Mlle

FLAMANT, Institut d'Optique, Paris.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 11, JUILLET 1950, PAGE 307.

I. — RECHERCHES THÉORIQUES SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES

LA THÉORIE GÉNÉRALE DES COUCHES MINCES

Par Florin ABELÈS.

Summary. — On the utility of the concept of optical impedance for the oblique reflection of plane waves. The various ways of, developping the theory of thin films and of stratified media. Relation between the theory of thin films and that of stratified media. Remark on the theory of the layers with slowly varying parameters.

La nécessité d'une étude approfondie des systèmes de couches minces multiples n'est apparue qu'à une date relativement récente. Comme dans beaucoup d'autres domaines de la Physique, ce sont les progrès de la technique qui ont incité les théoriciens à se poser le problème et à essayer de le résoudre. Il est remarquable pourtant de constater l'existence d'un essai isolé qui date d'il y a presque 40 ans. Il est vrai que son auteur est l'un des plus grands noms de la Physique de la fin du siècle passé et du commencement de celui-ci : j'ai voulu nommer Lord Rayleigh. Si son Mémoire de 1912 est passé presque inaperçu des opticiens, c'est probablement parce qu'il posait le problème en termes d'Acoustique.

Je profiterai justement de cette occasion pour attirer votre attention sur l'importance des analogies particulièrement dans le cas qui nous intéresse. Il existe un grand nombre de problèmes qui se résolvent de la même façon que celui des couches minces : ils vont de la Mécanique et l'Optique géométrique jusqu'aux rayons X dans les cristaux. On en trouvera un bref exposé dans ma thèse. Ils ont tous ceci en commun d'être des problèmes de propagation d'onde à une dimension.

Dans tous les cas où l'on envisage une superposition de milieux homogènes, il est utile d'introduire la notion d'impédance, ainsi que l'a montré Schelkunoff dans un important Mémoire [1]. Les ingénieurs et les physiciens parlent déjà couramment d'impédances électriques, mécaniques et acoustiques. Il est à souhaiter que les opticiens qui s'occupent de réfraction et réflexion d'ondes planes adoptent aussi cette notion. M. Blaisse l'a déjà introduite dans l'étude des couches minces en incidence normale et il vous en parlera tout à l'heure. Quant à moi, je me bornerai à vous faire remarquer qu'elle peut être très utile aussi dans le cas de l'incidence oblique. Voici un exemple très simple : la réfraction à la surface plane de séparation de deux milieux transparent, homogènes et isotropes. Les formules de Fresnel donnant le coefficient de réflexion s'écriront, en introduisant les impédances Z_0 et Z_1 des ondes dans les deux milieux

$$r = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0},$$

aussi bien pour une onde polarisée dans le plan d'incidence (onde 1) que pour une onde polarisée normalement à celui-ci (onde 2). Dans le cas d'une onde polarisée dans le plan d'incidence, $Z_i = \frac{1}{n_i \cos \varphi_i}$; tandis que pour une onde polarisée perpendiculairement à celui-ci, $Z_i = \frac{\cos \varphi_i}{n_i}$, n_i et φ_i étant respectivement l'indice de réfraction et l'angle d'incidence dans chaque milieu. En particulier, pour l'onde 2 et l'incidence brewstérienne, $Z_0 = Z_1$. Si l'on étudie une ou plusieurs couches minces transparentes ou absorbantes limitées par les milieux 0 et 1, et si l'onde incidente est une onde 2, l'incidence brewstérienne relative aux milieux extrêmes sera de nouveau une incidence intéressante justement parce que, si $n_0 < n_1$, $Z_0 > Z_1$ tant que $\varphi_0 < \varphi_B$, et $Z_0 < Z_1$ dès que $\varphi_0 > \varphi_B$ [1]. Supposons, pour préciser les idées, que le milieu 0 soit l'air et le milieu 1 du verre. On sait que les facteurs de reflexion des couches minces absorbantes ne sont pas les mêmes lorsqu'on envisage la réflexion côté air ou côté verre en incidence normale. La raison en est que $Z_0 \neq Z_1$. Pour l'onde 2 et pour une incidence $\varphi_0 = \varphi_B$, $Z_0 = Z_1$ et, dans ce cas, on

[1] φ_B est l'incidence brewstérienne, pour laquelle $Z_0 = Z_1$.

prévoit immédiatement que les deux facteurs de réflexion sont égaux.

Voici maintenant une autre conclusion que l'on peut tirer rapidement de la considération des impédances. Pour l'onde 2 et $\varphi_0 > \varphi_B$, tout se passera comme si l'air était plus réfringent que le verre, car $Z_0 < Z_1$. Or un phénomène caractéristique de certaines couches métalliques très minces consiste en ce qu'elles peuvent abaisser le facteur de réflexion du verre pour la réflexion côté verre sous incidence normale. Sous incidence oblique, pour $\varphi_0 > \varphi_B$ et l'onde 2 les mêmes couches abaisseront le facteur de réflexion du verre pour la réflexion côté air.

On pourrait multiplier encore les exemples et remarquer, entre autres, que si, pour beaucoup de métaux en couches minces, le facteur de réflexion côté air en incidence normale est constamment supérieur à celui mesuré côté verre, pour ces mêmes métaux l'inégalité pourra être renversée dès que $\varphi_0 > \varphi_B$, tout au moins pour l'onde 2. Naturellement, il faudrait faire les calculs exacts pour savoir jusqu'à quel point ces résultats sont modifiés par le fait que l'onde traverse obliquement la ou les couches minces, mais dans beaucoup de cas ces résultats sont exacts.

Avant de terminer ces quelques observations relatives aux impédances, je me permettrai de vous faire remarquer encore un fait curieux. Dans le cas le plus général des milieux stratifiés isotropes absolument quelconque (c'est-à-dire dont les paramètres peuvent être des fonctions continues ou discontinues d'une coordonnée), le coefficient de réflexion r_s se présente encore sous la même forme que pour deux milieux homogènes au contact. D'une façon plus précise on a

$$r_s = \frac{A - B}{A + B},$$

où A et B sont des fonctions des diverses quantités qui caractérisent à la fois les ondes, les milieux stratifiés et les milieux extrêmes qui sont supposés être homogènes. On pourrait alors, semble-t-il, conclure qu'un empilement de couches minces homogènes est équivalent à une seule couche mince. Ceci n'est pas vrai en général, et l'on peut montrer que l'empilement est toujours équivalent à deux couches minces, et, exceptionnellement à une seule. La raison profonde de ceci est donnée par la théorie des groupes, ainsi que je l'ai montré ailleurs.

Il est certainement inutile d'exposer devant vous les différentes façons dont a été faite la théorie des couches minces, car vous les connaissez pour avoir eu à vous en servir. J'avais pensé en faire une sorte de classification, mais celle-ci m'est apparue par la suite assez artificielle. Toutes les études que je connais ont un point de départ commun : la théorie électromagnétique de la lumière. Cette affirmation est à la fois correcte et incomplète, car ce que l'on fait intervenir le plus souvent ce sont non point les équations de Maxwell, mais les coefficients de réflexion et de transmission au passage de l'onde à travers un plan de discontinuité des paramètres des milieux. Or ces coefficients peuvent être déduits de différentes théories ondulatoires de la lumière. Fresnel les a trouvés le premier à partir de la théorie de l'éther élastique, et c'est pourquoi on leur donne encore souvent son nom. On les retrouve aussi à partir de la théorie électromagnétique et vous comprendrez maintenant pourquoi je vous disais tout à l'heure que mon affirmation était à la fois correcte et incomplète. Pour être complet, il faudrait dire que certaines peuvent être déduites aussi bien d'autres théories ondulatoires de la lumière.

Dans la classification que je pensais faire, j'aurais qualifié certaines théories de géométriques. Celles-ci auraient été caractérisées par un raisonnement récurrent, qui consiste à remplacer les $n + 1$ premières couches par un plan fictif doué de certaines propriétés particulières pour les ondes qui s'y réfléchissent ou le traversent. C'est ce qu'on fait D. Caballero [2], P. Cotton [3], A. Vasicek [4] et moi-même [5]. Je dois dire d'ailleurs que ce que j'ai fait était l'analyse du phénomène, mon raisonnement étant en quelque sorte, par rapport à celui des auteurs que je viens de citer, ce qu'est la Géométrie analytique à la Géométrie ordinaire.

Mais ne nous arrêtons pas là-dessus. Je me permettrai simplement de vous dire quelles sont les façons de présenter les résultats qui me paraissent les plus utiles dans les divers cas. Si l'on veut faire des calculs numériques, les méthodes graphiques préconisées et mises au point par M. Perrot [6] et P. Cotton [3] sont les plus commodes, surtout s'il y a une couche absorbante. Pour obtenir des résultats théoriques, il m'a semblé que le plus commode était de caractériser une couche mince par une matrice $[M]$. Celle-ci s'écrit, quelle que soit la substance de la couche et l'incidence de l'onde

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos\beta & iZ\sin\beta \\ \dfrac{i}{Z}\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix},$$

où Z est l'impédance de l'onde dans la couche et β le déphasage qu'elle subit lorsqu'elle traverse la couche. En d'autres termes, si celle-ci est caractérisée par les paramètres ε et μ et par l'épaisseur d et si φ est l'angle d'incidence (qui peut être complexe) dans la couche, tandis que λ est la longueur de l'onde incidente mesurée dans le vide, on a

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon\mu}\, d\cos\varphi.$$

Le fait remarquable est que le déterminant de $[M]$, $|[M]|$ est égal à l'unité car

$$|[M]| = \cos^2\beta + \sin^2\beta.$$

Un empilement de couches minces sera encore caractérisé par une matrice carrée à quatre éléments, qui est le produit des matrices $[M]$ de chaque couche, prises dans le même ordre que les couches, car un produit de matrices n'est pas commutatif. On voit maintenant que la matrice relative à un système de couches minces a encore un déterminant égal à l'unité. On peut démontrer [7] que ceci signifie que l'énergie de l'onde se conserve.

Dans le cas des milieux stratifiés quelconques, ceux-ci seront encore caractérisés par des matrices carrées à quatre éléments avec des déterminants unité, mais leurs éléments pourront être des fonctions assez compliquées de la coordonnée définissant les plans des stratifications. J'ai pu démontrer, en me servant de cette représentation d'un milieu stratifié, quelques théorèmes généraux [7].

On remarquera que la matrice $[M]$ est celle qui caractérise un quadripôle électrique, celui-ci étant constitué par une ligne de transmission. Dans cette analogie, le champ électrique correspond à la différence de potentiel et le champ magnétique au courant. On pourrait donc songer à réaliser des circuits électriques en haute fréquence et au lieu de faire des calculs sur des couches minces faire uniquement des mesures de différences de potentiel et de phases. Ceci éviterait beaucoup de calculs sur les couches minces, mais je crois que la réalisation pratique de tels quadripôles électriques est un problème très difficile.

Je voudrais maintenant vous dire quelques mots sur le lien qui existe entre les milieux stratifiés quelconques et les empilements de couches minces homogènes. On peut envisager les premiers comme un passage à la limite des derniers. En langage physique, ceci revient à dire que l'on considère un milieu stratifié quelconque comme étant formé d'un très grand nombre de couches homogènes extrêmement minces. Mathématiquement, l'idée est très naturelle aussi, car ceci revient à considérer une intégrale comme limite d'une somme, ce qui est sa définition même. Le seul qui l'ait exprimée jusqu'à présent est, à ma connaissance, Lord Rayleigh, qui, dans le Mémoire déjà cité [8] l'emploie pour retrouver les formules de la couche de passage. Son travail est remarquable par l'habileté dont il fait preuve dans des calculs assez compliqués. J'ai repris cette idée dans ma thèse, en caractérisant chaque couche par une matrice $[M]$. Les calculs sont alors assez simples et en remplaçant les lignes trigonométriques de β par leur développement en série, j'ai montré que le procédé était absolument identique à celui qui consiste à exprimer les champs sous forme d'un développement en série suivant les puissances croissantes de $\frac{2\pi}{\lambda}$. Et voici comment la théorie des systèmes de couches minces permet de retrouver celle de la couche de passage en première approximation et celle des milieux stratifiés quelconques lorsque l'on continue les calculs.

Une autre question, qui a déjà retenu l'attention de ceux qui ont étudié les couches minces, est celle des milieux stratifiés légèrement inhomogènes, c'est-à-dire des milieux dont les paramètres sont des fonctions lentement variables d'une coordonnée. J'ai montré dans ma thèse que, dans ce cas, on pouvait appliquer l'approximation Brillouin-Kramers-Wentzel, en définissant de façon précise, ce que j'entendais par fonction lentement variable. Je dirai simplement ici que, si l'on désigne par Z_i et Z_f les valeurs de l'impédance aux deux extrémités du milieu inhomogène, la matrice $[M]$ s'écrit

$$[M] = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{Z_i}{Z_f}}\cos\beta & i\sqrt{Z_i Z_f}\sin\beta \\ \frac{i}{\sqrt{Z_i Z_f}}\sin\beta & \sqrt{\frac{Z_f}{Z_i}}\cos\beta \end{bmatrix},$$

où

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\int_0^d \sqrt{\varepsilon\mu}\cos\varphi\, dz,$$

ε, μ et φ étant des fonctions de z et d étant l'épaisseur du milieu stratifié.

Il se pourrait que les couches minces ne soient pas isotropes, et, dans ce cas, il faudrait faire la théorie des systèmes stratifiés anisotropes, qui n'est pas encore élaborée. Dans le cas d'une couche mince les calculs relatifs à l'anisotropie ont déjà été faits, mais le cas général est plus compliqué. Pour l'instant, la théorie des couches minces isotropes et homogènes paraît satisfaisante, mais il est possible qu'une étude approfondie montre des difficultés qui ne seront écartées qu'en introduisant de nouveaux paramètres. Il y aura alors une théorie de première approximation et une autre de deuxième approximation. Ce temps n'est plus très éloigné, je crois.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Schelkunoff S. A. — *Bell Syst. Tech. J.*, 1938, **17**, 17.
[2] Caballero D. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 176.
[3] Cotton P. — *Ann. Physique*, 1947, 2, 209.
[4] Vasicek A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 623.
[5] Abelès F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 891 et 1112.
[6] Perrot M. — *Rev. Opt.* 1943, **22**, 20 et 1944, **23**, 185.
[7] Abelès F. — *Thèse.*
[8] Lord Rayleigh. — *Proc. Roy. Soc.*, 1912, **86**A, 207.

LA DÉTERMINATION DE L'INDICE ET DE L'ÉPAISSEUR DES COUCHES MINCES TRANSPARENTES

Par F. ABELÈS.

Summary. — Spectrophotometric methods : normal and oblique incidence. New rapid method for the measurement of the refractive indices. Results obtained on thin films of various materials. Polarimetric methods; formula allowing a rapid calculation for films of optical thickness greater than $\frac{\lambda}{4}$.

Notations. — Les indices de réfraction du premier milieu, de la lame et du dernier milieu sont respectivement n_0, n_1 et n_2. L'épaisseur de la couche est d et φ_0 est l'angle d'incidence dans le premier milieu. On désigne par R_1 le facteur de réflexion sur la couche mince et l'on pose

$$\alpha = 2\beta = \frac{4\pi}{\lambda} dn_1 \cos\varphi_1,$$

φ_1 étant l'angle que fait l'onde avec les plans qui limitent la couche, et λ la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée, longueur d'onde mesurée dans le vide. Les indices $\parallel$ et $\perp$ caractérisent la position du champ électrique par rapport au plan d'incidence et l'on désigne par r le coefficient de réflexion sur la couche en posant

$$r = \sqrt{R_1}\, e^{i\delta}.$$

Méthodes spectrophotométriques. — *a. Incidence normale.* — On se base essentiellement sur la propriété qu'ont les indices de réfraction des couches minces transparentes de varier peu avec la longueur d'onde. La méthode employée le plus souvent consiste à déterminer le maximum ou le minimum du facteur de réflexion et d'en déduire l'indice et l'épaisseur correspondant à la longueur d'onde pour laquelle ceci a lieu. Il y a deux cas possibles :

a. $n_1^2 < n_0 n_2$. — Le minimum a lieu pour une épaisseur telle que $n_1 d = \frac{\lambda}{4}$ et le maximum pour une épaisseur optique multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$. R_1 maximum redonne le facteur de réflexion du support nu et ne peut pas servir à déterminer l'indice de la couche. Connaissant $R_{1\min}$, on en déduit

$$n_1^2 = n_0 n_2 \frac{1+\sqrt{R_{1\min}}}{1-\sqrt{R_{1\min}}}.$$

b. $n_1^2 > n_0 n_2$. — Les conditions sur les épaisseurs optiques sont renversées. $R_{1\min}$ correspond à une épaisseur optique multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$ et redonne le facteur de réflexion du verre nu. La connaissance de $R_{1\max}$ permet de déterminer n_1 par la même formule que dans le cas précédent où l'on remplace simplement $R_{1\min}$ par $R_{1\max}$.

Cette méthode est simple, mais elle n'est pas utilisable dans tous les cas. Si la couche a une épaisseur optique de $\frac{\lambda}{2}$ dans le spectre visible, ou bien si son épaisseur optique est inférieure à $\frac{\lambda}{4}$ dans le même domaine, on ne pourra pas l'appliquer.

On pourra utiliser alors une méthode analogue, mais que je n'ai trouvé exposée nulle part. Nous avons besoin de deux équations pour déterminer les deux quantités n_1 et d_1. On utilisera les valeurs de R_1 pour deux longueurs d'onde différentes λ_a et λ_b, qui seront plus ou moins rapprochées suivant la pente de la courbe $R_1(\lambda)$. Désignons par les indices a et b les quantités se rapportant aux longueurs d'onde λ_a et λ_b et posons

$$A_a = \frac{1+R_{1a}}{1-R_{1a}}, \qquad A_b = \frac{1+R_{1b}}{1-R_{1b}}.$$

L'épaisseur optique de la couche sera donnée par l'équation

$$(n_0^2 + n_2^2 - 2A_b n_0 n_2)\cos\alpha_a - (n_0^2 + n_2^2 - 2A_a n_0 n_2)\cos\alpha_b = 2n_0 n_2 (A_a - A_b),$$

où la seule inconnue est α_a, puisque $\alpha_b = \frac{\lambda_a \alpha_a}{\lambda_b}$. Une fois α_a déterminé, on aura n_1 en résolvant l'équation bicarrée suivante :

$$n_1^4 + \frac{(n_0^2 + n_2^2)(1+\cos\alpha_a) - 4n_0 n_2 A_a}{1-\cos\alpha_a} n_1^2 + n_0^2 n_2^2 = 0.$$

Nous avons supposé que les variations des n_i entre λ_a et λ_b sont négligeables, ce qui est en général le cas pour les couches minces transparentes. En effet, les couches à faible indice sont peu dispersives

et l'on peut choisir un assez grand intervalle λ_a, λ_b, tandis que les couches d'indice élevé dispersent plus, mais dans ce cas la pente de $R_1(\lambda)$ est plus grande et λ_a et λ_b peuvent être plus rapprochés.

Nous avons appliqué cette méthode à la détermination de l'indice de réfraction de l'oxyde de titane. Nous avons obtenu pour une certaine couche donnant R_1 en fonction de λ qui est reproduite sur la figure 1. Cette courbe ne présente ni maximum

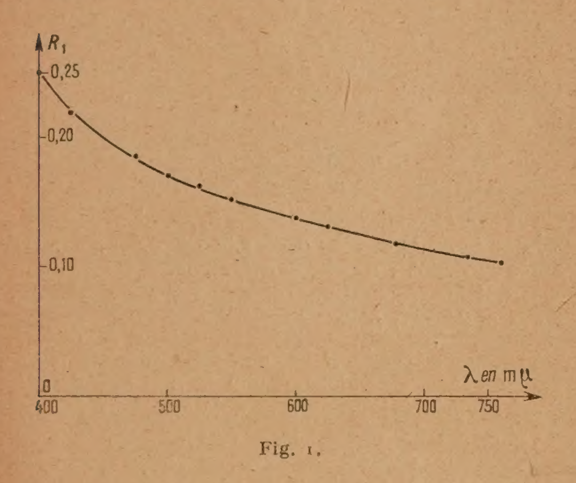


Fig. 1.

ni minimum de R_1, ce qui montre que son épaisseur est certainement inférieure à $\frac{0,4}{n_1}$. Nous avons déterminé l'indice moyen de cette couche pour $0,500\,\mu < \lambda < 0,600\,\mu$. On trouve que son épaisseur est de 19 mμ et que son indice de réfraction est $n_1 = 2,48$. Sur la même figure, on a tracé en pointillé la courbe calculée à partir de ces valeurs. On remarquera un important décalage dans le bleu. Celui-ci est dû principalement à la variation de n_1 qui est certainement assez importante entre $0,5\,\mu$ et $0,4\,\mu$. D'autre part l'indice du support ($n_2 = 1,525$ pour $\lambda = 0,546\,\mu$) est de 1,538, ce qui correspond à une variation relative de 1 pour 100. Dans le rouge il y a aussi un léger décalage imputable aussi à la dispersion des indices, qui est d'ailleurs assez faible. On peut d'ailleurs avoir une assez bonne idée de la valeur de n_1 pour $\lambda = 0,4\,\mu$ en cherchant la valeur pour laquelle $R_1 = 0,25$, valeur mesurée pour cette longueur d'onde (compte tenu, bien entendu, de la dispersion de l'indice du verre support). On trouve $n_1 = 2,58$. Nous ne discuterons pas de façon très détaillée la précision des mesures. Signalons simplement que la méthode permet d'obtenir avec certitude les deux premières décimales, et que, de plus elle nous a permis, dans notre cas, une évaluation de la dispersion de l'indice.

b. Incidence oblique. — Dans ce cas, il est préférable de faire des mesures en lumière polarisée linéairement dans le plan d'incidence ou perpendiculairement à celui-ci. On peut encore appliquer la méthode qui consiste à rechercher le minimum ou le maximum du facteur de réflexion pour une incidence donnée, en faisant varier uniquement la fréquence de la lumière incidente.

Dans le cas de l'onde 1, on aura

$$n_1^2 = n_0^2 \sin^2\varphi_0 + n_0 n_2 \cos\varphi_0 \cos\varphi_2 \frac{1+\sqrt{R_{1\perp}}}{1-\sqrt{R_{1\perp}}}.$$

$R_{1\perp}$ représente le maximum ou le minimum de R_1 dans le spectre, suivant que n_1^2 est supérieure ou inférieure à $n_0 n_2$.

Dans le cas de l'onde 2, n_1 est solution d'une équation bicarrée de la forme

$$n_1^4 - A n_1^2 + n_0^2 \sin^2\varphi_0 = 0,$$

avec

$$A = \frac{n_0 n_2}{\cos\varphi_0 \cos\varphi_2} \frac{1 \pm \sqrt{R_{1\parallel}}}{1 \mp \sqrt{R_{1\parallel}}}.$$

La signification de $R_{1\parallel}$ est analogue à celle de $R_{1\perp}$ dans le cas de l'onde 1. On choisira le signe qui donne une valeur de n_1 acceptable.

Les épaisseurs des couches sont connues à partir de la longueur d'onde λ pour laquelle R_1 est un extrémum, car on a

$$d = \frac{\lambda}{4 n_1 \cos\varphi_1}.$$

Cette méthode n'est pas utilisable dans le cas des couches dont l'épaisseur optique (en incidence normale) est inférieure à un quart de longueur d'onde du spectre visible.

Elle risque d'être moins précise que la méthode analogue signalée dans le cas de l'incidence normale, car il s'introduira une erreur supplémentaire due à la détermination de l'angle d'incidence φ_0.

On peut aussi utiliser la deuxième méthode indiquée au paragraphe précédent, c'est-à-dire utiliser les valeurs des facteurs de réflexion pour deux longueurs d'onde λ_a et λ_b. Si l'onde incidente a le vecteur électrique perpendiculaire au plan d'incidence, l'équation

$$\begin{aligned}(n_0^2 + n_2^2 - 2n_0^2 \sin^2\varphi_0 - 2n_0 n_2 A_b \cos\varphi_0 \cos\varphi_2)\cos\alpha_a \\ -(n_0^2 + n_2^2 - 2n_0^2 \sin^2\varphi_0 - 2n_0 n_2 A_a \cos\varphi_0 \cos\varphi_2)\cos\alpha_b \\ = 2n_0 n_2 \cos\varphi_0 \cos\varphi_2 (A_a - A_b),\end{aligned}$$

détermine l'épaisseur optique $\left(\alpha_b = \frac{\lambda_a \alpha_a}{\lambda_b}\right)$. On aura ensuite la valeur de l'indice de réfraction n_1 de la couche en résolvant l'équation bicarrée suivante :

$$n_1^4 + \frac{\left\{\begin{array}{l}(n_0^2 + n_2^2)(1 + \cos\alpha_a) \\ \quad - 4n_0 n_2 A_a \cos\varphi_0 \cos\varphi_2 - 4n_0^2 \sin^2\varphi_0\end{array}\right\}}{1 - \cos\alpha_a} \times n_1^2 + n_0^4 \sin^4\varphi_0 + n_0^2 n_2^2 \cos^2\varphi_0 \cos^2\varphi_2 = 0.$$

Cette méthode est encore appliquable dans le cas de l'onde 2, mais elle exige la résolution d'une

équation du quatrième degré en n^2 pour avoir l'indice de la couche et c'est pourquoi nous ne la préconisons pas.

Nous avons indiqué récemment une méthode simple et commode permettant de déterminer l'indice de réfraction d'une substance transparente sur support quelconque [1]. Elle est basée sur la propriété suivante : une couche mince homogène et isotrope déposée sur un support quelconque ne modifie pas les facteurs de réflexion et de transmission en lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence d'un support absolument quelconque pour l'angle de brewster $\bar{\varphi}_0$ relatif à sa première surface, c'est-à-dire tel que $\operatorname{tg}\bar{\varphi}_0 = \frac{n_1}{n_0}$. Cette propriété est presque évidente et se démontre facilement. Si l'on pense à la ligne électrique analogue, on peut dire que pour l'incidence $\bar{\varphi}_0$ les impédances caractéristiques du premier milieu et de la ligne sont égales, il n'y a donc pas de réflexion à cet endroit (ou pas de « mismatch »).

On se servira de préférence de lames de verre traitées sur une moitié de leur surface seulement. Le faisceau monochromatique incident est fourni par un monochromateur et le collimateur d'un goniomètre muni d'un nicol après l'objectif. Ce faisceau éclaire une plage circulaire de la lame dont une moitié seulement est traitée. On vise cette plage avec la lunette du collimateur dont on a enlevé l'oculaire. Les intensités réfléchies par les deux moitiés de la lame varient en sens contraire au voisinage de $\bar{\varphi}_0$, ce qui permet de déterminer celui-ci avec une assez bonne précision. En général on a $\bar{\varphi}_0$ à quelques minutes près, ce qui correspond à une erreur de quelques unités sur la troisième décimale de n_1. Ce dispositif n'est utilisable que pour des substances dont l'indice de réfraction n'est pas trop différent de celui du support. A titre d'indication, on peut faire encore des mesures convenables pour n_1 compris entre $n_2 - 0{,}3$ et $n_2 + 0{,}3$.

Pour les couches d'indice très différent de celui du support il faut faire des véritables mesures goniophotométriques. On tracera les courbes donnant les variations avec φ_0 des facteurs de réflexion du support traité et non traité. Leur intersection fournira la valeur de $\bar{\varphi}_0$ cherchée.

Cette méthode présente deux grands avantages :

1° Elle n'exige aucun calcul numérique. En général, le premier milieu est l'air ($n_0 = 1$) et, par conséquent, $\operatorname{tg}\bar{\varphi}_0 = n_1$. Il suffit d'avoir une table des tangentes pour connaître immédiatement n_1.

2° Elle n'exige pas la connaissance de l'indice de réfraction du support et n'est pas influencée par l'existence sur celui-ci d'une couche de passage superficielle. Ceci nous semble être un grand avantage de la méthode.

Par contre, $\bar{\varphi}_0$ est indépendant de l'épaisseur de la couche mince, et, par conséquent, si l'on emploie le premier dispositif on ne connaîtra pas l'épaisseur de la lame. Si l'on fait des mesures photométriques, on déduira α et donc d de la connaissance de R_1 pour une incidence quelconque, à partir de l'équation

$$\cos\alpha = \frac{(1 - r_{1\parallel}^2)(1 - r_{2\parallel}^2) - T_{1\parallel}(1 + r_{1\parallel}^2 r_{2\parallel}^2)}{2 r_{1\parallel} r_{2\parallel} T_{1\parallel}}.$$

Voici quelques résultats de mesures concernant des fluorures et faites en adoptant le premier mode opératoire (égalisation des intensités réfléchies par les deux moitiés traitées et non traitées de la lame de verre).

Fluorure de magnésium : $n_1 = 1{,}400 \pm 0{,}002$, valeur trouvée sur plusieurs échantillons.

Cryolite : Premier échantillon : $n_1 = 1{,}300 \pm 0{,}002$; 2 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}309 \pm 0{,}002$; 5 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}311 \pm 0{,}002$.

Deuxième échantillon : $n_1 = 1{,}330$ et 2 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}331$.

Fluorure de calcium : Premier échantillon (préparé dans un mauvais vide, pression $> 10^{-4}$ mm de Hg, lame supprimant presque complètement le facteur de réflexion du verre) : $n_1 = 1{,}230$.

Deuxième échantillon : $n_1 = 1{,}258 \pm 0{,}001$ et 2 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}278 \pm 0{,}003$.

Fluorure de lithium : $n_1 = 1{,}360$ et 2 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}369 \pm 0{,}002$.

Fluorure d'aluminium : $n_1 = 1{,}384 \pm 0{,}001$, le lendemain $n_1 = 1{,}392 \pm 0{,}002$, 6 jours après le dépôt : $n_1 = 1{,}393$.

Ces résultats expérimentaux montrent que l'on ne peut jamais attribuer à une substance donnée un indice certain lorsqu'elle est déposée en couche mince. Seul le fluorure de magnésium paraît faire exception. On sait d'autre part que c'est cette substance qui fournit les couches antiréfléchissantes les plus adhérentes et résistantes. La constance de l'indice de réfraction est donc probablement liée aussi aux propriétés mécaniques des couches. Nous avons aussi plusieurs exemples de vieillissements des couches; celui-ci s'accompagne toujours d'une augmentation de l'indice de réfraction, qui, dans un cas a porté sur deux unités de la deuxième décimale.

L'utilisation de l'angle de Brewster relatif à la surface couche-support n'est pas commode. En effet, si l'on désigne par φ_{01} l'angle qui lui correspond dans le premier milieu, on trouve que

$$n_1^2 = n_2^2 \frac{n_2^2 \pm \sqrt{n_2^4 - 4 n_0^2 \sin^2\varphi_{01}(n_2^2 - n_0^2 \sin^2\varphi_{01})}}{2(n_2^2 - n_0^2 \sin^2\varphi_{01})}.$$

Si $n_0 = 1$ et $n_2 = 1{,}523$, on trouve qu'il y aura un angle de Brewster relatif à la deuxième

surface de la couche que pour des substances telles que $n_1 < 1{,}325$. Pour pouvoir appliquer la méthode à des couches d'indice plus élevé, il faut ou bien diminuer n_1 ou bien augmenter n_0 (pour $n_2 = 1{,}523$ et $n_0 = 1{,}33$, c'est-à-dire une couche immergée dans l'eau, on trouve $n_1 < 2{,}74$). De toute façon, on est conduit à des angles d'incidence assez élevés et la méthode est moins précise que la précédente.

Méthodes polarimétriques. — Les méthodes polarimétriques sont plus sensibles que les méthodes photométriques; c'est pourquoi elles ont été utilisées depuis longtemps, en particulier pour étudier les couches superficielles formées sur des surfaces exposées à l'air. Celles-ci ne modifient pas de façon appréciable le pouvoir réflecteur de la surface qu'elles recouvrent, mais font varier l'état de polarisation de la lumière réfléchie au voisinage de l'angle de Brewster d'une quantité mesurable. On conçoit qu'elles seront particulièrement utiles dans le cas des couches d'épaisseurs faibles $\left(\text{inférieures à } \frac{\lambda}{4n_1}\right)$.

Le principe de la méthode est bien connu. On étudie l'état de polarisation après réflexion d'un faisceau de lumière parallèle linéairement polarisée. On recherche en général l'incidence principale, c'est-à-dire l'incidence pour laquelle $\delta_{r\parallel} - \delta_{r\perp} = 90°$. C'est le procédé employé par Vašiček [2]. Pour trouver n_1 et d, on doit résoudre un système de deux équations transcendantes, et ceci n'est possible que par interpolation. Les mesures sont faites en lumière polarisée linéairement à 45° du plan d'incidence. Si l'on désigne par $\operatorname{tg}\gamma$ l'ellipticité de la vibration réfléchie (rapport du petit axe au grand axe de l'ellipse) et par χ l'orientation de son grand axe par rapport au plan d'incidence, on déduit de la mesure de ces deux quantités les angles Ψ_r et Δ_r par les formules suivantes, qui sont classiques :

$$\cos 2\Psi_r = \cos 2\gamma \cos 2\chi,$$

$$\operatorname{tg}\Delta_r = \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{\sin 2\chi},$$

avec

$$\operatorname{tg}\Psi_r = \sqrt{\frac{R_{1\parallel}}{R_{1\perp}}}, \qquad \Delta_r = \delta_{r\parallel} - \delta_{r\perp}.$$

On simplifierait beaucoup les calculs si l'on connaissait l'angle de Brewster $\bar{\varphi}_0$ sur la première surface de la lame. Dans ces conditions, n_1 est connu $(n_1 = n_0 \operatorname{tg}\bar{\varphi}_0)$ et l'on déduira l'épaisseur d de la couche à partir de l'équation

$$\cos\alpha = \frac{(1 + r_{1\perp}^2 r_{2\perp}^2) R_{0\parallel} - (r_{1\perp}^2 + r_{2\perp}^2) \operatorname{tg}^2\Psi_r}{2 r_{1\perp} r_{2\perp} (\operatorname{tg}^2\Psi_r - R_{0\parallel})},$$

où $R_{0\parallel}$ désigne le facteur de réflexion du support nu pour l'incidence $\bar{\varphi}_0$, tandis que $r_{1\perp}$ et $r_{2\perp}$ représentent les coefficients de réflexion aux deux extrémités de la couche.

Malheureusement, on ne voit pas comment on pourrait déterminer cet angle autrement que par une mesure photométrique. On peut simplement s'en servir à titre de vérification rapide des valeurs de n_1 et de d obtenues par la détermination de γ et de χ.

Une autre méthode très commode est utilisable seulement pour les couches minces dont l'épaisseur optique est supérieure à $\frac{\lambda}{4}$. Dans ce cas, il y aura une incidence φ_0^* pour laquelle la vibration réfléchie est rectiligne. Si l'on caractérise par un astérisque toutes les quantités mesurées sous cette incidence, il est évident que $\alpha^* = \pi$, c'est-à-dire que $d = \frac{\lambda}{4} n_1 \cos\varphi_1^*$. Si l'on a déterminé $\operatorname{tg}\Psi_r^* = B$, on peut montrer que $n_1^2 = x$ est racine de l'équation du troisième degré suivante :

$$a(1 - B)x^3 + [a(e + Bd) - b(1 + B)]x^2 + [c(1 + B) + b(Bd - e)]x + c(e - Bd) = 0,$$

où l'on a posé

$$a = \cos\varphi_0^* \cos\varphi_2^*, \qquad b = n_0 n_2, \qquad c = n_0^2 n_2 \sin^2\varphi_0^*,$$
$$d = ab + n_0^2 \sin^2\varphi_0^*, \qquad e = ab - n_0^2 \sin^2\varphi_0^*.$$

Une fois n_1, déterminé, on connaîtra l'épaisseur de la couche en écrivant que

$$d = \frac{\lambda}{4}\sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2\varphi_0^*}.$$

Nous avons décrit cette méthode dans une Note aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* [1]. L'idée n'est pas originale, mais Vašiček [2] n'arrive pas à exprimer simplement n_1 en fonction des quantités connues, ce qui le conduit à des calculs longs. D'autre part, il ne remarque pas l'avantage principal de la méthode, qui est de pouvoir être utilisée avec une vibration rectiligne dans un azimut quelconque. Autrement dit, quelle que soit l'orientation de la vibration incidente, la vibration réfléchie sera toujours rectiligne. On fera donc des mesures avec une vibration incidente orientée arbitrairement, mais qui n'est pas dans un plan de symétrie. Désignons par A l'angle qu'elle fait avec le plan d'incidence (d'après ce que nous venons de dire, $A \neq 0°$ et de 90°). φ_0^* sera déterminé pour A quelconque. On fera des mesures, l'une avec la vibration incidente dans un azimut A_1 et l'autre avec cette vibration dans un azimut perpendiculaire à celui-ci ($A_1 + 90°$). En général, on ne connaît pas facilement avec une bonne précision l'orientation de la vibration incidente par rapport au plan d'incidence. Les deux mesures permettront de déterminer B et A_1. Si χ_1 et χ_2 sont les angles dont les vibrations réfléchies ont tourné à partir des vibrations incidentes A_1 et $A_1 + 90°$, et qui sont mesurables avec précision, et si l'on pose $y = \operatorname{tg} A_1$, on montre facilement que les quantités inconnues y et B sont

données par les deux équations suivantes :

$$y^2 + (\operatorname{tg}\chi_1 + \operatorname{tg}\chi_2)y - 1 = 0, \qquad B = \frac{1 - y\operatorname{tg}\chi_1}{1 + y\operatorname{tg}\chi_2}.$$

Cette façon d'opérer permet des mesures plus précises que lorsque $A = 45^o$. En effet, dans ce cas, si la couche a une épaisseur optique peu supérieure à un quart de longueur d'onde, la courbe expérimentale $\gamma(\varphi_0)$ est très aplatie et, comme elle coupe l'axe des abscisses sous un angle très petit, son point d'intersection avec cet axe est difficile à déterminer. Par contre, en faisant varier A, on peut s'arranger à modifier l'aspect de la courbe précédente. En effet, si Ψ_{r0} est l'angle correspondant à $A = 45^o$, et Ψ_r celui à un azimut A quelconque, on a

$$\operatorname{tg}\Psi_r = \operatorname{tg}\Psi_{r_0}\operatorname{tg}A.$$

Puisque d'autre part,

$$\sin 2\gamma = \sin 2\Psi_r \sin\Delta_r,$$

il est évident que lorsque Ψ_r croît, γ croît, et ceci pourra ainsi être obtenu uniquement par la variation de A.

On voit maintenant, comment la méthode utilisant φ_0^* peut donner des bons résultats, à condition de l'appliquer avec une vibration incidente dans un azimut A convenable. Il sera d'ailleurs préférable, particulièrement pour les couches dont l'épaisseur optique est peu supérieure à $\frac{\lambda}{4}$, de faire deux mesures dans des azimuts différant peu l'un de l'autre, c'est-à-dire que l'on aura A_1 et $A_1 + \theta$ au lieu de A_1 et $A_1 + 90^o$. Dans ce cas, on trouve que $y = \operatorname{tg} A_1$ est solution de l'équation

$$(y^2 - 1)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\chi_2)\operatorname{tg}\theta + y[\operatorname{tg}\chi_1 - \operatorname{tg}\chi_2 - 2\operatorname{tg}\theta + (\operatorname{tg}\chi_1 + \operatorname{tg}\chi_2)\operatorname{tg}^2\theta] = 0.$$

La quantité $B = \operatorname{tg}\Psi_r^*$ est donnée par

$$B = \frac{y\operatorname{tg}\chi_1 - 1}{y^2 + y\operatorname{tg}\chi_1}.$$

Une autre méthode consiste à étudier des couches immergées dans des liquides d'indices différents. Lorsque l'indice du liquide est égal à celui de la couche, l'onde réfléchie est polarisée linéairement quel que soit l'indice de la couche. Cette méthode a été employée par de Mallemann et Suhner [3]. On pourrait d'ailleurs se servir d'une méthode analogue, mais en faisant de la photométrie sous incidence normale. On mesure le facteur de réflexion d'un support traité sur une moitié de sa surface. Lorsque la partie traitée réfléchit autant que la partie non traitée, c'est que $n_0 = n_1$, c'est-à-dire que l'indice du liquide dans lequel est immergée la lame est égal à celui de la couche.

L'étude de l'état de polarisation de la lumière transmise par une couche mince conduit à des méthodes analogues aux précédentes mais dont on ne se sert pas étant donné le peu de précision des mesures.

Conclusion. — Toutes les formules qui précèdent supposent que la couche mince transparente est déposée sur un support transparent. Si celui-ci est absorbant, les méthodes précédentes sont encore utilisables en principe, mais elles conduisent à des formules plus compliquées pour la détermination de n_1 et de d.

Pour les couches minces absorbantes, on ne connaît jusqu'à présent, qu'une seule méthode mathématiquement rigoureuse : il s'agit de celle qui a été suggérée par Försterling [4]. Elle utilise des mesures polarimétriques faites sous l'incidence brewstérienne correspondant au passage air-support, c'est-à-dire sous un angle φ_0 tel que $\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{n_2}{n_0}$. Les mesures effectuées sous sa direction ont conduit, par application de cette méthode, à des valeurs de $\frac{d}{\lambda}$ qui ne sont pas réelles, la partie imaginaire de cette quantité étant trop importante pour être justifiée par les erreurs de mesure. Försterling conclut en émettant l'opinion que l'hypothèse des couches minces métalliques homogènes et isotropes pourrait être inexacte.

D'autres auteurs se sont servis d'une méthode empirique, mise en œuvre par Murmann [5] pour la première fois. Celle-ci est incomplète du point de vue mathématique. Il y a donc dans ce domaine un vaste champ qui reste encore ouvert.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] ABELÈS F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **228**, 553.
[2] VAŠIČEK A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 145.
[3] MALLEMANN R. de et SUHNER F. — *Rev. Opt.*, 1944, **23**, 193.
[4] FÖRSTERLING K. — *Ann. Physik*, 1937, **30**, 745.
[5] MURMANN H. — *Z. Physik*, 1933, **80**, 161.

L'ADMITTANCE OPTIQUE DES COUCHES HOMOGÈNES ET HÉTÉROGÈNES

Par B. S. BLAISSE.

Summary. — By introducing the concept of impedance into Optics, the optical properties of thin films can be studied in a simple manner making use of the methods known in Electricity. The impedance Z has to be defined as the ratio of two quantities so that Z always varies continuously with the thickness of the film, even if the refractive index varies discontinuously. The ratio $\frac{E_t}{H_t}$ satisfies this condition, where E_t and H_t are the components of the electric and magnetic vectors E and H parallel to the plane separating the two different media.

If the impedance Z_t is known, the coefficient of reflection R, can be easily calculated.

The values of E and H in a plane parallel to the surface of a film can be deduced from the two values $E_{t'}$ and $H_{t'}$ in another plane by means of two linear equations; the film between the two planes behaves like an optical quadrupole. By decreasing the thickness of this film indefinitely, one can derive a differential equation of the first order for the impedance and four simultaneous differential equations for the four coefficients of the quadrupole.

We consider the special case where the inverse of the refractive index varies linearly with the thickness of the transparent film.

For the case of normal incidence it is found that the " reduced " impedance Z (defined as the product of the impedance and the refractive index) as a function of the thickness describes a circle in the complex plane Z. A different circle is found for each frequency. For any thickness of the film, one can construct the diagram of the impedance as function of the frequency of the incident light.

The reflection coefficient R of such a transparent film placed between two transparent media of refractive indices n_0 and n_1, has minima of value zero, provided the refractive index of the film at the boundaries of those media is equal to n_0 and n_1 respectively.

1. Dans cette Communication on expose une méthode au moyen de laquelle on peut calculer d'une manière exacte la réflexion d'une lame mince, composée de plusieurs couches, dont une ou plusieurs sont hétérogènes.

Avec la méthode présentée on introduit la notion d'impédance ou d'admittance optique. En faisant cela on a l'avantage de pouvoir utiliser les méthodes connues en Électricité. Il faut définir l'impédance Z comme le quotient de deux quantités de telle façon que Z varie toujours de manière continue avec l'épaisseur de la couche, même si l'indice de réfraction varie d'une manière discontinue. La définition

$$Z_{\text{opt}} = \frac{E_t}{H_t} \qquad (1)$$

satisfait à cette condition, où E_t et H_t sont les composantes des vecteurs électrique E et magnétique H, qui sont parallèles au plan de séparation de deux milieux différents [1].

L'admittance optique Y_{opt}, définie par l'inverse de Z, est utilisée désormais au lieu de Z, parce que l'introduction de Y donne des résultats un peu plus simples du point de vue mathématique; pour la même raison nous utiliserons des unités électromagnétiques de Gauss au lieu des unités pratique de Giorgi.

Le but des considérations suivantes est la détermination de l'admittance Y_{opt} et par suite de la réflexion r d'un milieu à surface plane, qui est recouvert d'une ou plusieurs couches hétérogènes ou homogènes.

Dans les paragraphes suivants on déterminera d'abord le coefficient de réflexion r, lorsque l'admittance optique Y est donnée. Ensuite on donnera le rapport entre les composantes électrique E_t et magnétique H_t d'un côté d'une couche mince homogène et les composantes de l'autre côté. Il en résulte que ce rapport peut être indiqué par un quadripôle. Après cela on donnera les équations différentielles pour l'admittance Y et pour les coefficients du quadripôle si l'indice de réfraction varie d'une manière continue avec l'épaisseur. Ensuite on considérera le cas spécial d'une couche non absorbante, où l'inverse de l'indice de réfraction varie d'une manière linéaire avec l'épaisseur.

2. **L'admittance, la réflexion et le quadripôle optique.** — Nous nous figurons un plan de séparation de deux milieux. Ce plan est parallèle au plan (y, z) d'un système de coordonnées rectangulaires. Une onde lumineuse se propage dans le plan x, y de gauche à droite, et une autre, qui est réfléchie, de droite à gauche.

Si la direction de polarisation est parallèle au plan d'incidence les composantes E_p et H_p des vecteurs électriques et magnétiques parallèles au plan (y, z) sont donnés par

$$\left.\begin{aligned} E_p &= \hat{E} \cos\theta\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}, \\ H_p &= n\hat{E}\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \end{aligned}\right\} \tag{2a}$$

pour l'onde incidente,

$$\left.\begin{aligned} E'_p &= -\hat{E}' \cos\theta\, e^{j(\omega t + k_x x - k_y y)}, \\ H'_p &= n\hat{E}\, e^{j(\omega t + k_x x - k_y y)} \end{aligned}\right\} \tag{2b}$$

pour l'onde réfléchie.

Dans ces formules $\hat{E}$ et $\hat{E}'$ sont les amplitudes électriques des ondes lumineuses, ω est la pulsation, θ est l'angle d'incidence de la lumière sur le plan (y, z), n est l'indice de réfraction et k_x et k_y sont les composantes du nombre d'onde dans les directions respectives x et y. Les trois quantités n, k_x et k_y sont réelles si le milieu est non absorbant et complexes dans le cas contraire.

Pour une direction de polarisation perpendiculaire au plan (y, z) les composantes des vecteurs sont données par

$$\left.\begin{aligned} E_p &= \hat{E}\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}, \\ H_p &= n\hat{E} \cos\theta\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

et

$$\left.\begin{aligned} E'_p &= -\hat{E}'\, e^{j(\omega t + k_x x - k_y y)}, \\ H'_p &= n\hat{E}' \cos\theta\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}. \end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

Les composantes totales sont données par

$$E_t = E_p + E'_p, \qquad H_t = H_p + H'_p \tag{4}$$

et l'admittance Y par

$$Y = \frac{H_t}{E_t}. \tag{5}$$

Dans l'autre milieu existent des relations analogues.

On trouve facilement que le quotient

$$\rho = \frac{E'_p}{E_p} \tag{6}$$

des amplitudes de la lumière réfléchie et incidente est donné par

$$\rho = \frac{\eta - Y}{\eta + Y}, \tag{7}$$

où η est l'admittance caractéristique du milieu.

Dans les deux cas de polarisation parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence, η est donné par

$$\eta_{\parallel} = \frac{n}{\cos\theta}, \qquad \eta_{\perp} = n\cos\theta. \tag{8}$$

Le coefficient de réflexion r est égal à

$$r = \rho\rho^*, \tag{9}$$

où ρ^* est la valeur conjuguée complexe de ρ.

Maintenant nous voulons connaître le rapport entre les composantes E_t et H_t d'un côté d'une couche et celles de l'autre côté. Nous savons que ces extrémités sont données par $x = 0$ et $x = l$. Il faut substituer dans les relations (2) et (3) $x = 0$ et $x = l$ et après cela il faut déterminer avec l'aide de (4) les composantes totales E_{t0} et H_{t0} pour $x = 0$ et E_{tl} et H_{tl} pour $x = l$. Ensuite il faut éliminer E et E' de ces quatre relations. On obtient les deux relations suivantes homogènes et linéaires, entre les quatre grandeurs E_{t0}, H_{t0}, E_{tl} et H_{tl} [dans lesquelles on peut omettre le facteur $e^{(\omega t - k_y y)}$] :

$$E_{t_0} = \cos k_x l\, E_{tl} + j\frac{\sin k_x l}{\eta} H_{tl}, \tag{10a}$$

$$H_{t_0} = j\eta \sin k_x l\, E_{tl} + \cos k_x l\, H_{tl}. \tag{10b}$$

Les équations (10) écrites sous forme de matrice deviennent

$$\begin{pmatrix} E_{t_0} \\ H_{t_0} \end{pmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos k_x l & j\dfrac{\sin k_x l}{\eta} \\ j\eta \sin k_x l & \cos k_x l \end{Vmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{tl} \\ H_{tl} \end{pmatrix}. \tag{11}$$

La propagation d'une onde électrique par un fil donne lieu à des équations analogues.

On voit que la couche de $x = 0$ jusqu'à $x = l$ se comporte comme un quadripôle symétrique. Comme on pouvait s'y attendre, le déterminant de la matrice est égal à 1.

En divisant (10 b) par (10 a) on obtient l'admittance Y_0 dans le plan $x = 0$ exprimé par l'admittance du plan $x = l$:

$$Y_0 = \eta \frac{Y_l \cos k_x l + j\eta \sin k_x l}{\eta \cos k_x l + j Y_l \sin k_x l}. \tag{12}$$

Si la lame est couverte d'une seconde couche on peut de nouveau exprimer les quantités E_{t1} et H_{t1} du côté gauche en fonction de celles du côté droit E_{t0} et H_{t0} de la lame par une équation de matrice analogue à (11). On obtient E_{t1} et H_{t1} exprimé en fonction de E_{tl} et H_{tl} par une matrice, qui est le produit des deux matrices des deux couches.

3. **Equations différentielles pour l'admittance Y et pour les coefficiicients de la matrice.** — Nous avons vu que les composantes électriques et magnétiques E_{t1} et H_{t1} dans un plan 1 sont liées avec E_{t0} et H_{t0}, dans un plan 0, par l'équation

$$\begin{pmatrix} E_{t_1} \\ H_{t_1} \end{pmatrix} = \begin{Vmatrix} A & B \\ C & D \end{Vmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{t_0} \\ H_{t_0} \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Maintenant nous voulons connaître les variations de A, B, C et D et la variation de Y si l'on couvre la surface extérieure de la lame avec une couche mince d'épaisseur dl et d'admittance caractéristique η.

On obtient la nouvelle matrice en multipliant la matrice à coefficients A, B, C et D par celle de la

couche mince; on a donc en écrivant $dq = k_x\, dl$:

$$\begin{Vmatrix} A+dA & B+dB \\ C+dC & D+dD \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & j\eta\, dq \\ j\eta\, dq & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} A & B \\ C & D \end{Vmatrix}, \quad (14)$$

ce qui donne les quatre relations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA}{dq} &= j\frac{C}{\eta}, & \frac{dB}{dq} &= j\frac{D}{\eta}, \\ \frac{dC}{dq} &= j\eta A, & \frac{dD}{dq} &= j\eta B. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

En éliminant C et A on obtient

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2A}{dq^2} + \frac{dA}{dq}\frac{dl_n\eta}{dq} + A = 0, \\ \frac{d^2C}{dq^2} - \frac{dC}{dq}\frac{dl_n\eta}{dq} + C = 0 \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

et les mêmes équations différentielles pour B et D.

En partant de (12) on trouve pour le quotient différentiel $\frac{dY}{dq}$

$$\frac{dY}{dq} = j\eta\left(1 - \frac{Y^2}{\eta^2}\right). \quad (17)$$

Si l'on introduit l'admittance réduite y :

$$y = \frac{Y}{\eta}, \quad (18)$$

la relation (17) devient

$$\frac{dy}{dq} = j(1-y^2) - y\frac{dl_n\eta}{dq}. \quad (19)$$

(Il ne faut pas confondre cet y avec la coordonnée y des précédents paragraphes.)

4. La couche est hétérogène, cas spécial. — La solution des équations (16) ou (19) est très simple si l'on admet que le quotient différentiel $\frac{dl_n\eta}{dq}$ est constant

$$\frac{dl_n\eta}{dq} = 2a. \quad (20)$$

Cela veut dire que η augmente de manière exponentielle avec l'épaisseur optique q

$$\eta = \eta_0\, e^{2aq}. \quad (21)$$

Pour une incidence normale de la lumière sur la lame, l'admittance caractéristique η est égale à l'indice de réfraction n. Dans ce cas on peut écrire pour (20) :

$$\frac{dn}{n} = 2a\, dq = 2ak_v n\, dl \quad (22)$$

si $\frac{k_v}{2\pi}$ est le nombre d'ondes dans le vide. En intégrant on obtient

$$-\frac{1}{n} + \frac{1}{n_0} = 2ak_v l = 2fl \quad (23)$$

si

$$f = ak_v. \quad (24)$$

Ceci veut dire que l'inverse de l'indice de réfraction varie d'une manière linéaire en fonction de l'épaisseur de la couche.

Dans ce qui suit nous considérerons le cas de l'incidence normale sur une couche non absorbante et nous supposerons la constante a réelle. Schliek [2] et Kossel ont déjà considéré ce cas :

La solution de l'équation (19) est

$$y = ja + \sqrt{1-a^2}\left\{\frac{1 - c\, e^{-2jq\sqrt{1-a^2}}}{1 + c\, e^{-2jq\sqrt{1-a^2}}}\right\}. \quad (25)$$

L'admittance réduite y n'est pas périodique avec $2q$ mais avec $2q\sqrt{1-a^2}$.

On voit qu'il faut maintenant distinguer les deux cas $a^2 < 1$ et $a^2 > 1$. Dans le second cas on obtient

$$y = ja + j\sqrt{a^2-1}\left\{\frac{1 - c\, e^{2q\sqrt{a^2-1}}}{1 + c\, e^{2q\sqrt{a^2-1}}}\right\}. \quad (26)$$

L'admittance réduite n'est plus une fonction périodique de l'épaisseur optique q.

La constante d'intégration c peut être exprimée dans la valeur y_0 de y du côté de la lame la plus proche du verre. On obtient

$$y' = \frac{y'_0 \cos q' + j \sin q'}{\cos q' + jy'_0 \sin q}, \quad (27)$$

avec

$$y' = \frac{y - ja}{\sqrt{1-a^2}}, \qquad q' = q\sqrt{1-a^2} \qquad \text{si} \quad a^2 < 1 \quad (28)$$

et y'_0 égal à la valeur de y' pour $q' = 0$.

L'équation (27) est analogue à (12).

Pour le cas $a^2 > 1$ on obtient au lieu de (27) :

$$y' = \frac{y'_0 \cosh q' - \sinh q'}{\cosh q' - y'_0 \sinh q'}, \quad (29)$$

avec

$$y' = \frac{y - ja}{j\sqrt{a^2-1}}, \qquad q' = q\sqrt{a^2-1} \qquad \text{si} \quad a^2 > 1. \quad (30)$$

Avec les deux relations (27) et (29) on peut calculer la grandeur y' avec des méthodes tout à fait analogues à celles qu'on peut utiliser pour des couches homogènes.

Je veux attirer l'attention sur une méthode graphique qui est développée par Schuster et Hohberg pour étudier des problèmes acoustiques.

Si l'on écrit pour l'admittance réduite y

$$y = g - jb \quad (31)$$

et si l'on suit dans le plan (g, b) l'admittance y en traversant une lame homogène non absorbante, on obtient un cercle pour lequel la valeur absolue du rapport ρ des amplitudes de l'onde incidente et réfléchie est constante. Tous les cercle $|\rho|$ = constante

forment un faisceau. Les deux cercles avec rayons égaux à zéro sont les points (1,0) et (—1,0). On peut

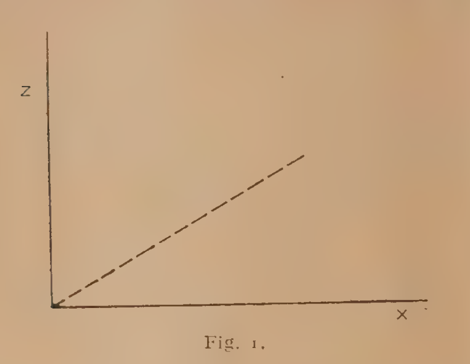


Fig. 1.

déduire cela facilement en considérant les relations (7) et (8) qui donnent

$$\rho = \frac{1 - y}{1 + y} \cdot \qquad (32)$$

Les courbes pour lesquelles l'argument Ψ de ρ est constant forment un faisceau coupant de manière orthogonale le faisceau $|\rho| =$ constante.

Le diagramme est dessiné dans la figure 2. Les cercles r constant sont indiqués par la valeur du coefficient de transmission $t = 1 - r$, si $r = \rho\rho^*$ est égal au coefficient de réflexion. Les cercles Ψ-constant sont indiqués par l'argument de ρ.

Que faut il faire maintenant pour évaluer la valeur de y d'un côté d'une lame d'épaisseur optique q, la valeur de l'autre côté étant connue égale à y_0? Du point y_0 il faut longer le cercle $|\Psi| =$ constante jusqu'à ce que l'accroissement de l'argument soit égal à $2q$ et l'on obtient ainsi la valeur y à la fin de la couche.

De la même façon on peut évaluer la valeur de l'admittance réduite en traversant une couche hétérogène pour laquelle la grandeur a est constante.

Connaissant $y'_0 = \frac{y - ja}{\sqrt{1 - a^2}}$ relatif à l'un des côtés de la lame il faut aussi, partant de ce point Y'_0, longer le cercle $|\rho| =$ constante jusqu'à ce que l'accroissement de Ψ soit égal à $2q' = 2q\sqrt{1 - a^2}$ et l'on obtient la valeur de y' à l'autre côté de la lame. De cette valeur on peut déduire celle de l'admittance réduite y.

En appliquant cette méthode à des lames multiples on peut calculer successivement l'admittance réduite,

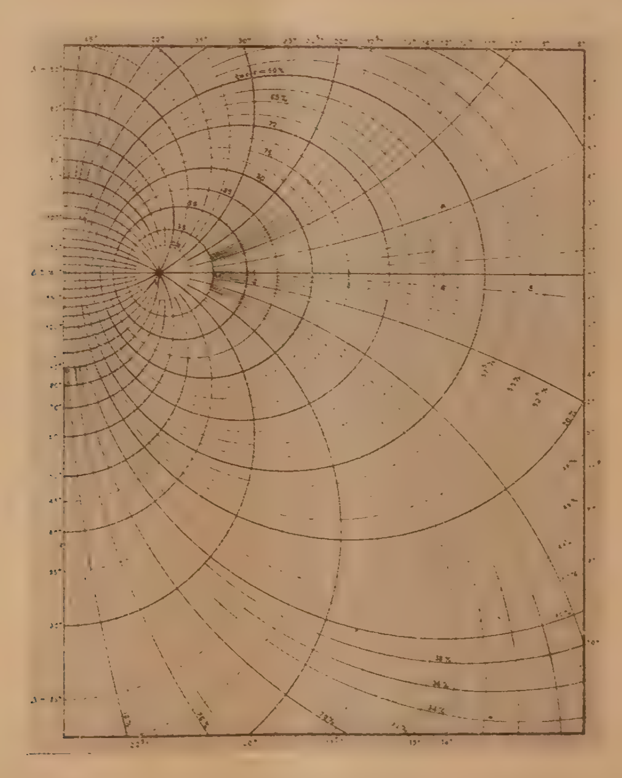


Fig. 2. — Diagramme d'admittance. Les deux faisceaux orthogonaux sont les cercles avec réflexion ρ constante et les cercles avec angle de phase Ψ constant.

passant d'une couche à une autre. L'admittance réduite y' à la fin d'une couche étant connue, on obtient celle y_2 au commencement de la couche adjacente à partir de la condition de continuité de l'admittance Y. On a donc $n_1 y_1 = n_2 y_2$ si n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des deux côtés du plan séparant les deux couches.

J'ai calculé d'après cette méthode deux exemples. Le premier exemple a été calculé de deux manières différentes, l'une par Schlick [2], l'autre par Kossel [3], qui a utilisé une méthode d'approximation. C'est une couche hétérogène sur verre. L'indice de réfraction de la couche varie de celle du verre (1,52) à 1,00.

Le diagramme de l'admittance est dessiné dans la figure 3 en supposant que la dispersion peut être négligée. La quantité q (voyez les chiffres inscrits) est donnée ici en degrés et non en radians, donc

$$q = \frac{360 \int n \, dl}{\lambda}.$$

Dans la figure suivante on donne la valeur de la réflexion r en fonction de q. Avec bonne approximation c'est la même courbe qu'on rencontre dans la diffraction de la lumière par une fente, c'est-à-dire

$$r = c \frac{\sin^2 q}{q^2}.$$

Le second exemple a été réalisé par Strong. C'est

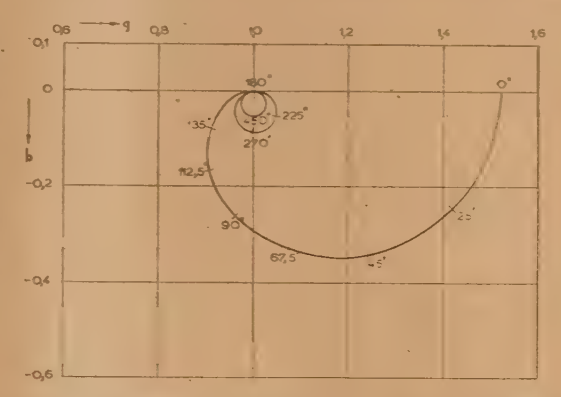


Fig. 3. — Diagramme de l'admittance réduite d'une couche hétérogène sur verre (indice 1,52). L'indice de réfraction de la couche varie de 1,52 à 1,00.

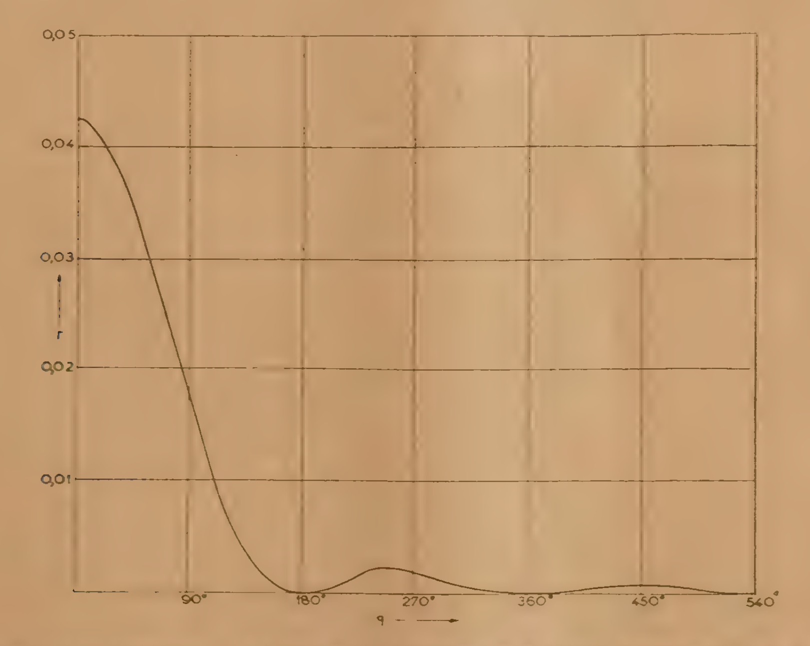


Fig. 4. — Réflexion d'un verre (n = 1,52) avec couche hétérogène, dont l'indice de réfraction varie de 1,52 à 1,00, en fonction de l'épaisseur optique q.

un verre, qui est couvert de deux couches. La première est hétérogène et la seconde homogène de la manière indiquée dans la figure 5. L'épaisseur optique de la seconde est la moitié de celle de la première. La figure donne le coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur optique q de la couche homogène (q est proportionnel à la fréquence ν).

La partie visible du spectre est dessinée entre

deux lignes pointillées, si à $q = 90°$ la longueur d'onde est égale à 5 500 Å.

Dans la figure la réflexion de ce système est comparée à celle de deux couches homogènes dont les indices de réfraction sont 1,875 et 1,52 (ligne pointillée). On voit que le système avec couche hétérogène est meilleur au point de vue de la diminution de la réflexion, au moins dans le spectre visible.

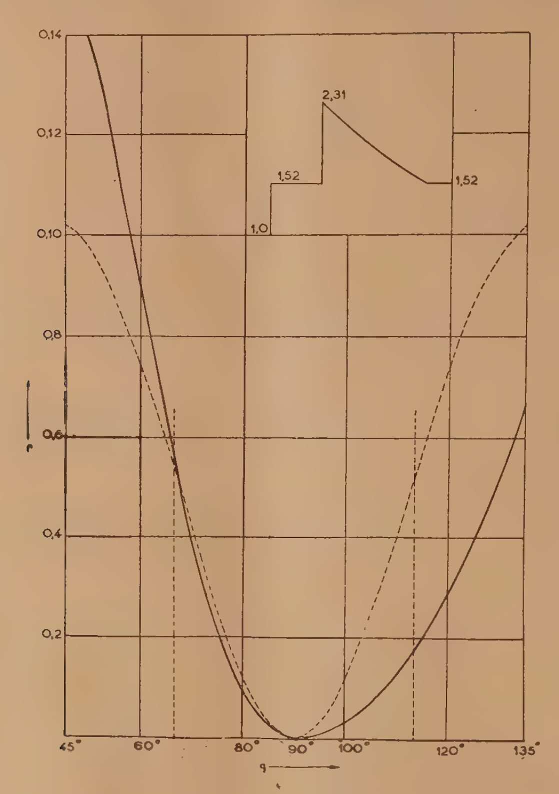


Fig. 5. — Réflexion d'un verre avec deux lames, dont une est hétérogène, en fonction de l'épaisseur optique q de la lame homogène (ligne tiré).

Je remercie le Dr C. W. Kosten, professeur adjoint à l'École Polytechnique Supérieure de Delft, qui a mis à ma disposition la figure 2.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Kronig R., Blaisse B. S. et van der Sande J. J. — *Appl. Sci. Res.*, 1947, B **1**, 63.

[2] Schlick M. — Uber die Reflexion des Lichtes in einer homogenen Schicht, Diss. Berlin, 1904.

[3] Kossel D. — *Optik*, 1948, **3**, 266.

[4] Schusser K. et Hohberg A. — *Ann. Physik.*, 1933 (5) **16**, 203.

ÉTUDE GRAPHIQUE DES PROPRIÉTÉS OPTIQUES THÉORIQUES DES LAMES MINCES

Par P. COTTON.

Summary. — The method explained here permits a simple evaluation of sometimes complicated results of theoretical calculations. It uses a graphical representation of calculations with complex numbers. After the study of the case of a simple interface (Fresnel coefficients) the case of a single film, absorbing or non-absorbing, is examined, and then the method is generalised for the case of double or multiple films.

Introduction. — Les propriétés optiques théoriques d'une lame mince ou d'un empilement de lames minces se déduisent aisément de la théorie électromagnétique de la lumière. Ces propriétés optiques sont :

1° les facteurs de réflexion pour les deux sens de propagation possibles (R et R') et le facteur de transmission (T) de la lame;

2° les variations de phase correspondantes (φ, φ' et ψ).

Les expressions obtenues varient suivant les auteurs; leur forme est généralement simple et condensée, mais leur utilisation demande des calculs longs et fastidieux. La précision demandée au résultat final étant de l'ordre de 1/100e en général, on peut utiliser avec profit une méthode graphique pour ces déterminations.

Différents auteurs ont indiqué dans ce but de telles méthodes pour les lames minces uniques [1]. Celle qui est indiquée ci-dessous conduit à un graphique simple à réaliser, d'interprétation facile, et donnant immédiatement les résultats intéressants. De plus elle peut être utilisée sans grandes complications pour l'étude des lames doubles ou multiples.

Le graphique employé est la traduction géométrique des opérations algébriques effectuées sur des nombres complexes. Les transformations géométriques auxquelles on est conduit sont simples (translation, rotation, symétrie, homothétie, similitude, inversion).

J'étudie tout d'abord le cas d'une interface (détermination graphique du coefficient de Fresnel à la surface de séparation de deux milieux), j'indique ensuite la construction utilisée dans le cas général d'une lame mince simple absorbante, et la simplification qui est possible si la lame est transparente. Les résultats obtenus sont appliqués à l'étude d'une lame double et d'une lame multiple.

Coefficients de Fresnel à la réflexion normale sur la surface de séparation de deux milieux. — Une surface plane sépare deux milieux d'indice n_0 et n_1. La lumière vient du milieu 0 *suivant la normale à la surface.* a_0 et b_0 sont les amplitudes *complexes*, incidente et réfléchie, mesurées dans le plan de la surface de séparation 0 — 1.

Le coefficient de Fresnel à l'interface 0 — 1 est le rapport des deux nombres complexes $\frac{b_0}{a_0}$; son module ρ est égal à la racine carrée du facteur de réflexion; son argument φ à la variation de phase à la réflexion dans le milieu 0 sur le milieu 1.

Pour l'incidence normale et le sens de propagation $0 \rightarrow 1$, ce coefficient de Fresnel r_1 a pour expression

$$\frac{b_0}{a_0} = r_1 = \rho_1\, e^{j\varphi_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}, \qquad j = \sqrt{-1},$$

si la lumière vient du milieu 1 la valeur du coefficient de Fresnel est

$$r'_1 = \rho'_1\, e^{j\varphi} = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} = -r_1 = \rho_1\, e^{j(\varphi_1 + \pi)}.$$

Pour déterminer ce coefficient de Fresnel, on utilisera avec profit les abaques mises au point par D. Malé [2]. Dans certains cas il peut être intéressant de construire directement l'indicatrice du coefficient de Fresnel (c'est-à-dire le lieu des points dont l'affixe est r_1) lorsque n_0 ou n_1 varie. Dans le cas le plus général n_0 et n_1 sont tous deux des nombres complexes

$$n_0 = \nu_0 - j\varkappa_0, \qquad n_1 = \nu_1 - j\varkappa_1,$$

selon que n_0 ou n_1 varie on emploie l'une ou l'autre des deux formes suivantes pour r_1 :

$$r_1 = -1 + \frac{2n_0}{n_0 + n_1} = 1 - \frac{2n_1}{n_0 + n_1}$$

(les constructions qui sont indiquées ci-dessous

lorsque n_1 est la variable, s'appliquent également si n_0 est la variable, le passage d'un type de construction à l'autre correspond à une symétrie par rapport à l'origine).

Partant du lieu N_1 des points d'affixe n_1, on lui fait subir une *translation* d'amplitude $-1 + n_0$. La courbe N'_1 obtenue est alors inversée, dans une *inversion géométrique* ayant pour pôle le point -1 de puissance $2\,|\,n_0\,|$. On transforme alors la courbe obtenue N''_1 par *symétrie par rapport à* OX, puis on lui fait subir une *rotation* ayant pour centre le point -1, d'angle égal à l'argument de n_0. On obtient ainsi, après ce cycle de transformation, l'*indicatrice du coefficient de Fresnel* r_1.

Dans le cas général ce cycle de transformation est un peu compliqué, il se simplifie lorsque la variation de n_1 est linéaire : dans ce cas l'indicatrice de r_1 est un *cercle*. La figure ci-contre (*fig.* 1) donne

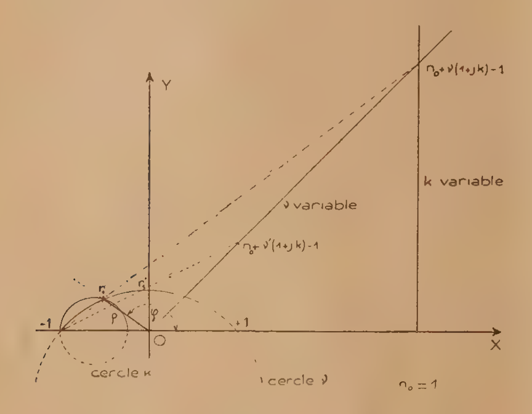


Fig. 1.

un exemple d'une telle construction dans le cas particulier où n_0 est réel et ν_1 $\left(\text{ou } k_1 = \frac{\varkappa_1}{\nu_1}\right)$ variable.

Cas d'une lame mince unique.

Formules. — Soit une lame mince d'épaisseur d_1, d'indice $n_1 = \nu_1 - j\varkappa_1 = \nu_1(1 - jk_1)$ comprise entre deux milieux d'indice n_0 et n_2. La lumière, de longueur d'onde λ dans le vide, vient du milieu 0 (sens $0 \to 2$); elle tombe normalement sur la lame. Soit a_0, b_0, a_2 les amplitudes complexes incidente, réfléchie et transmise par la lame *mesurées dans le plan de la surface de séparation* $0 - 1$.

Avec les notations précédentes :

$$r_1 = \rho_1\, e^{j\varphi_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}, \qquad r_2 = \rho_2\, e^{j\varphi_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},$$

et en posant

$$2jp = 4\pi j n_1 \frac{d_1}{\lambda} = 4\pi j \nu_1 \frac{d_1}{\lambda}[1 - jk] = j\theta[1 - jk],$$

$$\theta = 4\pi j \frac{\nu_1 d_1}{\lambda},$$

les rapports des amplitudes complexes, réfléchie et transmise à l'amplitude incidente sont obtenus sous la forme suivante en utilisant la théorie électromagnétique de la lumière

$$r = \frac{b_0}{a_0} = \rho\, e^{j\varphi} = \frac{r_1\, e^{2jp} + r_2}{e^{2jp} + r_1 r_2},$$

$$t = \frac{a_2}{a_0} = \tau\, e^{j\psi} = \frac{(1 + r_1)(1 + r_2)\, e^{jp}\, e^{2\pi j n_2 \frac{d_2}{\lambda}}}{e^{2jp} + r_1 r_2},$$

les facteurs de réflexion R et de transmission T de la lame sont égaux à

$$R = \rho^2, \qquad T = \tau^2 \frac{n_2}{n_0},$$

les variations de phase correspondantes sont les arguments des rapports

$$\frac{b_0}{a_0}\ (\varphi) \quad \text{et} \quad \frac{a_2}{a_0}\ (\psi).$$

Lorsque le milieu 2 est transparent (ce que l'on doit supposer pour que T ait une signification physique) et lorsque la lumière vient du milieu 2, le rapport de l'amplitude réfléchie par la lame (b_2) à l'amplitude incidente a_2, mesurées dans le plan de la surface de séparation $2 - 1$, est donné, avec les mêmes notations, par

$$r' = \rho'\, e^{j\varphi'} = \frac{-r_2\, e^{2jp} - r_1}{e^{2jp} + r_1 r_2}.$$

Le facteur de réflexion « côté 2 » (R') et la variation de phase (φ) correspondante sont données ici encore par

$$r' = \left|\frac{b_0}{a_0}\right|^2 = \rho'^2, \qquad \varphi' = \text{argument}\ \frac{b_2}{a_2},$$

on démontre facilement que le facteur de transmission T *de la lame a la même valeur pour les deux sens de propagation.*

On est donc amené à déterminer le module et l'argument des trois quantités r, r' et t, que l'on peut écrire sous la forme

$$r = r_1 \frac{\alpha - e^{2jp}}{\beta - e^{2jp}}, \qquad r' = -r_2 \frac{\alpha' - e^{2jp}}{\beta - e^{2jp}},$$

$$t = \frac{u\, e^{jp}\, e^{2\pi j n_2 \frac{d_1}{\lambda}}}{\beta - e^{2jp}},$$

en posant

$$\alpha = -\frac{r_2}{r_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\, e^{j(\varphi_2 - \varphi_1 + \pi)}, \qquad \beta = -r_1 r_2 = \rho_1 \rho_2\, e^{j(\varphi_1 + \varphi_2 + \pi)},$$

$$\alpha' = -\frac{r_1}{r_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\, e^{j(\varphi_1 - \varphi_2 + \pi)}, \qquad u = -(1 + r_1)(1 + r_3).$$

Construction générale. — Portons dans le plan de la variable complexe $u = x + jy$ les points : M (affixe $e^{2j\rho}$), $A(\alpha)$, $A'(\alpha')$, $B(\beta)$, $M_0(1)$ (*fig.* 2). On

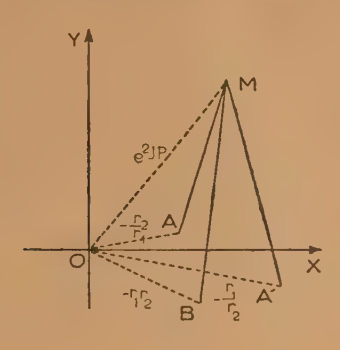


Fig. 2.

mesure les longueurs $\overline{MA}$, $\overline{MA'}$, $\overline{MB}$, $\overline{OM}$ et $\overline{M_0B}$. Les facteurs de réflexion et de transmission de la lame considérée sont

$$R = \rho_1^2 \left[\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} \right]^2, \qquad R' = \rho_2^2 \left[\frac{\overline{MA'}}{\overline{MB}} \right]^2,$$

$$T = T_0 \left[\frac{\overline{OM}}{\overline{MB}^2} \right] \left[\frac{\overline{M_0B}^2}{\overline{OM_0}} \right],$$

T_0 facteur de transmission du dioptre 0 — 2 seul (support nu). Les angles $\widehat{MB, MA}$, $\widehat{MB, MA'}$, $\widehat{OX, MB}$ et $\widehat{OX, OM}$ permettent de déterminer les variations de phase correspondantes :

$$\varphi = \varphi_1 + \widehat{MB, MA},$$

$$\varphi' = \varphi_2 + \widehat{MB, MA'} + \pi,$$

$$\psi = \frac{\widehat{OX, OM}}{2} - \widehat{OX, MB} + 2\pi\nu_2 \frac{d_1}{\lambda} + \psi_0,$$

La construction ne présente aucun intérêt pour un point isolé, le calcul direct est alors aussi rapide. Il n'en est pas de même si l'on veut étudier les *variations des propriétés optiques de la lame avec son épaisseur* d_1. Lorsque d_1 varie le point M, d'affixe $e^{2j\rho} = e^{4\pi j n_1 \frac{d_1}{\lambda}} = e^{j\theta}\, e^{k\theta}$, décrit *une spirale logarithmique* Σ (rayon vecteur $OM = e^{k\theta}$, angle polaire θ) de paramètre $k = \frac{\chi_1}{\nu_1}$. Il suffit de tracer cette spirale logarithmique, de la graduer en fonction de θ (donc de d) pour obtenir les valeurs de R, R' et T, φ, φ' et ψ avec grande rapidité. Un tracé un peu soigné permet d'atteindre une précision de 1/200ᵉ. La figure 3 montre un exemple de telle construction.

Les calculs préliminaires et le tracé de l'épure prennent 2 h environ, les mesures géométriques correspondant à 30 valeurs de d, 1 h, les calculs consécutifs (rapports de longueurs, etc.), 1 h, si bien que, en 4 h on peut tracer les courbes de R_1,

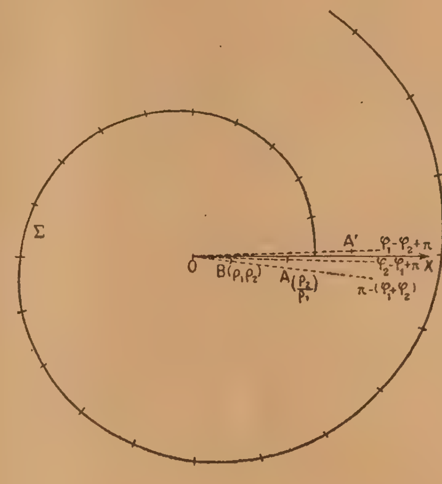


Fig. 3.

R', T, φ, φ' et ψ avec 30 points. Le calcul de ces 30 points demande au moins 2 jours. L'avantage est donc net.

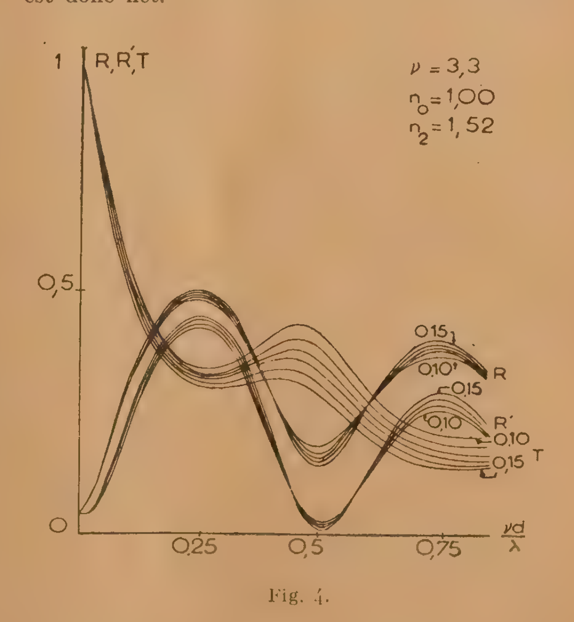


Fig. 4.

Il apparaît encore plus évident si l'on veut étudier l'influence du support (n_2 variable) ou du milieu en contact avec la première face (n_0 variable). La spirale Σ est en effet tracée une fois pour toutes.

Il en est de même si l'on fait varier l'indice de réfraction ν_1 de la lame, le coefficient d'extinction $k = \frac{\varkappa_1}{\nu_1}$ restant constant. On peut alors obtenir en un jour un réseau de courbes théoriques tel que celui qui est représenté à la figure 4. Ce réseau correspond à une série de lames de même indice de réfraction ν, dont le coefficient d'extinction $k = \frac{\varkappa_1}{\nu_1}$ varie. On peut constater sur ce réseau l'influence relativement faible du coefficient d'extinction sur les facteurs de réflexion, alors qu'elle est grande sur le facteur de transmission.

Indicatrice du rapport $\frac{b_0}{a_0}$. Cas général, cas d'une lame transparente. — Il peut être utile, dans certains cas, d'obtenir *directement* le lieu des points d'affixe $\frac{b_0}{a_0}$ (rayon vecteur $\sigma = \sqrt{R}$, angle polaire φ) lorsque l'épaisseur d_1 de la lame varie. On procède alors comme dans le cas de la détermination du coefficient de Fresnel.

Le rapport $\frac{b_0}{a_0}$ peut s'écrire

$$\frac{b_0}{a_0} = r_1 + \frac{r_2(1 - r_1^2)}{e^{2jp} + r_1 r_2} = r_1 + \frac{z\, e^{j\xi}}{e^{2jp} + r_1 r_2}$$
$$[z\, e^{j\xi} = r_2(1 - r_1^2)].$$

Le principe de la construction est le suivant :

On trace la spirale $\Sigma(e^{2jp})$, une translation définie par $r_1 r_2$ l'amène en $\Sigma'(e^{2jp} + r_1 r_2)$. On inverse cette spirale Σ', le centre d'inversion étant à l'origine, la puissance d'inversion étant $z = |r_2(1 - r_1^2)|$ on la transforme par symétrie par rapport à OX. On obtient ainsi le lieu Γ'' du point d'affixe

$$\frac{z}{e^{2jp} + r_1 r_2}.$$

Une rotation de centre à l'origine et d'angle ξ = argument $r_2(1 - r_1^2)$ l'amène en Γ'; une dernière translation, d'amplitude r_1, donne la courbe Γ lieu du point d'affixe

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1\, e^{2jp} + r_2}{e^{2jp} + r_1 r_2}.$$

Cette série de transformations est assez longue, elle nécessite l'emploi d'un inverseur mécanique de grandes dimensions, mais elle offre l'avantage de donner directement R et φ.

La construction est délicate dans le cas général mais elle est extrêmement simple dans le cas d'une *lame transparente*. Si la lame est transparente $k = \frac{\varkappa}{\nu} = 0$ (l'absorption est nulle); la spirale Σ dégénère en un cercle et les constructions se font alors avec un compas et une règle. On utilise le fait qu'on peut ramener l'inversion d'un cercle en un autre à l'inversion d'un cercle en lui-même.

L'indicatrice Γ du rapport $\frac{b_0}{a_0}$ est un cercle lorsque la lame n'est pas absorbante. — Posons $\theta = 2p - \varphi_2$. L'équation du cercle s'écrit

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1\, e^{j\theta} + \rho_2}{e^{j\theta} + r_1 \rho_2} \qquad (r_1 \text{ réel, milieu 0 transparent}).$$

il correspond point par point par inversion de pôle I' (abscisse $\frac{1}{r_1}$ sur OX), au cercle Γ' d'équation

$$\frac{r_1(1 - \rho_2^2)}{1 - r_1^2 \rho^2} + e^{j(\theta+\pi)} \frac{\rho_2(1 - r_1^2)}{1 - r_1^2 \rho_2^2}$$

ou, par inversion de pôle I'' (abscisse r_1 sur OX) au cercle Γ'' d'équation

$$\frac{r_1(1 - \rho_2^2)}{1 - r_1^2 \rho_2^2} + e^{-j(\theta+\pi)} \frac{\rho_2(1 - r_1^2)}{1 - r_1^2 \rho_2^2}.$$

Ces trois cercles Γ, Γ' et Γ'' *sont confondus*, seules varient leurs graduations en fonction de p. Les extrémités de leur diamètre commun, porté par OX, sont les points

$$H_0\left(\frac{r_1 + \rho_2}{1 + r_1 \rho_2}\right), \qquad H_\pi\left(\frac{-r_1 + \rho_2}{-1 + r_1 \rho_2}\right).$$

Ces cercles tracés, on gradue le cercle Γ en fonction de p (donc de l'épaisseur d) de la façon suivante (*fig.* 5).

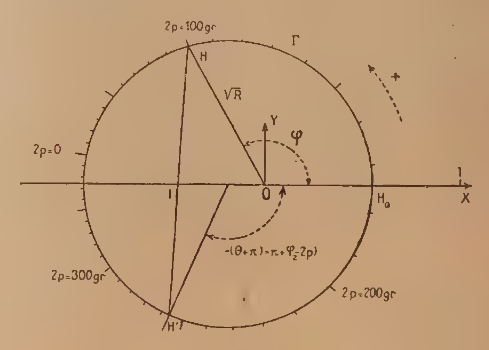


Fig. 5.

Sur OX on place le centre d'inversion choisi (c'est en général le centre I'' d'abscisse r_1, qui donne la construction la plus précise). A partir de H_0 on porte sur le cercle un arc H_0, H' dont l'angle au centre a pour valeur absolue $\theta + \pi$, dans le sens positif si le centre d'inversion est I' $\left(\frac{1}{r_1}\right)$, dans le sens négatif si le centre d'inversion choisi est I'' (r_1). On joint le point H' ainsi trouvé au centre d'inversion correspondant par une droite qui coupe le cercle Γ

en un deuxième point H. Ce point H a pour affixe le rapport $\frac{b_0}{a_0}$:

Le facteur de réflexion de la lame étudiée est $R = \overline{OH}^2$, la variation de phase par réflexion $\varphi = \widehat{OX, OH}$. La précision des résultats obtenus est de 1/200e, en prenant 10 cm comme unité de longueur.

La figure 5 correspond à une lame mince d'oxyde de titane (TiO_2) ($n_1 = 2{,}6$) déposée sur de l'aluminium ($n_2 = 1{,}28 - 4{,}68\,j$) pour la longueur d'onde $\lambda = 0{,}589\,\mu$. La figure 6 donne la variation de R ainsi obtenue.

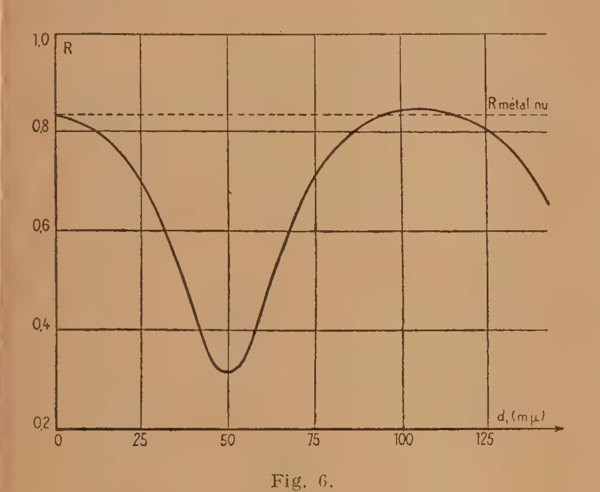


Fig. 6.

Le graphique est encore plus simple et de construction immédiate si le support est transparent.

L'avantage de cette méthode est grand dans le cas de la réflexion *oblique*. Les formules à utiliser sont légèrement différentes : les coefficients de Fresnel doivent être calculés pour chaque incidence et chaque composante (parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence). Le graphique donne immédiatement le *déphasage* dû à la lame et l'intensité des deux composantes réfléchies. Les formules utilisées, dans le cas de l'incidence oblique, sont en effet de forme semblable à celles qui correspondent à l'incidence normale.

Le rapport $\frac{b_0}{a_0}$, pour une composante déterminée (parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence) se met sous la forme réduite

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1\, e^{2jp} + r_2}{e^{2jp} + r_1 r_2},$$

mais les lettres r_1, r_2 et p ont une signification différente de celle indiquée plus haut.

Soit i_0, i_1, i_2 l'angle d'incidence de la lumière dans les milieux 0, 1 et 2 :

$$(n_0 \sin i_0 = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2),$$

on aura dans les deux cas

$$2p = 4\pi n_1 \frac{d_1 \cos i_1}{\lambda}.$$

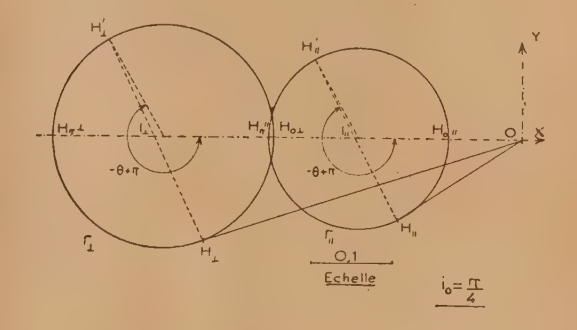
Pour l'étude de la composante parallèle au plan d'incidence :

$$r_1 = -\frac{\operatorname{tg}(i_0 - i_1)}{\operatorname{tg}(i_0 + i_1)}, \qquad r_2 = -\frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}.$$

Pour la composante perpendiculaire :

$$r_1 = -\frac{\sin(i_0 - i_1)}{\sin(i_0 + i_1)}, \qquad r_2 = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}.$$

Le calcul de ces coefficients de Fresnel peut se faire directement ou en utilisant les abaques de Biot [4].



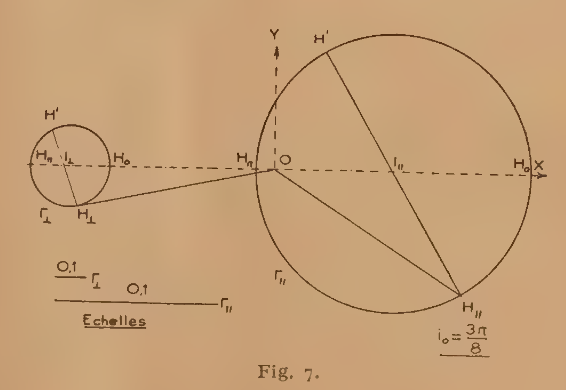


Fig. 7.

La construction s'effectue alors de la même façon que pour l'incidence normale. La juxtaposition des deux graphiques permet de voir immédiatement le déphasage introduit entre les deux composantes en fonction de l'épaisseur de la lame. La figure 7 représente deux exemples de telle construction : lame d'indice $n_1 = 2$ entre air ($n_0 = 1$) et verre $n_2 = 1{,}5$); angle d'incidence I_0 : $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{8}$.

Généralisation des résultats obtenus dans le cas d'une lame double. — La lumière, de longueur d'onde λ dans le vide, vient du milieu d'indice n_0, elle tombe normalement sur la lame et rencontre successivement la couche d'indice n_1, d'épaisseur d_1, puis la couche d'indice n_2, d'épaisseur d_2, et enfin le support d'indice n_3.

Les amplitudes complexes incidente (a_0), réfléchie (b_0) et transmise (a_3) sont mesurées dans le plan de la surface de séparation $0 - 1$.

Ici encore, le carré du module du rapport $\frac{b_0}{a_0}$ est le facteur de réflexion de la lame pour le sens $0 \to 3$. L'argument de $\frac{b_0}{a_0}$ est la variation de phase par réflexion. Le facteur de transmission T est égal à $\left|\frac{a_3}{a_0}\right|^2 \frac{n_3}{n_0}$.

Dans les expressions données par Rouard [3] pour les rapports $\frac{b_0}{a_0}$ et $\frac{a_3}{a_0}$ on utilise les notations suivantes :

$$r_1 = \rho_1\, e^{j\varphi_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}, \qquad 2jp = 4\pi j n_1 \frac{d_1}{\lambda},$$

$$r_2 = \rho_2\, e^{j\varphi_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \qquad 2jq = 4\pi j n_2 \frac{d_2}{\lambda},$$

$$r_3 = \rho_3\, e^{j\varphi_3} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}, \qquad s = 2\pi j n_3 \frac{d_1 + d_2}{\lambda};$$

on a deux formes possibles pour les rapports $\frac{b_0}{a_0}$ et $\frac{a_3}{a_0}$:

Première forme :

$$\frac{b_0}{a_0} = r_1 \frac{e^{2jp} + \dfrac{r'_2}{r_1}}{e^{2jp} + r_1 r'_2}, \qquad \text{en posant} \quad r' = \frac{r_2\, e^{2jq} + r_3}{e^{2jq} + r_2 r_3};$$

$$\frac{a_3}{a_0} = \frac{(1 + r_1)(1 + r_2)(1 + r_3)\, e^{jp}\, e^{jq}\, e^{js}}{(e^{2jp} + r_1 r'_2)(e^{2jq} + r_2 r_3)};$$

Deuxième forme :

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1\, e^{2jp} + r_2}{e^{2jp} + r_1 r_2} \; \frac{e^{2jq} + r_3 \dfrac{r_1 r_2\, e^{2jp} + 1}{r_1\, e^{2jp} + r_2}}{e^{2jq} + r_3 \dfrac{r_2\, e^{2jp} + r_1}{e^{2jp} + r_1 r_2}},$$

$$\frac{a_3}{a_0} = \frac{(1 + r_1)(1 + r_2)(1 + r_3)\, e^{jp}\, e^{jq}\, e^{js}}{(e^{2jp} + r_1 r_2)\left(e^{2jq} + r_3 \dfrac{r_2\, e^{2jp} + r_1}{e^{2jp} + r_1 r_2}\right)}.$$

Sans entrer dans le détail des constructions (on trouvera ailleurs [5] un exposé plus complet de la question) je signale rapidement leur principe :

Sous la forme 1 le rapport $\frac{b_0}{a_0}$ fait intervenir la couche d'indice n_2, par le rapport

$$r'_2 = \frac{r_2\, e^{2jq} + r_3}{e^{2jq} + r_2 r_3}.$$

On construira la courbe Γ, lieu des points d'affixe r'_2. Une homothétie de centre l'origine, de rapport complexe $-\frac{1}{r'_2}$, appliquée à cette courbe donnera le lieu Γ_A du point A_q d'affixe $\alpha = \frac{r'_2}{r_1}$; de même une homothétie de même centre et de rapport complexe $-r_1$ donnera la courbe Γ_B lieu du point B d'affixe $\beta = -r_1 r'_2$ lorsque q varie.

Le point M d'affixe e^{2jp} décrit, dans le cas général une spirale Σp; en construisant Σ_p, Γ_A et Γ_B , on aura tous les éléments nécessaires à l'étude de la lame double en fonction de l'épaisseur de l'une ou l'autre des deux couches.

La forme 1 est intéressante lorsque la deuxième couche (indice n_2) est transparente. La construction est alors simple.

Si la première couche est transparente, on utilise de préférence la deuxième forme. Les lieux des points

$$A\left(\alpha = -\frac{r_1 r_2\, e^{2jp} + 1}{r_1\, e^{2jp} + r_2}\right) \quad \text{et} \quad B\left(\beta = -r_3 \frac{r_2\, e^{2jp} + r_1}{e^{2jp} + r_1 r_2}\right)$$

sont des cercles dont la construction est aisée.

Conclusions. — La méthode graphique qui a été indiquée ci-dessus est d'un emploi commode pour exploiter les résultats que donnent les calculs théoriques. Appliquées à d'autres problèmes, les machines à calculer modernes donnent très rapidement les résultats de calculs bien plus complexes mais, dans ce cas particulier, ces machines ne donnent pas cette vue d'ensemble des phénomènes qui est parfois plus utile qu'un calcul précis s'appliquant à un petit nombre de points.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Perrot M. — *Revue d'Optique*, 1943, **22**, 20; *Ann. Phys.*, 1944, **19**, 150. — Perrot M. et Cotton P. — *Ann. Phys.*, 1945, **20**, 585. — Winterbottom. — *Trans. Far. Soc.*, 1946, **42**, 487. — Polster. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 350.

[2] Malé D. — *J. Phys. Rad.*, 1945, **6**, 40 S et *Bull. Union Physi.*, 1949, **43**, 104.

[3] Rouard P. — *Ann. Phys.*, 1937, **7**, 291.

[4] Biot. — *Ann. de Bruxelles*, 1933, B **53**, 194.

[5] Cotton P. — *Ann. Phys.*, 1947, **12**, 209.

APPLICATION AUX COUCHES MINCES DE LA THÉORIE DE L'ÉTALON INTERFÉRENTIEL PAR RÉFLEXION

Par Ch. DUFOUR [1].

Summary. — The theory of the etalon used in reflection shows that the phase change on reflection from the second mirror does not affect the intensity distribution in the interference pattern. The first film, however, is involved through its transmission coefficient, its reflection coefficients an the angle $\gamma = \alpha + \alpha' - 2\beta$ where α, α' are the phase changes on reflection and β is the phase change on transmission. In the simplified theory, valid for semi-transparent, non-absorbing films, one assumes that all the phase changes are O or π and therefore $\gamma = 0$. In the general case of absorbing films we have developed a graphical method allowing to find a limit for γ depending on the absorption of the semi-transparent film.

For this purpose, we imagine it to be placed in front of a mirror of reflectivity 1, and we express graphically the fact that the reflection factor of the resulting etalon cannot exceed 1. We derive an algebraical expression for γ for very weak absorption A,

$$\gamma < \frac{A}{\sqrt{R(1-R)}} \quad \text{if} \quad A < 0{,}05 \text{ and } R \leq 0{,}90.$$

Applications. — The knowledge of an upper limit of γ provides information on the limits of application of the simplified theory of the reflection etalon or of the interference filter with three films used in reflection. It has also allowed us to evaluate the error committed by assuming $\gamma = 0$ in the calculation of the absorption of multiple films of small absorption from the absorption of a single film.

1. Théorie de l'étalon interférentiel par réflexion. Solution graphique. — La théorie de l'interféromètre de Fabry-Perot, utilisé par réflexion, se fait le plus souvent de façon approchée. Dans le cas où les couches semi-transparentes ne possèdent aucune absorption, la figure d'interférence par réflexion : anneaux sombres sur fond clair, est exactement complémentaire de la figure par transmission et le calcul rigoureux ne présente aucune difficulté. Quand les couches sont absorbantes, les figures ne sont plus complémentaires et le calcul de la répartition des éclairements dans les anneaux obtenus par réflexion doit se faire directement. En général, ce calcul est effectué en tenant compte de l'absorption des couches mais en négligeant les changements de phase à chaque réflexion. Ces changements de phase sont, pour une lame semi-transparente absorbante différents de zéro ou de π.

Le calcul analytique complet, qui tient compte à la fois de l'absorption et des différents changements de phase, n'est pas d'une interprétation facile, mais il est possible de traiter le problème entièrement par voie graphique. Pour cela, on peut reprendre les méthodes mises au point par P. Cotton pour le calcul des facteurs de réflexion des lames minces multiples [2].

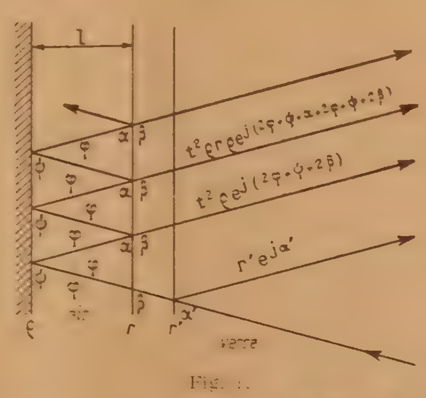


Fig. 1.

	Amplitude.	Phase.
Réflexion verre-métal	r	α
» air-métal	r	α
Transmission	t	β
Réflexion deuxième miroir ..	ρ	[illegible]

$$\varphi = \frac{2\pi ne}{\lambda}.$$

[1] Ce travail a été effectué en 1946 au laboratoire de M. Jacquinot à Bellevue.

[2] P. Cotton, *Ann. Phys.*, mars-avril 1947, p. [illegible].

Il est cependant plus simple, dans ce cas particulier, de chercher l'expression graphique directe de la série formée par les rayons successifs. La figure 1 indique les notations utilisées. Pour aboutir à une construction géométrique simple, nous allons supposer que le premier rayon réfléchi fait partie de la série d'Airy formée par les rayons 2, 3, 4, etc. Nous aurons ainsi pour la représentation graphique un vecteur qui figure la somme de la série d'Airy exactement comme pour l'étalon par transmission, plus un vecteur fixe qui correspond à la différence entre le premier terme fictif de la série d'Airy et le terme $r' e^{j\alpha'}$ qui représente la première réflexion.

Nous obtenons ainsi pour la répartition des intensités en fonction de φ:

$$I(\varphi) = \Bigg| \underbrace{r' e^{j\alpha'} - \frac{T}{r} e^{j(2\beta-\alpha)}}_{\text{Vecteur fixe}} + \underbrace{\frac{T}{r}\,\frac{e^{j(2\beta-\alpha)}}{1 - r\rho\, e^{j(2\varphi+\psi+\alpha)}}}_{\text{Vecteur représentant la série d'Airy}} \Bigg|^2.$$

Pour faciliter la construction, nous allons effectuer une rotation d'un angle $2\beta - \alpha$ et poser $\varphi' = 2\varphi + \psi + \alpha$:

$$I(\varphi') = \Bigg| \underbrace{r' e^{j(\alpha+\alpha'-2\beta)} + \frac{T}{r} e^{j\pi}}_{\text{Vecteur } \overrightarrow{PO}} + \underbrace{\frac{T}{r}\,\frac{1}{1 - r\rho\, e^{j\varphi'}}}_{\text{Vecteur } \overrightarrow{ON}} \Bigg|^2.$$

La figure 2 indique la construction graphique

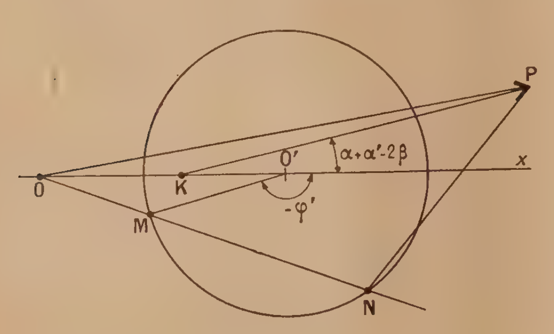


Fig. 2.

$$I(\varphi') = \Bigg| \underbrace{r' e^{j(\alpha+\alpha'-2\beta)} + \frac{T}{r} e^{j\pi}}_{\text{Vecteur } \overrightarrow{PO}} + \underbrace{\frac{T}{r}\,\frac{1}{1 - r\rho\, e^{j\varphi'}}}_{\text{Vecteur } \overrightarrow{ON}} \Bigg|^2.$$

$$|OK| = \frac{T}{r}, \qquad |KP| = r',$$

$$OO' = \frac{T}{r}\,\frac{1}{1 - r^2\rho^2}, \qquad O'M = r\rho\, OO'.$$

de la fonction $I(\varphi')$. Le vecteur fixe $\overrightarrow{PO}$ est obtenu en portant $OK = \frac{T}{r}$ sur l'axe des x et en menant ensuite $\overrightarrow{KP}$ de module $KP = r'$ et d'argument $\alpha + \alpha' - 2\beta$.

Le vecteur $\overrightarrow{ON}$ résulte d'une inversion. En effet, $r\rho e^{j\varphi'}$ représente un cercle. $(1 - r\rho e^{j\varphi'})$ est un vecteur de centre O et d'extrémité M qui décrit ce cercle; N est l'inverse de M. Sur le graphique nous porterons $OO' = \frac{T}{r}\,\frac{1}{1 - r^2\rho^2}$ et nous tracerons le cercle de rayon $O'M = r\rho\, OO'$.

La détermination de la fonction $I(\varphi') = \left|\overrightarrow{ON}\right|^2$ devient alors fort simple. On trace d'abord $O'M$ tel que $\widehat{Ox.O'M} = -\varphi'$; on joint ensuite OM qui coupe le cercle en N. La longueur PN donne le résultat cherché. L'angle $\widehat{Ox.PN}$ permet de connaître la phase de la résultante des rayons réfléchis.

Une telle construction nous a permis d'expliquer simplement les différents aspects des anneaux par réflexion suivant les couches semi-transparentes choisies et notamment la dissymétrie dans la répartition des éclairements dans les anneaux ([3]).

Mais dans cet exposé, nous n'insisterons pas sur les applications dans le domaine de l'interférométrie usuelle et nous nous limiterons aux conséquences pour les couches minces proprement dites.

2. **Applications aux couches minces.** — A. La construction graphique précédente va nous permettre de préciser la corrélation entre l'absorption d'une couche mince semi-transparente et les changements de phase à la réflexion et à la transmission.

Soulignons tout d'abord les caractéristiques des résultats obtenus lors du calcul de la répartition de l'énergie dans les anneaux par réflexion :

Le changement de phase ψ à la réflexion sur le second miroir, qu'il soit opaque ou semi-transparent, ne joue aucun rôle dans la forme de la fonction $I(\varphi)$. Il introduit simplement dans le calcul une épaisseur fictive de l'étalon différente de son épaisseur réelle e. La connaissance de la valeur de ψ n'est donc pas nécessaire.

Les données r, t, ρ sont faciles à connaître expérimentalement. Elles sont de toute façon indispensables, même pour effectuer le calcul élémentaire simplifié de $I(\varphi)$.

Les changements de phase à la réflexion et à la transmission sur la couche semi-transparente interviennent par l'intermédiaire de l'expression

$$\alpha + \alpha' - 2\beta = \gamma.$$

C'est la seule quantité supplémentaire à connaître pour pouvoir effectuer le calcul exact de $I(\varphi)$. Pour une couche non absorbante : $\gamma = 2k\pi$ et le point P est sur l'axe des x; la construction correspond bien à la théorie élémentaire. Si la couche est absorbante, on peut calculer α, α' et β connaissant l'épaisseur

([3]) Hamy, *J. Phys. Rad.*, 1906, t. 5, p. 789.

et l'indice complexe de la couche par les méthodes indiquées par M. Perrot et P. Cotton. Malheureusement, dans la pratique, on ne connaît pas les indices complexes de tous les matériaux pour toutes les épaisseurs et toutes les longueurs d'onde. C'est la raison pour laquelle il nous a paru intéressant de calculer des valeurs limites de γ pour une couche quelconque dont on connaît seulement les facteurs de réflexion et de transmission. Ainsi on pourra toujours encadrer la valeur réelle de $I(\varphi)$ entre deux valeurs obtenues de façon simple pour $\gamma = 0$ et $\gamma = \gamma_{\text{limite}}$.

B. *Calcul des valeurs limites de* γ. — Pour obtenir une valeur limite de γ, nous allons supposer que la couche mince semi-transparente étudiée se trouve placée devant un miroir parfait de facteur de réflexion $\rho^2 = 1$. Nous traduirons ensuite graphiquement le fait que le facteur de réflexion maximum de l'étalon par réflexion ainsi constitué ne peut être supérieur à 1 en vertu de la conservation de l'énergie.

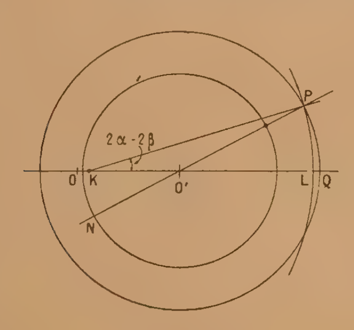


Fig. 3.

$$OK = \frac{T}{r}, \qquad KP = r,$$

$$OO' = \frac{T}{r}\,\frac{I}{I - r^2}, \qquad O'P = \frac{A}{I - r^2}.$$

$$LQ = A\,\frac{I - r}{I - R} \to \frac{A}{2} \qquad \text{quand} \quad r \to 1.$$

Figure pour :

$r = 0{,}95$, $R = 0{,}9025$;

$t = 0{,}20$, $T = 0{,}04$;

$\rho = 1$.

$2\alpha - 2\beta < 0{,}3$ radian.

Pour alléger les calculs, nous supposerons que la couche semi-transparente se trouve entre deux milieux transparents de même indice ($r = r'$ et $\alpha = \alpha'$). Reprenons la construction de la figure 2 avec ces données supplémentaires. Nous voyons que le facteur de réflexion maximum du système est donné par la longueur PN telle que PN passe par le centre O' du cercle, lieu de N. Le lieu des points P tels que $PN \leq 1$ est à l'intérieur du cercle de rayon

$$O'P = 1 - O'N = 1 - \frac{T}{1 - r^2\rho^2} = 1 - \frac{T}{1 - R} = \frac{A}{1 - R},$$

en appelant A l'absorption $I - R - T$ de la couche semi-transparente. Le lieu de P pour une couche donnée (pour laquelle on ne connaît pas $\gamma = 2\alpha - 2\beta$) est un cercle de rayon $KP = r$ et de centre K tel que $OK = \frac{T}{r}$.

L'intersection des cercles de rayon KP et O'P permet de tracer la droite KP qui forme avec Ox l'angle cherché. Comme les seules données qui interviennent dans cette construction sont les facteurs de réflexion et l'absorption de la couche étudiée on pourra tracer une fois pour toutes un réseau de courbes des valeurs limites de γ en fonction de R et de A.

Dans le cas particulier de très faibles absorptions ($A < 0{,}05$) et pour des facteurs de réflexion compris entre 0,10 et 0,90, il est possible de donner à γ_{limite} une expression analytique. En effet, la longueur O'P devient alors petite devant KP et la construction se présente comme l'indique la figure 4.

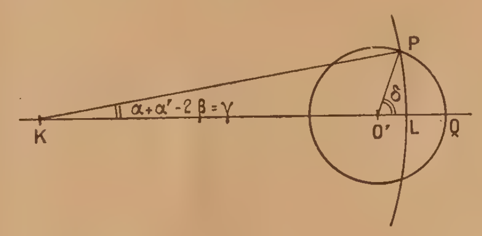


Fig. 4.

On peut confondre γ et $\operatorname{tg}\gamma$, avec $\operatorname{tg}\gamma = \frac{O'L}{KL}\operatorname{tg}\delta$ en appelant δ l'angle $\widehat{LO'P}$.

Après remplacement de O'L, KL et $\operatorname{tg}\delta$ par leur valeur en fonction de A et R, on aboutit à l'expression

$$\gamma_{\text{limite}} = \frac{A}{\sqrt{R(1 - R)}}.$$

Cette expression présente un minimum pour $R = 0{,}50$.

Nous avons consigné les valeurs numériques de γ_{limite} dans le tableau ci-après. Les nombres en gras ont été obtenus par voie graphique, les autres au moyen de l'expression algébrique de γ. La figure 5 schématise l'ensemble des résultats obtenus (*voir* tableau).

C. *Application aux filtres interférentiels par réflexion.* — Les calculs et constructions relatifs à l'étalon par réflexion s'appliquent sans modifications aux filtres par réflexion qui ne sont pas autre chose que des étalons de très faible épaisseur. Il

ne faut cependant pas oublier que les constantes optiques des matériaux utilisés varient parfois considérablement avec la longueur d'onde. Cela n'a pas une grande importance pour le calcul d'un maximum ou d'un minimum de facteur de réflexion car on pourra toujours se limiter à un domaine assez étroit de λ pour effectuer le calcul numérique.

		A.				
R.	$r=\sqrt{R}$.	0,01.	0,02.	0,03.	0,04.	0,05.
0,04...	0,2	0,05	0,10	0,16	0,21	0,265
0,09...	0,3	0,035	0,07	0,105	0,15	0,19
0,25...	0,5	0,023	0,046	0,070	0,092	0,115
0,49...	0,7	0,02	0,04	0,06	0,08	0,100
0,64...	0,8	0,021	0,042	0,063	0,082	0,105
0,81...	0,9	0,025	0,05	0,084	0,12	0,15
0,90...	0,95	0,033	0,07	0,12	0,17	0,23
0,94...	0,97	0,04	0,10	0,17	0,29	–
0,96...	0,98	0,065	0,145	0,30	–	–

Exemple. — Soit à calculer le facteur de réflexion minimum d'un filtre argent-cryolithe-argent dans les conditions suivantes :

Première couche. — Argent :

$$R = 0{,}902, \qquad \sqrt{R} = r = 0{,}95;$$
$$T = 0{,}04, \qquad \sqrt{T} = t = 0{,}20;$$
$$A = 0{,}058.$$

Deuxième couche. — Cryolithe : épaisseur telle que le facteur de réflexion de l'ensemble soit minimum pour la longueur d'onde donnée.

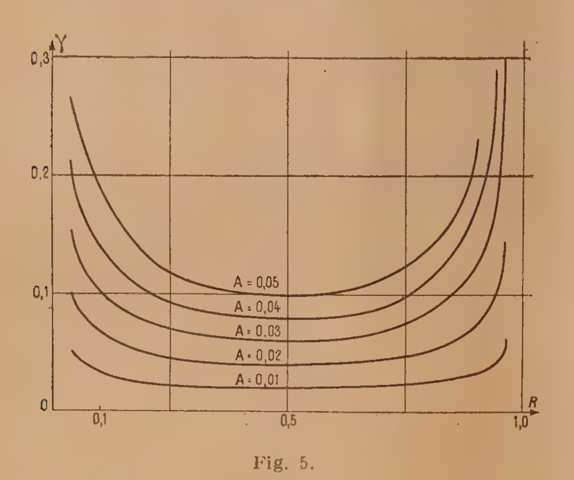


Fig. 5.

Troisième couche. — Argent :

$$\rho^2 = 0{,}94, \qquad \rho = 0{,}97.$$

La figure 5 nous indique que pour la couche d'argent semi-transparente $\gamma < 0{,}3$ radian. La construction de la figure 6 correspond aux données précédentes.

Le facteur de réflexion calculé par la théorie élémentaire $(\gamma = 0)$ est donné par le carré du module de la longueur QL :

$$|QL|^2 = 0{,}206.$$

Le facteur de réflexion qui correspond à

$$\gamma_{\text{limite}} = 0{,}3 \text{ radian}$$

est donné par $|PN|^2 = 0{,}22$.

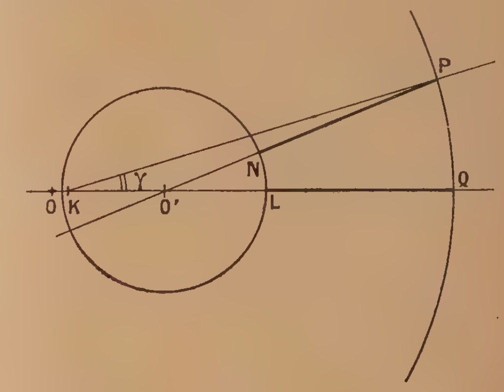


Fig. 6.

$$r = 0{,}95, \qquad r^2 = 0{,}902;$$
$$t = 0{,}20, \qquad t^2 = 0{,}04;$$
$$\rho = 0{,}97, \qquad \rho^2 = 0{,}94;$$
$$\gamma < 0{,}3.$$
$$|NP|^2 = 0{,}22, \qquad |LQ|^2 = 0{,}206.$$

0,94 0,90

On peut donc affirmer avec certitude sans connaître toutes les constantes optiques de la couche semi-transparente que le facteur de réflexion minimum de la triple couche est compris entre 0,206 et 0,22.

D'une façon plus générale, on peut dire que les facteurs de réflexion minimum ou maximum calculés sans tenir compte des changements de phase α, α' et β à partir de R et T sont toujours légèrement au-dessous des valeurs réelles. L'erreur commise peut être facilement appréciée grâce à la connaissance de γ_{limite}, ce qui permet de savoir rapidement si le calcul approché avec $\gamma = 0$ de la théorie élémentaire est légitime ou non. Dans l'exemple choisi, on voit que la valeur 0,206 est calculée avec une erreur inférieure à 5 pour 100 près par défaut.

La méthode a été appliquée avec succès aux filtres interférentiels dont la réflexion est nulle pour une longueur d'onde donnée.

D. *Absorption de couches multiples.* — Les couches du type haut-indice, bas-indice, ...(H B H...), etc., présentent souvent une légère absorption, surtout dans le domaine des courtes longueurs d'ondes. Cette absorption peut provenir de la couche de haut-indice SZn ou TiO_2. Les couches de bas-indice, cryolithe, F_2Mg, FLi ne doivent pas être absorbantes si les matériaux sont purs et les évaporations bien conduites.

Pour les couches de haut-indice usuelles (SZn, TiO_2, Sb_2S_3), le facteur de réflexion est compris entre 0,30 et 0,50 pour une couche élémentaire en $\frac{\lambda}{4}$ et l'absorption dépasse rarement quelques pour-cent. Dans ces conditions, les valeurs de γ et la construction graphique pour une triple couche HBH considérée comme étalon par réflexion, légitiment un calcul simplifié du facteur de réflexion de l'ensemble. L'absorption de la couche triple se déduit facilement de celle de la couche simple de haut-indice.

On peut ensuite passer à la couche complexe H BH B H BH en la considérant comme un étalon H′BH′ où H′ représente la triple couche HBH déjà calculée.

Conclusion. — En résumé, nous avons élaboré une méthode graphique simple qui, pour l'étalon par réflexion, permet de traiter exactement le problème. Dans le domaine des couches minces, cette méthode a permis d'établir une table des valeurs limites de γ en fonction de R et A pour les couches à faible absorption.

Ces résultats numériques permettent de faire très rapidement un calcul de l'erreur commise lorsqu'on néglige les changements de phase tout en tenant compte de l'absorption lors du calcul de couches minces complexes faiblement absorbantes. Ainsi, on pourra éviter des calculs longs et fastidieux chaque fois que le calcul d'erreur légitimera l'emploi des calculs élémentaires approchés classiques.

Intervention de M. S. Tolanshy.

M. Dufour's treatment suggests that for high reflecting metal films, the absorption is of paramount importance in affecting the value of the reflected minimum.

I can supposit this from observations I have made on both reflected Fabry-Perot fringes and reflected multiple beam Fizeau fringes. I find that the visibility of the fringes is criticably determined only by the absorption at the first surface and not by the reflectivity. In fact fringe visibility can rapidly deteriorate when ageing increases the film absorption. These observations confirm the views of M. Dufour.

Intervention de M. Dufour.

En réponse à une intervention de M. Abelès, M. Dufour est amené à donner les précisions suivantes : Il est possible que, dans certains cas particuliers de couches alternées les calculs complets indiqués par M. Abelès ne soient pas trop longs, mais je tiens à préciser le point de vue auquel je me place. L'utilisateur prépare des couches minces avec les matériaux qu'il possède dans son laboratoire, un poste d'évaporation donné, un creuset ou un filament déterminé. Cet ensemble de conditions d'évaporation est rarement identique à celui d'un autre laboratoire. Or, ce qui intéresse l'utilisateur ce sont les propriétés de la couche qu'il vient de préparer et non les propriétés déduites des constantes trouvées dans les publications d'autres auteurs. Les données expérimentales les plus facilement accessibles sont R et T, la phase ne pouvant pas être déterminée aisément; aussi m'a-t-il paru intéressant de déduire les propriétés de couches multiples des valeurs de R et T mesurées expérimentalement sur une couche réelle. Cela au moyen de calculs aussi simples que possible, ne tenant pas compte des changements de phase qui accompagnent l'absorption d'une couche mince peu absorbante. Le calcul d'erreur exposé il y a quelques instants permet ensuite de vérifier la validité de ce calcul approché.

ÉTUDE GRAPHIQUE DES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MÉTALLIQUES MINCES

Par D. MALÉ.

Laboratoire de Physique générale. Faculté des Sciences de Marseille.

Summary. — The treatment starts from the results obtained by applying the boundary conditions of the electromagnetic theory of light to an absorbing layer deposited on a transparent base. By means of a nomogram formed of two families of orthogonal curves, the Fresnel reflection factors at the interfaces are first determined. One then determines, by tracing a logaritmic spiral, the reflection and transmission factors and the changes of phase on reflection. The nomogram enables one to determine quickly the behaviour of the curves and to ascertain the positions of the maxima and minima of these factors.

Considérons une lame métallique, à faces planes et parallèles, d'épaisseur d, séparant deux milieux d'indices réels n_0 et n_2. (Par exemple l'air et le verre) [1] (*fig.* 1). L'indice du métal est symboli-

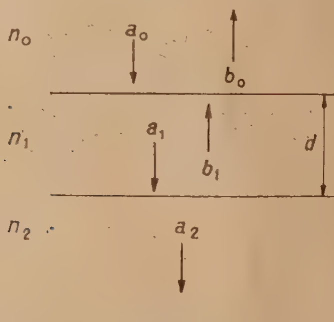


Fig. 1.

quement représenté par $n_1 = \nu - j\varkappa$, ν étant l'indice de réfraction et $\varkappa$ l'indice extinction En appelant a_0 l'amplitude de l'onde incidente, b_0 et a_2 les amplitudes complexes de l'onde réfléchie et de l'onde transmise par la lame, la théorie électromagnétique donne les relations

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1 + r_2\, e^{-4\pi j n_1 \frac{d}{\lambda}}}{1 + r_1 r_2\, e^{-4\pi j n_1 \frac{d}{\lambda}}},$$

$$\frac{a_2}{a_0} = \frac{(1 + r_1)(1 + r_2)\, e^{-2\pi j n_1 \frac{d}{\lambda}}\, e^{2\pi j n_2 \frac{d}{\lambda}}}{1 + r_1 r_2\, e^{-4\pi j n_1 \frac{d}{\lambda}}},$$

avec, en incidence normale,

$$r_1 = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}, \qquad r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},$$

λ étant la longueur d'onde, dans le vide, de la radiation utilisée.

Ces expressions sont complexes. Le facteur de réflexion est égal au carré du module de $\frac{b_0}{a_0}$, et le changement de phase à l'argument; le facteur de transmission est égal au produit du carré du module de $\frac{a_2}{a_0}$ par le rapport $\frac{n_2}{n_0}$ des indices des milieux extrêmes.

Pour déterminer graphiquement les coefficients de réflexion de Fresnel aux intersurfaces r_1 et r_2, nous posons

$$r_1 = -\frac{\frac{n_1}{n_0} - 1}{\frac{n_1}{n_0} + 1} = \rho_1\, e^{j\alpha_1},$$

$$r_2 = \frac{\frac{n_1}{n_2} - 1}{\frac{n_1}{n_2} + 1} = \rho_2\, e^{j\alpha_2},$$

d'où la construction suivante. Dans le plan de la variable complexe on marque les points A(+ 1), B(— 1) et $I\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$, et l'on obtient

$$\rho_1 = \frac{AI}{BI} \qquad \text{et} \qquad \alpha_1 = \widehat{IB, IA} + \pi = \pi - |\theta_1| \quad (\textit{fig. } 2).$$

Les lieux des points du plan, tels que ρ_1 et θ_1 soient constants sont des circonférences. Les deux familles de circonférences sont orthogonales (*fig.* 3). En

[1] Pour les calculs nous avons pris $n_0 = 1$ et $n_2 = 1{,}52$.

portant sur cet abaque le point I de coordonnées $\frac{\nu}{n_0}$ et $\frac{\varkappa}{n_0}$, on obtient immédiatement, par simple lecture, ρ_1 et Θ_1. On opère de même pour r_2.

Pour déterminer ensuite le facteur de réflexion de la lame nous posons

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{r_1} \frac{\frac{r_1}{r_2} + e^{-k\delta} e^{-j\delta}}{\frac{1}{r_1 r_2} + e^{-k\delta} e^{-j\delta}} = \frac{1}{r_1} P e^{j\Theta},$$

avec

$$k = \frac{\varkappa}{\nu} \quad \text{et} \quad \delta = 4\pi\nu \frac{d}{\lambda} = 4\pi \frac{d}{\lambda_m},$$

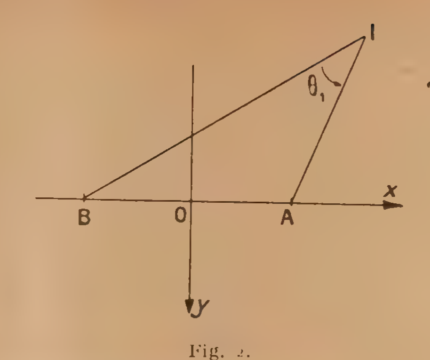


Fig. 2.

Fig. 3.

λ_m étant la longueur d'onde dans le métal. Dans le plan de la variable complexe, on porte les points $D\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$, $N\left(\frac{1}{r_1 r_2}\right)$, $E(-e^{-k\delta} e^{-j\delta})$, et l'on obtient

$$P = \frac{\overline{EN}}{\overline{ED}}, \qquad \Theta = \widehat{ED, EN} \quad (fig. 4).$$

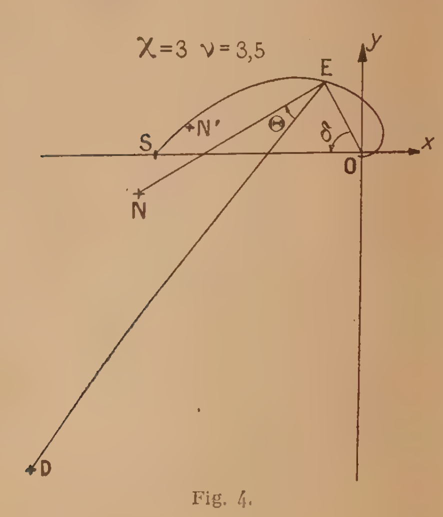


Fig. 4.

Quand δ varie, en même temps que l'épaisseur d de la lame, le point E décrit une spirale logarithmique [2]. Si l'on inverse le sens de propagation de la lumière on a

$$r'_1 = -r_2 \qquad \text{et} \qquad r'_2 = -r_1,$$

le point D reste fixe, mais le point N vient en N′ en se rapprochant de la spirale logarithmique; N et N′ étant les images de deux nombres complexes inverses l'un de l'autre.

Nous avons exprimé les différences de phase par réflexion Δ et Δ' en grades; le signe + indique une avance, le signe — un retard. Il s'agit des variations de phase relatives par rapport à l'onde réfléchie sur l'intersurface air-verre ou verr-air, l'épaisseur de la couche métallique étant nulle.

On peut déterminer aussi, à partir de ce graphique, le facteur de transmission T. En effet, lorsque δ varie, le facteur de transmission peut se mettre sous la forme

$$T = K\left[\frac{e^{-k\frac{\delta}{2}}}{\overline{ED}}\right]^2,$$

par suite sa détermination exige seulement la mesure du segment $\overline{ED}$; la valeur de la constante K étant calculée en prenant la valeur connue de T correspondant à $\delta = 0$.

L'examen des réseaux de courbes obtenus en attribuant aux indices du métal différentes valeurs permet de mettre en évidence les faits suivants :

Facteurs de réflexion. — Le maximum du facteur de réflexion côté air est obtenu pour une épaisseur inférieure au quart de la longueur d'onde dans le métal. L'écart est d'autant plus important que $k = \frac{\varkappa}{\nu}$ est plus grand.

Le facteur de réflexion côté verre présente un minimum plus ou moins bien marqué. En effet, N′ est voisin de la spirale logarithmique. Ce minimum est nul lorsque N′ est sur la spirale, par exemple pour $\varkappa = 3$ et $\nu = 3$ (*fig.* 5).

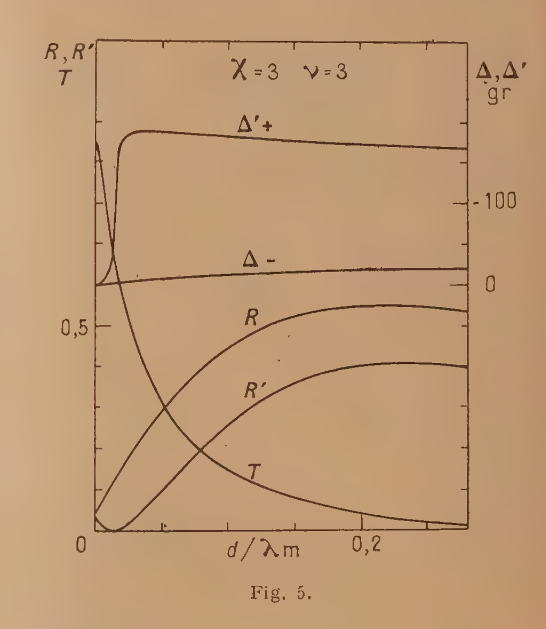


Fig. 5.

On a alors

$$r_1 = r_2\, e^{-k\delta}\, e^{-j\delta}.$$

Ce minimum prévu par le calcul pour le platine par Kaempf [3] a été observé effectivement par P. Rouard [4] pour l'or et l'argent. En général le facteur de réflexion verre-métal est plus petit que le facteur de réflexion air-métal; mais dans quelques cas il est supérieur. Cela se produit lorsque ρ_2 est plus grand que ρ_1, c'est-à-dire pour $\varkappa$ et ν assez petits, par exemple pour $\varkappa = 0,5$ et $\nu = 1$ (*fig.* 6). Le chevauchement des courbes R et R′ a été observé par Goos [5] pour de l'argent déposé sur du quartz et pour $\lambda = 3.660$ Å. Il a été expliqué par P. Rouard et M. Perrot [6].

Changements de phase par réflexion. — Ces phénomènes intéressent les métrologistes. En effet, ils influent sur la longueur optique des étalons interférentiels. La variation de phase relative par réflexion dans l'air sur le métal est toujours un retard pour les

fortes épaisseurs. Lorsque l'épaisseur croît on observe parfois d'abord une avance qui passe par

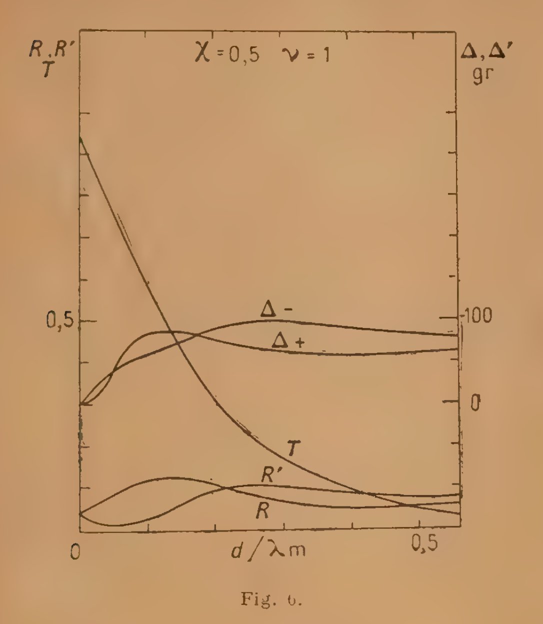


Fig. 6.

un maximum, décroît, s'annule, puis un retard qui passe par un maximum peu marqué. Par exemple,

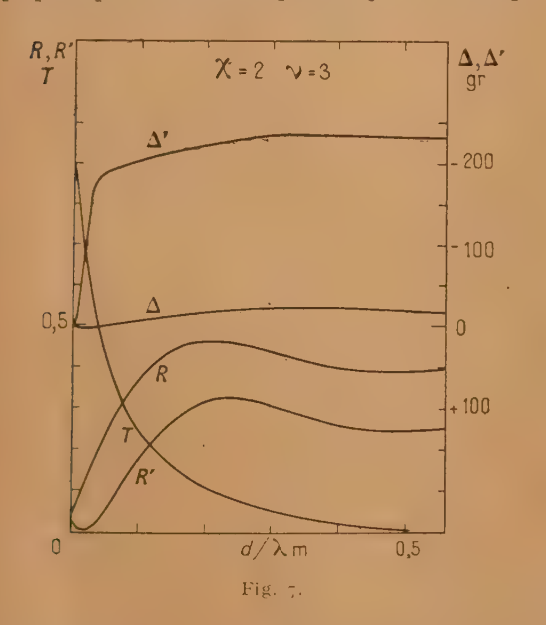


Fig. 7.

pour $\varkappa = 2$ et $\nu = 3$ (*fig.* 7). Pour les fortes valeurs de $k = \frac{\varkappa}{\nu}$, on a simplement un retard croissant avec l'épaisseur.

Les constantes optiques variant avec la longueur d'onde ces changements de phase varient aussi. Les variations sont très complexes et il est difficile, sinon impossible, de tracer une courbe continue donnant les variations du changement de phase avec la longueur d'onde pour une épaisseur de métal donnée. Il faut donc, dans l'application de la méthode des coïncidences avec l'interféromètre de Perot-Fabry par exemple, mesurer les variations de phase pour chaque radiation utilisée et pour chaque paire de lames métallisées.

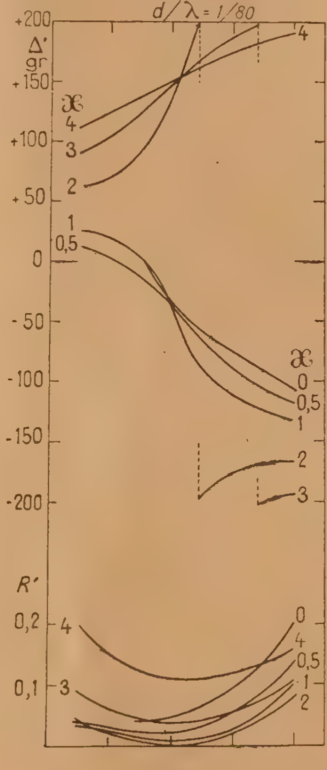


Fig. 8.

Le changement de phase par réflexion dans le verre sur le métal est, soit une avance si N' est du côté convexe de la spirale logarithmique, soit un retard si N' est du côté concave, avec un maximum qui n'est pas toujours nettement marqué. Lorsque N' est très voisin de la spirale logarithmique, on obtient, pour les faibles épaisseurs, une variation extrêmement brutale, le saut de phase étant alors voisin de π. Par exemple, pour $\varkappa = 3$ et $\nu = 3$ avec Δ' positif et pour $\varkappa = 2$ et $\nu = 3$ avec Δ' négatif (*fig.* 5 et 7). Cela correspond évidemment aux valeurs de $\varkappa$ et ν donnant un minimum presque nul du facteur de réflexion côté verre. On voit donc que

lorsque, pour une faible variation des valeurs des constantes optiques, N′ traverse la spirale logarithmique, le changement de phase passe du retard

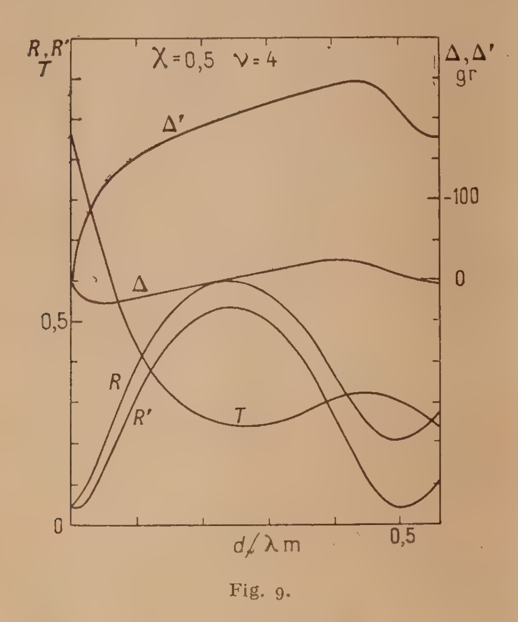


Fig. 9.

à l'avance avec un saut de phase de 2π. Ce phénomène a été observé et interprété pour la première fois par P. Rouard [7]. Il est nettement mis en évidence en traçant, pour une épaisseur donnée, assez faible, les variations de Δ' en fonction de ν pour différentes valeurs de $\varkappa$. Par exemple, pour $\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{80}$, on observe un saut de phase de 2π, pour $\chi = 2$, $\nu = 2{,}4$ et pour $\varkappa = 3$, $\nu = 3{,}2$ (*fig.* 8). On remarque ainsi que cette épaisseur correspond à un facteur de réflexion nul pour $\varkappa = 2$ et $\nu = 2{,}4$.

L'existence de ce saut de phase de 2π a permis à P. Rouard [4] d'expliquer les résultats apparemment contradictoires de O. Wiener, P. Drude, H. Buisson et Macé de Lépinay, Wernicke, Kath.

Facteur de transmission. — La décroissance du facteur de transmission avec l'épaisseur de la lame métallique ne suit la loi exponentielle que pour les très faibles valeurs de ce facteur lorsque la lame est suffisamment épaisse. Par suite, on ne peut pas utiliser les mesures de transparence pour calculer l'épaisseur des lames métalliques les plus minces (ce que l'on fait souvent à tort), surtout quand l'indice d'absorption est faible. En effet, lorsque $k = \frac{\varkappa}{\nu}$ est petit la courbe donnant le facteur de transmission présente même des ondulations. Par exemple pour $\varkappa = 0{,}5$ et $\nu = 4$ (*fig.* 9). Ces ondulations ont été effectivement observées par P. Cotton en étudiant les dépôts de silicium.

Il est aussi intéressant de remarquer que l'égalité des facteurs de transmission et de réflexion air-métal en réflexion normale se produit pour des valeurs de ces facteurs comprises entre 0,3 et 0,4, quelles que soient les valeurs des constantes optiques.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Malé D. — *J. Phys. Rad.*, 1945, **8**, 40 S.
[2] Cotton P. — *J. Phys. Rad.*, 1945, **8**, 40 S. et *Ann. Phys.*, 1947, **12**, 209.
[3] Kaempf F. — *Ann. Physik*, 1905, **16**, 312.
[4] Rouard P. — *Ann. Phys.*, 1937, **7**, 291.
[5] Goos F. — *Z. Physik.*, 1936, **100**, 95.
[6] Rouard P. et Perrot M. — *Cahiers de Physique*, 1943, **17**, 63.
[7] Rouard P. — *Cahiers de Physique*, 1941, **1**, 25.

THÉORIE DE LA TRANSMISSION ET DE LA RÉFLEXION DANS LES SYSTÈMES DE COUCHES MINCES MULTIPLES

Par F. SCANDONE.
Officine Galileo. Firenze.

Summary. — Systems of multiple thin films, either conducting or dielectric, have recently found applications in Optics for various purposes, in particular for making radiation filters of more or less narrow band widths. Several papers have been published on the procedure of calculating the radiation transmitted or reflected by any system of thin and parallel films. The resulting formulae are generally rather complicated.

In the present contribution, formulae are developed which lead to expressions of very simple structure and which can easily be applied to the case of continuously variable media.

1. Nous commencerons par établir nos formules pour le cas de milieux non absorbants (c'est-à-dire non conducteurs), et pour une radiation incidente normale aux couches. Nous verrons que cette restriction n'affecte pas la généralité des résultats.

2. Soient n_0 et n_k les indices de réfraction des milieux extrêmes, extérieurs au système de couches, et $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_\nu, \ldots, n_{k-1}$ les indices de la première, deuxième, ..., $\nu^{\text{ième}}$ couche. Dans le cas où notre système est immergé dans un milieu unique (par exemple compris en deux verres), on aura $n_0 = n_k$ (*fig.* 1).

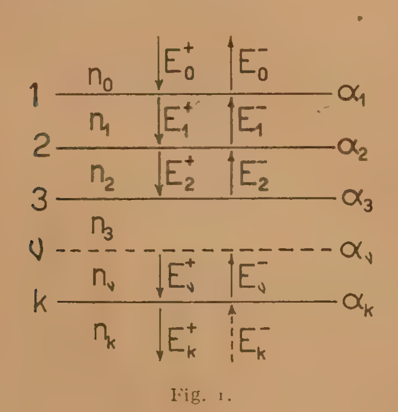


Fig. 1.

Soient $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_\nu, \ldots, \alpha_k$ la phase avec laquelle la radiation arrive sur la première, deuxième, ..., $\nu^{\text{ième}}$, surface de séparation entre couches adjacentes; la première étant celle qui sépare le milieu extérieur n_0 de la première couche et la $k^{\text{ième}}$ celle qui sépare la dernière couche du milieu final n_k. Dans la généralité des cas on pourra prendre comme origine des phases la phase α_1, c'est-à-dire qu'on peut poser $\alpha_1 = 0$.

Quand la radiation, que nous supposons constituée par une onde plane monochromatique, tombe sur le système, une condition de régime s'établit aussitôt dans chaque milieu dans laquelle la radiation est constituée par une onde progressive et une onde régressive. Les amplitudes des vecteurs électriques de ces ondes seront désignés respectivement par E^+_ν et E^-_ν, où le suffixe indique que nous nous référons aux composantes présentes dans la $\nu^{\text{ième}}$ couche.

Il est évident que E^+_0 représente l'amplitude de l'onde incidente et E^-_0 celle de l'onde réfléchie. De même E^+_k représente l'amplitude transmise tandis que E^-_k ne peut évidemment exister et sera donc posé égale à zéro.

Dans le cas de l'incidence normale que nous considérons, nous n'avons pas lieu de tenir compte de l'état de polarisation de la radiation.

Si nous écrivons les conditions pour la continuité des solutions des équations de Maxwell relatives à la propagation d'une onde électromagnétique à travers la $\nu^{\text{ième}}$ surface de discontinuité nous trouvons les deux conditions suivantes :

$$\left.\begin{aligned} e^{i\alpha_\nu}E^+_\nu + e^{-i\alpha_\nu}E^-_\nu &= e^{i\alpha_\nu}E^+_{\nu-1} + e^{-i\alpha_\nu}E^-_{\nu-1}, \\ n_\nu e^{i\alpha_\nu}E^+_\nu - n_\nu e^{-i\alpha_\nu}E^-_\nu & \\ = n_{\nu-1} e^{i\alpha_\nu}E^+_{\nu-1} &- n_{\nu-1} e^{-i\alpha_\nu}E^-_{\nu-1}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

En résolvant par rapport à E^+_ν et E^-_ν on obtient

$$\left.\begin{aligned} E^+_\nu &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right)E^+_{\nu-1} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right)e^{-2i\alpha_\nu}E^-_{\nu-1}, \\ E^-_\nu &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right)e^{2i\alpha_\nu}E^+_{\nu-1} + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right)E^-_{\nu-1}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

On voit que les amplitudes de la radiation dans la $\nu^{\text{ième}}$ couche peuvent être obtenues par une combinaison linéaire des composantes dans la couche qui précède immédiatement. Par suite d'une propriété

bien connue des combinaisons linéaires, les relations (2) peuvent être écrites comme un produit matriciel :

$$\begin{pmatrix} E_\nu^+ \\ E_\nu^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_\nu & b_\nu\, e^{-2i\alpha_\nu} \\ b_\nu\, e^{2i\alpha_\nu} & a_\nu \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{\nu-1}^+ \\ E_{\nu-1}^- \end{pmatrix}, \quad (3)$$

où l'on a posé

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(1+\frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right) &= a_\nu, \\ \frac{1}{2}\left(1-\frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right) &= b_\nu, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

a et b sont des fonctions des indices seulement, en particulier il satisfont à la condition

$$\frac{b_\nu}{a_\nu} = R_\nu = \frac{n_\nu - n_{\nu-1}}{n_\nu + n_{\nu-1}}, \quad (5)$$

où R_ν est le coefficient de réflexion de Fresnel pour les amplitudes relatives à la $\nu^{\text{ième}}$ surface de discontinuité.

La matrice de transformation des vecteurs électriques est hermitienne parce que ces termes symétriques sont complexes et conjugués. Le déterminant de la matrice a pour valeur le rapport des indices des milieux adjacents.

$$\Delta_\nu = a^2 - b^2 = \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}. \quad (6)$$

En appliquant successivement (3) on obtient par récurrence la relation entre les amplitudes E_k relatives au dernier milieu et celles E_0 relatives au premier. On obtient

$$\begin{pmatrix} E_k^+ \\ E_k^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix}, \quad (7)$$

où

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \prod_{1\ \nu}^{k} \begin{pmatrix} a_\nu & b_\nu\, e^{-2i\alpha_\nu} \\ b_\nu\, e^{2i\alpha_\nu} & a_\nu \end{pmatrix}, \quad (8)$$

où le produit doit être effectué selon les règles du produit matriciel.

De (6) il résulte que le déterminant des c est égal au rapport entre les indices du premier et dernier milieu.

$$\Delta = \prod_{1\ \nu}^{k} \Delta_\nu = \frac{n_0}{n_k}. \quad (9)$$

En tenant compte du fait que $E_k^- = 0$, nous pouvons résoudre les relations (7) pour E_k^+ et E_k^-. On détermine ainsi les amplitudes transmise et réfléchie en fonction de l'amplitude incidente E_0^+. On obtient

$$\left.\begin{aligned} E_k^+ &= \frac{\Delta}{c_{22}} E_0^+, \\ E_0^- &= -\frac{c_{21}}{c_{22}} E_0^+. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Pour passer des amplitudes aux intensités, il faut élever au carré les valeurs absolues et multiplier par l'indice de réfraction du milieu considéré.

En conclusion on trouve, pour les coefficients de transmission et de réflexion du système de couches, les expressions

$$\left.\begin{aligned} t_k &= \frac{E_k^+ E_k^{+*}}{E_0^+ E_0^{+*}} \frac{n_k}{n_0}, \\ r_0 &= \frac{E_0^- E_0^{-*}}{E_0^+ E_0^{+*}}; \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

où le signe * représente les quantités complexes conjuguées.

Si l'on tient compte que les c jouissent de la propriété

$$c_{11} = c_{22}^* \quad \text{et} \quad c_{12} = c_{21}^*, \quad (12)$$

on pourra écrire

$$\left.\begin{aligned} t_k &= \frac{\Delta}{c_{11} c_{22}} = \frac{n_0}{n_k} \frac{1}{c_{11} c_{22}}, \\ r_0 &= \frac{c_{12} c_{21}}{c_{11} c_{22}}; \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

d'où suit nécessairement $t_k + r_0 = 1$ comme on doit s'y attendre pour des milieux non absorbants.

3. Avant de généraliser la théorie nous allons l'appliquer à des cas simples, pour en comprendre le fonctionnement.

$k = 1$. — Pour $k = 1$ on a une seule surface de discontinuité et l'on doit retrouver les formules classiques de Fresnel. Si l'on applique les (8) (en posant comme nous avons dit $\alpha_0 = 0$), on obtient

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\left(1+\frac{n_0}{n_1}\right) & \frac{1}{2}\left(1-\frac{n_0}{n_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(1-\frac{n_0}{n_1}\right) & \frac{1}{2}\left(1+\frac{n_0}{n_1}\right) \end{pmatrix} \quad (8a)$$

et, par conséquent, (13) devient

$$\left.\begin{aligned} t_k &= \frac{4 n_0 n_1}{(n_1 + n_0)^2}, \\ r_0 &= \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}\right)^2, \end{aligned}\right\} \quad (13a)$$

qui sont les expressions classiques.

$k = 2$. — C'est le cas des dépôts minces et transparents sur verre, par exemple ceux des couches antireflets (*fig.* 2).

En ce cas (8) devient

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 & b_2\, e^{-i2\alpha_2} \\ b_2\, e^{i2\alpha_2} & a_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 b_2\, e^{-2i\alpha_2} & a_2 b_1 + b_2 a_1\, e^{-2i\alpha_2} \\ b_2 a_1\, e^{2i\alpha_2} + a_2 b_1 & b_2 b_1\, e^{2i\alpha_2} + a_2 a_1 \end{pmatrix} \quad (8b)$$

et (13) devient par conséquent

$$r_0 = \frac{a_2^2 b_1^2 + 2 a_1 b_1 a_2 b_2 \cos 2\alpha_2 + b_2^2 a_1^2}{a_1^2 a_2^2 + 2 a_1 b_1 a_2 b_2 \cos 2\alpha_2 + b_1^2 b_2^2}, \quad (13b)$$

en introduisant la propriété (5) nous obtenons

$$r_0 = \frac{R_1^2 + 2R_1R_2\cos 2\alpha_2 + R_2^2}{1 + 2R_1R_2\cos 2\alpha_2 + R_1^2R_2^2},$$

où R sont les coefficients de Fresnel.

n_0 — $\alpha_1 = 0$
n_1 — α_2
n_2

Fig. 2.

Pour discuter les propriétés des couches il est souvent convenable de considérer les amplitudes au lieu des intensités. Par exemple, pour l'amplitude réfléchie on obtient

$$E_0^- = -\frac{R_1 + R_2\,e^{2i\alpha_2}}{1 + R_1R_2\,e^{2i\alpha_2}}E_0^+, \qquad (10b)$$

d'où suivent immédiatement les conditions de suppression de l'onde réfléchie.

$$R_1 = R_2 \quad \text{et} \quad 2\alpha_2 = \pi,$$

c'est-à-dire, en rappelant la signification de R :

$$n_1 = \sqrt{n_0 n_2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{2}.$$

Enfin, si l'on satisfait à la condition des phases $\left(\alpha_2 = \frac{\pi}{2}\right)$, mais pas à celle des indices, on obtient

$$E_{0\,\min}^- = -\frac{R_1 - R_2}{1 - R_1R_2}E_0^+ = -\frac{n_1^2 - n_0n_2}{n_1^2 + n_0n_2}E_0^+,$$

d'où

$$r_{\min} = \left(\frac{n_1^2 - n_0n_2}{n_1^2 + n_0n_2}\right)^2.$$

$k = 3$. — C'est le cas d'un dépôt à deux couches sur verre, la discussion générale est déjà assez compliquée (*fig.* 3).

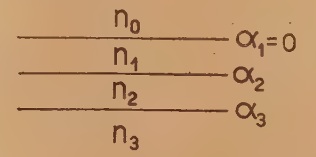


Fig. 3.

En effectuant le produit matriciel (8) on obtient

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1a_2a_3 + b_1b_2a_3\,e^{-2i\alpha_2} + b_3a_2b_1\,e^{-2i\alpha_3} + b_3b_2a_1\,e^{-2i(\alpha_3-\alpha_2)} & \text{conjuguée} \\ b_3a_2a_1\,e^{2i\alpha_3} + b_3b_2b_1\,e^{2i(\alpha_3-\alpha_2)} + a_3a_2b_1 + a_3b_2a_1\,e^{2i\alpha_2} & \text{conjuguée} \end{pmatrix}, \qquad (8c)$$

d'où, par exemple :

$$E_0^- = -\frac{R_1 + R_2\,e^{2i\alpha_2} + R_3\,e^{2i\alpha_3} + R_1R_2R_3\,e^{2i(\alpha_3-\alpha_2)}}{1 + R_1R_2\,e^{2i\alpha_2} + R_1R_3\,e^{2i\alpha_3} + R_2R_3\,e^{2i(\alpha_3-\alpha_2)}}E_0^+, \qquad (10c)$$

dans la dernière expression, le numérateur et le dénominateur sont des polynômes complexes et leur discussion peut être faite graphiquement en représentant chaque terme par un vecteur orienté.

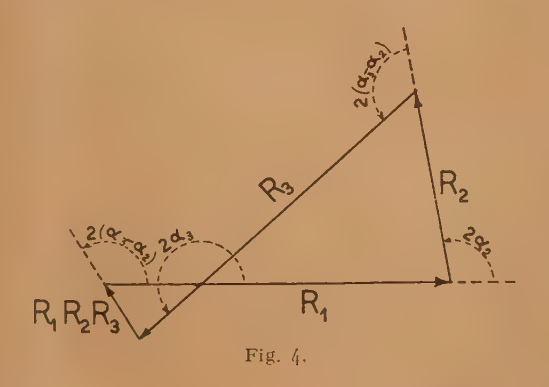


Fig. 4.

Par exemple, pour annuler l'onde réfléchie il sera suffisant, que le polygone qui représente le numérateur soit fermé. La figure 4 montre un exemple de ce genre.

Nous pensons que les cas particuliers traités sont suffisants pour montrer comment nos formules doivent être appliquées pour la résolution des problèmes de couches multiples.

4. Généralisons nos formules au cas de l'incidence oblique. Dans ce cas il faut décomposer le vecteur électrique en une composante E_p parallèle au plan de réfraction et une composante E_s parallèle à la surface de discontinuité. Les conditions de continuité pour les solutions des équations de Maxwell sont différentes pour les deux composantes, et l'on a pour la composante p :

$$\left.\begin{aligned} &n_\nu\,e^{i\alpha_\nu}E_{p,\nu}^+ + n_\nu\,e^{-i\alpha_\nu}E_{p,\nu}^- \\ &\quad = n_{\nu-1}\,e^{i\alpha_\nu}E_{p,\nu-1}^+ + n_{\nu-1}\,e^{-i\alpha_\nu}E_{p,\nu-1}^-, \\ &\cos i'_\nu\,e^{i\alpha_\nu}E_{p,\nu}^+ - \cos i'_\nu\,e^{-i\alpha_\nu}E_{p,\nu}^- \\ &\quad = \cos i_\nu\,e^{i\alpha_\nu}E_{p,\nu-1}^+ - \cos i_\nu\,e^{-i\alpha_\nu}E_{p,\nu-1}^- \end{aligned}\right\} \qquad (1p)$$

et pour la composante s :

$$\left.\begin{aligned} &e^{i\alpha_\nu}E_{s,\nu}^+ + e^{-i\alpha_\nu}E_{s,\nu}^- = e^{i\alpha_\nu}E_{s,\nu-1}^+ + e^{-i\alpha_\nu}E_{s,\nu-1}^-, \\ &n_\nu\cos i'_\nu\,e^{i\alpha_\nu}E_{s,\nu}^+ - n_\nu\cos i'_\nu\,e^{-i\alpha_\nu}E_{s,\nu}^- \\ &\quad = n_{\nu-1}\cos i_\nu\,e^{i\alpha_\nu}E_{s,\nu-1}^+ - n_{\nu-1}\cos i_\nu\,e^{-i\alpha_\nu}E_{s,\nu-1}^-; \end{aligned}\right\} \qquad (1s)$$

où $\cos i_\nu$ et $\cos i'_\nu$ sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction de la radiation sur la $\nu^{\text{ième}}$ surface de discontinuité.

Si l'on résout chaque groupe d'équations comme au paragraphe 2, on trouve des formules qui coïn-

cident exactement avec les relations (3) si l'on donne aux coefficients a et b les significations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} a_p &= \frac{1}{2}\,\frac{n\cos i' + n'\cos i}{n'\cos i'}, \\ b_p &= \frac{1}{2}\,\frac{n\cos i' - n'\cos i}{n'\cos i'}; \end{aligned}\right\} \qquad (4p)$$

$$\left.\begin{aligned} a_s &= \frac{1}{2}\,\frac{n'\cos i' + n\cos i}{n'\cos i'}, \\ b_s &= \frac{1}{2}\,\frac{n'\cos i' - n\cos i}{n'\cos i'}; \end{aligned}\right\} \qquad (4s)$$

où l'on a omis l'indice ν pour simplifier l'écriture.

Le rapport de b sur a est encore égal au rapport R_p et R_s respectivement entre les amplitudes réfléchies et incidentes selon les formules de Fresnel. Il est donc clair que toute la théorie que nous avons développée pour l'incidence normale peut être appliquée au cas de l'incidence oblique en donnant aux symboles a et b la signification indiquée en (4p) et (4s).

5. Le cas le plus général sera celui dans lequel les couches peuvent être en partie ou totalement des couches absorbantes. Pour ne pas compliquer l'interprétation des résultats, nous nous limiterons à considérer le cas où les milieux extrêmes sont constitués par des diélectriques. Dans ce cas aussi nos formules restent inaltérées. Il suffit de rappeler que dans un milieu absorbant, les lois de l'optique des milieux diélectriques sont encore valables à condition de substituer à l'indice de réfraction un indice symbolique complexe

$$\bar{n} = n(1 - i\chi),$$

où les constantes n et χ caractérisent complètement les propriétés du milieu, χ étant le coefficient responsable de l'absorption.

En effectuant formellement cette substitution les formules du paragraphe 2 sont encore valables, mais avec quelques précautions. La matrice des coefficients a et b n'est plus hermitienne, c'est-à-dire que les éléments symétriques ne sont plus conjugués, les équations (12) cessent donc d'être valables. Comme conséquence on ne peut plus faire usage des formules (13) auxquelles doivent être substituées les suivantes, de validité absolument générale.

$$\left.\begin{aligned} t_k &= \frac{\Delta}{c_{22}c_{22}^*} = \frac{n_0}{n_k}\,\frac{1}{c_{22}c_{22}^*}, \\ r_0 &= \frac{c_{21}c_{21}^*}{c_{22}c_{22}^*}. \end{aligned}\right\} \qquad (13\ \text{absorp.})$$

Naturellement $t_k + r_0$ n'égale plus l'unité, la différence étant l'absorption du système de couches. Nous rappelons aussi que, dans le cas d'indice complexe, les phases aussi sont complexes parce que les chemins optiques contiennent l'indice.

6. Les formules récurrentes développées au paragraphe 2 peuvent être appliquées au cas d'un milieu d'indice variable avec continuité dans une direction. Il suffit de considérer le milieu comme une stratification d'innombrables couches d'épaisseurs infinitésimales, dans lequel les indices se suivent par des discontinuités infinitésimales.

Nous nous limiterons à l'incidence normale, mais le milieu peut être absorbant dans lequel cas l'indice et la phase seront complexes.

Appelons avec dn le saut d'indice au point de coordonnée x et indice n, les relations (4) deviennent

$$\left.\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{n - \mathrm{d}n}{n}\right) = 1 - \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{d}n}{n} = 1 - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n; \\ b_n &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n - \mathrm{d}n}{n}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{d}n}{n} = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n; \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

pour la phase on doit écrire

$$\alpha_x = \alpha_{n(x)} = \frac{2\pi}{\lambda}\int_0^x n\,\mathrm{d}x = \frac{2\pi}{\lambda}\int_{n_0}^{n_x} n\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}n}\,\mathrm{d}n, \qquad (15)$$

c'est-à-dire que la phase en un point de coordonnée x est obtenue en additionnant tous les retards infinitésimaux subis par la radiation à partir de l'origine $x = 0$.

Nous devons maintenant calculer la matrice des c donnée par (8) qui devient maintenant un produit d'un nombre infini de facteurs. Pour effectuer ce produit, nous prenons symboliquement le logarithme de l'expression (8) :

$$\log\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \sum_{1\ \nu}^{k} \log\begin{pmatrix} a_\nu & b_\nu\,e^{-2i\alpha_\nu} \\ b_\nu\,e^{2i\alpha_\nu} & a_\nu \end{pmatrix}, \qquad (16)$$

dans notre cas la somme du second membre devient une intégrale

$$\log\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \int_{n_0}^{\bar{n}} \log\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n & \frac{1}{2}\,e^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\,e^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & 1 - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n \end{pmatrix}, \qquad (17)$$

mais la matrice sous le signe d'intégration peut être visiblement décomposée en la somme d'une matrice unitaire et d'une matrice infinitésimale

$$\log\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \int_{n_0}^{\bar{n}} \log\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n & \frac{1}{2}\,e^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\,e^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & -\frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n \end{pmatrix}\right], \qquad (18)$$

en appliquant la règle bien connue $\log(1+\varepsilon) = \varepsilon$ quand ε est petit, nous écrivons

$$\log\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \int_{n_0}^{\bar{n}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n & \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & -\frac{1}{2}\,\mathrm{d}\log n \end{pmatrix}, \qquad (19)$$

mais comme la somme des matrices peut s'obtenir en effectuant la somme des termes homologues, on peut écrire

$$\log\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{d}\log n & \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & -\frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{d}\log n \end{pmatrix}, \qquad (20)$$

d'où

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \mathrm{e}^{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} & \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & -\frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} \end{pmatrix}}. \qquad (21)$$

Pour effectuer le calcul des coefficients c selon la formule (21), il faut pouvoir développer l'exponentielle qui apparaît au second membre. Si l'on désigne par A la matrice qui apparaît en exposant, on peut écrire, en développant en série

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \ldots, \qquad (22)$$

où les termes A^2, A^3, ..., doivent être effectués selon les règles du produit matriciel.

Les coefficients c_{11}, ..., sont alors la somme des termes homologues de toutes les matrices de la série qui apparaît au second membre de (22).

Dans le cas où les termes de la matrice A sont tous petits auprès de l'unité (saut d'indice total faible) nous pourrons négliger les termes supérieurs de la série et écrire

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} & \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{-2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n \\ \frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n & -\frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} \end{pmatrix}, \qquad (23)$$

d'où par exemple on obtient pour l'amplitude réfléchie l'expression

$$E_0^- = -\frac{c_{21}}{c_{22}}E_0^- = -\frac{\frac{1}{2}\int_{n_0}^{\bar{n}} \mathrm{e}^{2i\alpha_n}\,\mathrm{d}\log n}{1 - \frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0}}E_0^+.$$

Un contrôle de notre théorie pour les milieux continus peut être obtenu par l'application au cas d'un saut brusque d'indice, où toute la variation d'indice se produit dans une épaisseur tout à fait négligeable par rapport à la longueur d'onde. On a dans ce cas $\alpha = 0$.

L'application exacte du développement (22) conduit à l'expression

$$E_0^- = -\frac{\frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} - \frac{1}{4}\log^2\frac{\bar{n}}{n_0} + \frac{1}{12}\log^3\frac{\bar{n}}{n_0} + \ldots}{1 - \frac{1}{2}\log\frac{\bar{n}}{n_0} + \frac{1}{4}\log^2\frac{\bar{n}}{n_0} - \frac{1}{12}\log^3\frac{\bar{n}}{n_0} + \ldots}E_0^+$$

$$= -\frac{\log\frac{\bar{n}}{n_0} - \frac{1}{2!}\log^2\frac{\bar{n}}{n_0} + \frac{1}{3!}\log^3\frac{\bar{n}}{n_0}}{1 + 1 - \log\frac{\bar{n}}{n_0} + \frac{1}{2!}\log^2\frac{\bar{n}}{n_0} - \frac{1}{3!}\log^3\frac{\bar{n}}{n_0}}E_0^+$$

$$= \frac{1 - \mathrm{e}^{-\log\frac{\bar{n}}{n_0}}}{1 + \mathrm{e}^{-\log\frac{\bar{n}}{n_0}}}E_0^+ = \frac{\bar{n} - n_0}{\bar{n} + n_0}E_0^+$$

qui est le coefficient classique de Fresnel.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] HADLEY L. N. et DENNISON D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 451.
[2] WEINSTEIN W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 576.
[3] CROOK A. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 954.
[4] ABELÈS F. — *Revue d'Optique*, 1949, **28**, 11.

SUR LA RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE SUR DES VERRES SUPPORTANT DES COUCHES MINCES MULTIPLES

Par ANTONIN VASICEK.
Université Technique Benès, à Brno (Tchécoslovaquie).

Summary. — Step-by-step calculations can be made by an extension of a method used by P. Rouard (starting from the last layer and working back to the first), or by the author's alternative method (starting from the first layer and progressing to the last, making use of an auxiliary phase angle). The calculations are rather simple with the first method. One important application is that to non homogeneous film, which can be thought of as divided in a number of parallel homogeneous layers (say 5), and treated as a multiple film.

On a publié de nombreux articles sur le problème de la réflexion de la lumière par des verres supportant deux, trois, ou plusieurs couches minces homogènes [1]. L'auteur du présent travail en a, lui aussi, proposé une solution [2]. Sa méthode, fondée sur l'hypothèse d'amplitudes de base et dans laquelle on calcule l'intensité réfléchie par un nombre quelconque de milieux réfringents, peut donner des résultats corrects quant aux amplitudes, mais ne tient pas compte en général des phases : les formules obtenues ainsi sont donc en général approchées, mais se trouvent exactes pour les cas particuliers intéressants en optique pratique, où les différences de marche sont $x_1 = x_2 = x_3 = \frac{m\lambda}{2}$ (m entier).

Plus récemment Crook a traité la question sous sa forme la plus générale et a établi par récurrence les formules exactes pour la réflexion et la transmission de la lumière dans le cas d'un nombre quelconque de couches minces parallèles et isotropes, portées par une surface de verre [3]. Abelès a également mentionné ce problème, et a fait remarquer que la solution exacte pour deux couches minces fut donnée par Rouard il y a plus de dix ans [4, 5]. La méthode de Rouard peut être étendue au cas d'un nombre quelconque de couches minces isotropes. Sous la forme que leur a donnée Crook, les formules se prêtent mal au calcul effectif des amplitudes et des phases, car elles deviennent de plus en plus compliquées lorsque le nombre de couches croît.

Nous avons, de notre côté, tenté de compléter notre théorie de manière à la rendre exacte; nous devons avouer que nos résultats ne sont pas aussi simples que ceux de Rouard.

Dans ce qui suit, les notations sont les mêmes que dans notre travail précédent [6]. Les formules se présentant de la même façon pour les deux composantes de la lumière réfléchie, nous omettrons les indices p et s qui y sont relatifs.

1. Méthode de Rouard. — Rouard considère, dans le cas de la réflexion sur deux couches minces déposées sur du verre, les trois coefficients de Fresnel r', r'', r''' et les différences de marche x_1 et x_2. Il commence par calculer l'expression

$$r_2\, e^{i\delta_2} = \frac{r'' + r''' e^{-ix_2}}{1 + r'' r''' e^{-ix_2}}, \qquad (1)$$

puis, en la portant dans la formule

$$r\, e^{i\delta} = \frac{r' + r_2 e^{i\delta_2} e^{-ix_1}}{1 + r' r_2 e^{i\delta_2} e^{-ix_1}} = \frac{r' + r_2 e^{-i(x_1-\delta_2)}}{1 + r' r_2 e^{-i(x_1-\delta_2)}}, \qquad (2)$$

il arrive à la formule finale

$$r\, e^{i\delta} = \frac{r' + r'' e^{-ix_1} + r''' e^{-i(x_1+x_2)} + r' r'' r''' e^{-ix_2}}{1 + r' r'' e^{-ix_1} + r' r''' e^{-i(x_1+x_2)} + r'' r''' e^{-ix_2}}, \qquad (3)$$

en accord avec les résultats de Crook.

On peut étendre cette méthode à un nombre quelconque de couches minces sur support de verre. Dans le cas de k couches minces homogènes, on a affaire à $k+1$ surfaces de séparation, avec les amplitudes : r', r'', r''', ..., $r^{(k)}$, $r^{(k+1)}$ et les différences de marche : x_1, x_2, x_3, ..., x_{k-1}, x_k. Les calculs commençant par les deux dernières surfaces de séparation, nous pouvons écrire schématiquement :

$$\begin{array}{llllll}
k+1 & r^{(k+1)} & & & & \\
 & & \rangle\, r_k\, e^{i\delta_k} & & & \\
k & r^{(k)} & & \rangle\, r_{k-1}\, e^{i\delta_{k-1}} & & \\
k-1 & r^{(k-1)} & & & \ddots & \\
\vdots & \vdots & & & & \\
\mathrm{III} & r''' & & & & \\
 & & & & \rangle\, r_2\, e^{i\delta_2} & \\
\mathrm{II} & r'' & & & & \rangle\, r_1\, e^{i\delta_1} = r\, e^{i\delta} \\
\mathrm{I} & r' & & & &
\end{array}$$

Pour les deux dernières surfaces de séparation, auxquelles correspondent les amplitudes $r^{(k+1)}$ et $r^{(k)}$ et la différence de marche x, on a

$$r_k\, e^{i\delta_k} = \frac{r^{(k)} + r^{(k+1)}\, e^{-ix_k}}{1 + r^{(k)} r^{(k+1)}\, e^{-ix_k}}. \tag{4}$$

Multiplions (4) par l'expression imaginaire conjuguée, il vient pour l'amplitude r_k :

$$r_k^2 = \frac{r^{(k)2} + r^{(k+1)2} + 2\, r^{(k)} r^{(k+1)} \cos x_k}{1 + r^{(k)2} r^{(k+1)2} + 2\, r^{(k)} r^{(k+1)} \cos x_k}. \tag{5}$$

Les amplitudes sont toujours prises > 0.

Pour calculer la phase δ_k, introduisons les angles ξ_k et η_k définis comme suit :

$$r_k\, e^{i\delta_k} = \frac{r_a}{r_b}\, e^{-i(\xi_k - \eta_k)} = \frac{r_a\, e^{-i\xi_k}}{r_b\, e^{-i\eta_k}}, \tag{6}$$

alors

$$\left.\begin{aligned} r_a\, e^{-i\xi_k} &= r^{(k)} + r^{(k+1)}\, e^{-ix_k}, \\ r_b\, e^{-i\eta_k} &= 1 + r^{(k)} r^{(k+1)}\, e^{-ix_k}. \end{aligned}\right\} \tag{6'}$$

Les angles ξ_k et η_k sont donnés par les relations

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\xi_k &= \frac{r^{(k+1)} \sin x_k}{r^{(k)} + r^{(k+1)} \cos x_k}, \\ \operatorname{tg}\eta_k &= \frac{r^{(k)} r^{(k+1)} \sin x_k}{1 + r^{(k)} r^{(k+1)} \cos x_k} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

et la phase est

$$\delta_k = -(\xi_k - \eta_k). \tag{8}$$

Ajoutons maintenant la couche de rang $k-1$, c'est-à-dire l'amplitude r^{k-1} et la différence de marche x_{k-1}, il vient

$$\begin{aligned} r_{k-1}\, e^{i\delta_{k-1}} &= \frac{r^{(k-1)} + r_k\, e^{i\delta_k}\, e^{-ix_{k-1}}}{1 + r^{(k-1)} r_k\, e^{i\delta_k}\, e^{-ix_{k-1}}} \\ &= \frac{r^{(k-1)} + r_k\, e^{-i(x_{k-1} - \delta_k)}}{1 + r^{(k-1)} r_k\, e^{-i(x_{k-1} - \delta_k)}}, \end{aligned} \tag{9}$$

d'où

$$r_{k-1}^2 = \frac{r^{(k-1)2} + r_k^2 + 2\, r^{(k-1)} r_k \cos(x_{k-1} - \delta_k)}{1 + r^{(k-1)2} r_k^2 + 2\, r^{(k-1)} r_k \cos(x_{k-1} - \delta_k)} \tag{10}$$

et comme précédemment

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\xi_{k-1} &= \frac{r_k \sin(x_{k-1} - \delta_k)}{r^{(k-1)} + r_k \cos(x_{k-1} - \delta_k)}, \\ \operatorname{tg}\eta_{k-1} &= \frac{r^{(k-1)} r_k \sin(x_{k-1} - \delta_k)}{1 + r^{(k-1)} r_k \cos(x_{k-1} - \delta_k)}, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

où la phase δ_{k-1} est donnée par

$$\delta_{k-1} = -(\xi_{k-1} - \eta_{k-1}), \tag{12}$$

on tiendra ainsi compte successivement de toutes les couches, et finalement à la première surface de séparation (amplitude r', différence de marche x_1).

$$r\, e^{i\delta} = r_1\, e^{i\delta_1} = \frac{r' + r_2\, e^{i\delta_2}\, e^{-ix_1}}{1 + r' r_2\, e^{i\delta_2}\, e^{-ix_1}} = \frac{r' + r_2\, e^{-i(x_1 - \delta_2)}}{1 + r' r_2\, e^{-i(x_1 - \delta_2)}}, \tag{13}$$

d'où pour l'amplitude finale

$$r^2 = r_1^2 = \frac{r'^2 + r_2^2 + 2\, r' r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}{1 + r'^2 r_2^2 + 2\, r' r_2 \cos(x_1 - \delta_2)} \tag{14}$$

et pour la phase

$$\delta = \delta_1 = -(\xi_1 - \eta_1); \tag{15}$$

où les angles ξ_1 et η_1 sont donnés par les expressions

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\xi_1 &= \frac{r_2 \sin(x_1 - \delta_2)}{r' + r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}, \\ \operatorname{tg}\eta_1 &= \frac{r' r_2 \sin(x_1 - \delta_2)}{1 + r' r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Ainsi, ce problème de la réflexion sur couches minces multiples, très compliqué à première vue, lorsqu'on considère les réflexions multiples, peut être résolu par des moyens mathématiques relativement simples.

2. Méthode de l'auteur. — Le procédé consiste à calculer la réflexion de la lumière sur la première couche, puis à ajouter la seconde, etc. Schématiquement,

I	r'	$r_1\, e^{i\delta_1}$
II	r''	$r_2\, e^{i\delta_2}$
III	r'''	…
⋮	⋮	
$k-1$	$r^{(k-1)}$	$r_{k-1}\, e^{i\delta_{k-1}}$
k	$r^{(k)}$	$r_k\, e^{i\delta_k} = r\, e^{i\delta}$
$k+1$	$r^{(k+1)}$	

Pour la réflexion sur la première couche, on a

$$r_1\, e^{i\delta_1} = \frac{r' + r''\, e^{-ix_1}}{1 + r' r''\, e^{-ix_1}} \tag{17}$$

et l'amplitude r_1 est donnée par

$$r_1^2 = \frac{r'^2 + r''^2 + 2\, r' r'' \cos x_1}{1 + r'^2 r''^2 + 2\, r' r'' \cos x_1}. \tag{18}$$

La phase δ_1 se calcule en introduisant les angles ξ_1 et η_1 comme suit :

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\xi_1 &= \frac{r'' \sin x_1}{r' + r'' \cos x_1}, \\ \operatorname{tg}\eta_1 &= \frac{r' r'' \sin x_1}{1 + r' r'' \cos x_1} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

et

$$\delta_1 = -(\xi_1 - \eta_1). \tag{20}$$

Nous définirons aussi une phase auxiliaire ε_1 par

$$e^{i\varepsilon_1} = \frac{1 + r' r''\, e^{-ix_1}}{1 + r' r''\, e^{+ix_1}}, \tag{21}$$

alors

$$r_1\, e^{i(\delta_1 + \varepsilon_1)} = \frac{r' + r''\, e^{-ix_1}}{1 + r' r''\, e^{+ix_1}} \tag{22}$$

et l'on trouve les relations

$$\delta_1 = -(\xi_1 - \eta_1), \quad \delta_1 + \varepsilon_1 = -(\xi_1 + \eta_1), \quad \varepsilon_1 = -2\eta_1. \tag{23}$$

Non seulement le calcul de la phase δ_1 est ainsi simplifié, mais encore on a calculé, en même temps, la valeur de la phase auxiliaire ε_1, qui sert à la

détermination de la réflexion dans le cas de deux couches minces :

Pour la réflexion sur deux couches minces on a

$$r_2\, e^{i\delta_2} = \frac{r_1\, e^{i\delta_1} + r'''\, e^{-i(x_1+x_2+\varepsilon_1)}}{1 + r_1 r'''\, e^{-i(x_1+x_2+\delta_1+\varepsilon_1)}} = \frac{r' + r''\, e^{-ix_1} + r'''\, e^{-i(x_1+x_2)} + r' r'' r'''\, e^{-ix_2}}{1 + r' r''\, e^{-ix_1} + r' r'''\, e^{-i(x_1+x_2)} + r'' r'''\, e^{-ix_2}}, \quad (24)$$

avec pour l'amplitude r_2 :

$$r_2^2 = \frac{r_1^2 + r'''^2 + 2 r_1 r''' \cos(x_1 + x_2 + \delta_1 + \varepsilon_1)}{1 + r_1^2 r'''^2 + 2 r_1 r''' \cos(x_1 + x_2 + \delta_1 + \varepsilon_1)}. \quad (25)$$

Pour le calcul de la phase δ_2 et de la phase auxiliaire ε_2, on pose

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\xi_2 &= \frac{-r_1 \sin\delta_1 + r''' \sin(x_1 + x_2 + \varepsilon_1)}{r_1 \cos\delta_1 + r''' \cos(x_1 + x_2 + \varepsilon_1)}, \\ \operatorname{tg}\eta_2 &= \frac{r_1 r''' \sin(x_1 + x_2 + \delta_1 + \varepsilon_1)}{1 + r_1 r''' \cos(x_1 + x_2 + \delta_1 + \varepsilon_1)}, \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

moyennant quoi :

$$\delta_2 = -(\xi_2 - \eta_2), \quad \delta_2 - \varepsilon_2 = -(\xi_2 + \eta_2), \quad \varepsilon_2 = -2\eta_2. \quad (27)$$

On passe de même aux troisième, quatrième, cinquième, ..., couches; pour la dernière, on a les expressions analogues aux précédentes :

$$r\, e^{i\delta} = r_k\, e^{i\delta_k} = \frac{r_{k-1}\, e^{i\delta_{k-1}} + r^{(k+1)}\, e^{-i(x_1+x_2+\ldots+x_k+\varepsilon_1+\varepsilon_2+\ldots+\varepsilon_{k-1})}}{1 - r_{k-1} r^{(k+1)}\, e^{-i(x_1+x_2+\ldots+x_k+\delta_{k-1}+\varepsilon_1+\varepsilon_2+\ldots+\varepsilon_{k-1})}}, \quad (28)$$

$$r^2 = r_k^2 = \frac{r_{k-1}^2 + r^{(k+1)^2} + 2 r_{k-1} r^{(k+1)} \cos(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \delta_{k-1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})}{1 + r_{k-1}^2 r^{(k+1)^2} + 2 r_{k-1} r^{(k+1)} \cos(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \delta_{k-1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})} \quad (29)$$

et en introduisant les angles ξ_k et η_k comme suit :

$$\operatorname{tg}\xi_k = \frac{-r_{k-1} \sin\delta_{k-1} + r^{(k+1)} \sin(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})}{r_{k-1} \cos\delta_{k-1} + r^{(k+1)} \cos(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})}, \quad (30)$$

$$\operatorname{tg}\eta_k = \frac{r_{k-1} r^{(k+1)} \sin(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \delta_{k-1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})}{1 + r_{k-1} r^{(k+1)} \cos(x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \delta_{k-1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_{k-1})}. \quad (30')$$

Nous obtenons pour la phase finale

$$\left.\begin{aligned} \delta = \delta_k = -(\xi_k - \eta_k), \quad \delta_k - \varepsilon_k = -(\xi_k + \eta_k), \\ \varepsilon_k = -2\eta_k. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

La comparaison des deux méthodes exposées pour le calcul de l'amplitude et de la phase montre que celle de Rouard est la plus simple, car elle évite l'introduction de la phase auxiliaire.

3. Couche mince non homogène considérée comme couche multiple. — Les méthodes ci-dessus peuvent être très utiles pour l'étude de la réflexion par une couche mince non homogène sur support de verre, lorsque l'indice de réfraction varie avec l'épaisseur de la couche. On peut diviser la couche hétérogène et un certain nombre de couches homogènes équivalentes. C'est ainsi que nous avons calculé la réflexion pour l'incidence normale ($\varphi = 0^0$) sur une couche hétérogène en la subdivisant en deux, cinq, dix couches homogènes d'égale épaisseur. L'indice de réfraction de la couche en contact avec l'air était $n_a = 1{,}380$; celui de la couche au contact du verre : $n_g = 1{,}480$ et celui du verre $n = 1{,}7393$. L'indice de la couche hétérogène croît proportionnellement à l'épaisseur, depuis $n_a = 1{,}380$ jusqu'à $n_g = 1{,}480$; l'épaisseur totale de la couche était $d = 10^{-4}$ mm.

Les calculs ont été faits par la méthode de l'auteur, pour l'incidence normale ($\varphi = 0^0$) et pour la lumière jaune $\lambda = 5893$ Å. On a alors

$$r' = \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1}, \quad r'' = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad \ldots, \quad r^{(k+1)} = \frac{n - n_k}{n + n_k}, \quad (32)$$

et les différences de marche sont

$$x_1 = 2 n_1 d_1, \quad x_2 = 2 n_2 d_2, \quad \ldots, \quad x_k = 2 n_k d_k.$$

Les résultats des calculs de l'amplitude r, du facteur de réflexion $\rho = r^2$, de la phase δ et de la phase auxiliaire ε sont donnés dans le tableau I, où

$$\Sigma\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \Sigma\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad \ldots.$$

On obtient finalement, pour l'amplitude r, le facteur de réflexion ρ et la phase δ.

Avec une seule couche fictive :

$$r_1 = 0{,}081692, \quad \rho_1 = 0{,}0066734, \quad \delta_1 = -6^0 20', 0;$$

avec deux couches fictives :

$$r_2 = 0{,}086350, \quad \rho_2 = 0{,}0074562, \quad \delta_2 = -17^0 22', 5;$$

avec cinq couches fictives :

$$r_5 = 0{,}087864, \quad \rho_5 = 0{,}0077236, \quad \delta_5 = -19^0 47', 0;$$

avec dix couches fictives :

$$r_{10} = 0{,}088108, \quad \rho_{10} = 0{,}0077632, \quad \delta_{10} = -20^0 08', 0.$$

On voit que les valeurs r, ρ, δ, tendent vers des limites lorsque le nombre de couches fictives croît indéfiniment : ces limites correspondent au cas de la réflexion sur une couche hétérogène. La détermination de la formule générale donnant cette limite est plus difficile; il est évident d'après le tableau I qu'il suffit, pour les applications pratiques, de prendre cinq couches fictives. Une division

TABLEAU I.

$\varphi = 0°$. $\lambda = 5893$ Å. $d = 1.10^{-4}$. $n = 1{,}7393$. $n_a = 1{,}380$. $n_g = 1{,}480$.

La couche hétérogène est remplacée par une seule couche homogène d'indice n_1 et d'épaisseur d.

$n_1 = 1{,}430$	$d = 1.10^{-4}$ mm	$r_1 = 0{,}081692$	$\rho_1 = 0{,}0066734$	$\delta_1 = -\,6°\,20',0$	$\varepsilon_1 = -\,0°\,11',0$

La couche hétérogène est remplacée par deux couches homogènes d'indices moyens n_1 et n_2 et d'épaisseurs égales d.

$n_1 = 1{,}405$	$d = 5.10^{-5}$ mm	$r_1 = 0{,}17053$	$\rho_1 = 0{,}029079$	$\delta_1 = -\,5°\,42',0$	$\varepsilon_1 = -\,0°\,20',0$
$n_2 = 1{,}455$	$d = 5.10^{-5}$	$r_2 = 0{,}086350$	$\rho_2 = 0{,}0074562$	$\delta_2 = -\,17°\,22',0$	$\Sigma\varepsilon_2 = -\,0°\,41',0$

La couche hétérogène est remplacée par cinq couches homogènes d'indices moyens $n_1, n_2, \ldots$ et d'épaisseurs égales d.

$n_1 = 1{,}390$	$d = 2.10^{-5}$ mm	$r_1 = 0{,}16898$	$\rho_1 = 0{,}028556$	$\delta_1 = -\,1°\,19',0$	$\varepsilon_1 = -\,0°\,04',5$
$n_2 = 1{,}410$	$d = 2.10^{-5}$	$r_2 = 0{,}17178$	$\rho_2 = 0{,}029508$	$\delta_2 = -\,3\;25,5$	$\Sigma\varepsilon_2 = -\,0\;12,0$
$n_3 = 1{,}430$	$d = 2.10^{-5}$	$r_3 = 0{,}17077$	$\rho_3 = 0{,}029163$	$\delta_3 = -\,5\;39,0$	$\Sigma\varepsilon_3 = -\,0\;20,0$
$n_4 = 1{,}450$	$d = 2.10^{-5}$	$r_4 = 0{,}16633$	$\rho_4 = 0{,}027664$	$\delta_4 = -\,7\;20,0$	$\Sigma\varepsilon_4 = -\,0\;26,0$
$n_5 = 1{,}470$	$d = 2.10^{-5}$	$r_5 = 0{,}087864$	$\rho_5 = 0{,}0077236$	$\delta_5 = -\,19\;47,0$	$\Sigma\varepsilon_5 = -\,0\;48,0$

La couche hétérogène est remplacée par dix couches homogènes d'indices moyens $n_1, n_2, \ldots$ et d'épaisseurs égales d.

$n_1 = 1{,}385$	$d = 1.10^{-5}$ mm	$r_1 = 0{,}16478$	$\rho_1 = 0{,}027152$	$\delta_1 = -\,0°\,21',5$	$\varepsilon_1 = -\,0°\,01',0$
$n_2 = 1{,}395$	$d = 1.10^{-5}$	$r_2 = 0{,}16768$	$\rho_2 = 0{,}028118$	$\delta_2 = -\,1\;01,0$	$\Sigma\varepsilon_2 = -\,0\;03,0$
$n_3 = 1{,}405$	$d = 1.10^{-5}$	$r_3 = 0{,}16992$	$\rho_3 = 0{,}028872$	$\delta_3 = -\,1\;54,5$	$\Sigma\varepsilon_3 = -\,0\;06,0$
$n_4 = 1{,}415$	$d = 1.10^{-5}$	$r_4 = 0{,}17132$	$\rho_4 = 0{,}029349$	$\delta_4 = -\,2\;57,0$	$\Sigma\varepsilon_4 = -\,0\;10,0$
$n_5 = 1{,}425$	$d = 1.10^{-5}$	$r_5 = 0{,}17178$	$\rho_5 = 0{,}029509$	$\delta_5 = -\,4\;04,5$	$\Sigma\varepsilon_5 = -\,0\;14,0$
$n_6 = 1{,}435$	$d = 1.10^{-5}$	$r_6 = 0{,}17128$	$\rho_6 = 0{,}029339$	$\delta_6 = -\,5\;11,5$	$\Sigma\varepsilon_6 = -\,0\;18,0$
$n_7 = 1{,}445$	$d = 1.10^{-5}$	$r_7 = 0{,}16988$	$\rho_7 = 0{,}028857$	$\delta_7 = -\,6\;14,0$	$\Sigma\varepsilon_7 = -\,0\;21,5$
$n_8 = 1{,}455$	$d = 1.10^{-5}$	$r_8 = 0{,}16766$	$\rho_8 = 0{,}028109$	$\delta_8 = -\,7\;04,5$	$\Sigma\varepsilon_8 = -\,0\;24,5$
$n_9 = 1{,}465$	$d = 1.10^{-5}$	$r_9 = 0{,}16483$	$\rho_9 = 0{,}027168$	$\delta_9 = -\,7\;40,0$	$\Sigma\varepsilon_9 = -\,0\;26,5$
$n_{10} = 1{,}475$	$d = 1.10^{-5}$	$r_{10} = 0{,}088108$	$\rho_{10} = 0{,}0077632$	$\delta_{10} = -\,20\;08,0$	$\Sigma\varepsilon_{10} = -\,0\;48,5$

en dix couches donne des résultats encore meilleurs.

La théorie de la réflexion sur des couches homogènes multiples est ainsi applicable au cas d'une couche hétérogène unique : les calculs numériques sont relativement simples, et très suffisamment exacts pour la pratique.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Pour la bibliographie des couches minces multiples, *voir* : CROOK A. W. — *J. Opt. Soc. Amer*, 1948, **38**, 954.
[2] VASICEK A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 623.
[3] CROOK, A. W. — *Loc. cit.*
[4] ABELÈS F. — *Revue d'Optique*, 1949, **28**, 11
[5] ROUARD P. — *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[6] VASICEK A. — *Loc. cit.*

MÉTHODE POLARIMÉTRIQUE POUR L'ÉTUDE DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ D'UNE COUCHE MINCE SUR SUPPORT DE VERRE

Par ANTONIN VASICEK.
Université Technique Benès, à Brno (Tchécoslovaquie).

Summary. — In thin films where the refractive index varies the difference Δn_1 between indices for the external and internal strata can be taken as a measure of the inhomogeneity of the film. When the path difference is $k\lambda$ (k an integer) it is shown that the polarimetric angle ψ is a known function of Δn_1. Comparison of ψ as measured with the value computed in the asumption of a constant index yields $\Delta\psi \propto \Delta n_1$ thus providing a convenient criterion of inhomogeneity.

Lorsqu'on étudie une couche mince déposée sur une surface de verre, on suppose habituellement que cette couche est *homogène*, c'est-à-dire que l'indice de réfraction ne varie pas dans la profondeur de la couche. Or les couches minces de ce genre sont très souvent hétérogènes, l'indice de réfraction croissant en général lorsqu'on passe de la partie supérieure de la couche aux parties plus profondes situées contre la surface du verre. Si n_a désigne l'indice de réfraction de la surface de la couche en contact avec l'air, n_g celui des parties inférieures en contact avec le verre, la quantité $q = \frac{n_g}{n_a}$ est une mesure de l'homogénéité de la couche ($q = 1$ pour une couche homogène, et $q \gtrless 1$ pour une couche hétérogène).

Les couches minces hétérogènes n'ont fait jusqu'ici l'objet que de peu de travaux; nous citerons ceux de Bauer [1], Meysing [2], Schroder [3], Smakula [4].

1. Critère d'homogénéité d'une couche. — Le facteur de réflexion d'une surface de verre propre (sans dépôt superficiel) est donné par la formule

$$\rho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2, \tag{1}$$

où n est l'indice de réfraction du verre. Pour une surface de verre supportant une couche homogène mince de différence de marche $x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$, la formule reste la même. Si la couche mince est hétérogène et que la différence de marche soit encore $x = \lambda, 2\lambda, \ldots$, le pouvoir réfléchissant sera

$$\rho' = \left(\frac{n-q}{n+q}\right)^2. \tag{2}$$

Le critère d'homogénéité de la couche étudiée consistera dans l'accord entre la valeur de ρ' pour le cas limite $x = \lambda, 2\lambda, \ldots$, avec celle donnée par $q = 1$ pour le verre sans dépôt.

Lorsque cet accord n'aura pas lieu, la couche sera hétérogène ($q \gtrless 1$). Ceci n'est pas seulement vrai à incidence normale, mais peut être étendu à tout angle d'incidence.

2. Réflexion de la lumière par un verre recouvert d'une couche homogène mince. — Dans le cas d'une seule couche homogène mince et de différence de marche $x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$, on trouve les formules de Fresnel généralisées

$$(r_p)_{x=\lambda,2\lambda,\ldots} = \frac{\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi - j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi + j_1)} + \dfrac{\operatorname{tg}(j_1 - j)}{\operatorname{tg}(j_1 + j)}}{1 + \dfrac{\operatorname{tg}(\varphi - j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi + j_1)}\,\dfrac{\operatorname{tg}(j_1 - j)}{\operatorname{tg}(j_1 + j)}}, \tag{3}$$

$$(r_s)_{x=\lambda,2\lambda,\ldots} = \frac{\dfrac{\sin(\varphi - j_1)}{\sin(\varphi + j_1)} + \dfrac{\sin(j_1 - j)}{\sin(j_1 + j)}}{1 + \dfrac{\sin(\varphi - j_1)}{\sin(\varphi + j_1)}\,\dfrac{\sin(j_1 - j)}{\sin(j_1 + j)}}; \tag{4}$$

où φ est l'angle d'incidence, j_1 et j sont les angles de réfraction dans la couche et dans le verre, donnés par la loi des sinus :

$$\sin j_1 = \frac{\sin\varphi}{n_1}, \qquad \sin j = \frac{\sin\varphi}{n}, \tag{5}$$

n_1 indice de réfraction de la couche.

La méthode polarimétrique consiste à mesurer l'azimuth ψ (dans le cas limite $x = \lambda, 2\lambda, \ldots$), pour lequel l'ellipticité de la lumière réfléchie est nulle, c'est-à-dire qu'elle est strictement polarisée

dans un plan; cet azimuth est donné par

$$\operatorname{tg}\psi = \left(\frac{r_p}{r_s}\right)_{x=\lambda,2\lambda,\ldots} = \frac{\dfrac{\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}+\dfrac{\operatorname{tg}(j_1-j)}{\operatorname{tg}(j_1+j)}}{1+\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}\dfrac{\operatorname{tg}(j_1-j)}{\operatorname{tg}(j_1+j)}}}{\dfrac{\dfrac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi+j_1)}+\dfrac{\sin(j_1-j)}{\sin(j_1+j)}}{1+\dfrac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi+j_1)}\dfrac{\sin(j_1-j)}{\sin(j_1+j)}}}$$

$$= \frac{\dfrac{a+b}{1+ab}}{\dfrac{c+d}{1+cd}} = \frac{\cos(\varphi+j)}{\cos(\varphi-j)}, \tag{6}$$

avec

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}, & b &= \frac{\operatorname{tg}(j_1-j)}{\operatorname{tg}(j_1+j)}, \\ c &= \frac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi+j_1)}, & d &= \frac{\sin(j_1-j)}{\sin(j_1+j)}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

L'azimuth ψ est toujours pris > 0.

La formule (6) donne ψ dans le cas de la réflexion sur le verre portant une couche homogène mince, avec $x = \lambda, 2\lambda, \ldots$; cet azimuth est le même que s'il n'y avait aucun dépôt à la surface du verre. Ceci n'est vrai que pour une couche mince homogène.

3. **Réflexion de la lumière sur une couche mince hétérogène.** — Dans le cas d'une couche mince hétérogène supportée par le verre, on considère les deux indices de réfraction n_a de la partie externe de la couche (au contact de l'air) et n_g de la partie interne (au contact du verre). La loi des sinus nous donne les angles de réfraction j'_1 et j''_1, soit

$$\sin j'_1 = \frac{\sin\varphi}{n_a}, \qquad \sin j''_1 = \frac{\sin\varphi}{n_g}, \tag{8}$$

et les formules (7) deviennent

$$\left.\begin{aligned} a' &= \frac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}, & b' &= \frac{\operatorname{tg}(j''-j)}{\operatorname{tg}(j''+j)}, \\ c' &= \frac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi-j_1)}, & d &= \frac{\sin(j''-j)}{\sin(j''+j)}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

En portant ces expressions dans (6), il vient

$$\operatorname{tg}\psi' = \frac{\dfrac{a'+b'}{1+a'b'}}{\dfrac{c'-d'}{1+c'd'}} = \frac{\dfrac{\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j'_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j'_1)}+\dfrac{\operatorname{tg}(j''_1-j)}{\operatorname{tg}(j''_1+j)}}{1+\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j'_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j'_1)}\dfrac{\operatorname{tg}(j''_1-j)}{\operatorname{tg}(j''_1+j)}}}{\dfrac{\dfrac{\sin(\varphi-j'_1)}{\sin(\varphi+j'_1)}+\dfrac{\sin(j''_1-j)}{\sin(j''_1+j)}}{1+\dfrac{\sin(\varphi-j'_1)}{\sin(\varphi+j'_1)}\dfrac{\sin(j''_1-j)}{\sin(j''_1+j)}}}. \tag{10}$$

Le tableau I donne les résultats des calculs de $\Delta\psi = \psi' - \psi$ pour différentes valeurs de n_a et de n_g.

On voit que dans un très large intervalle, $\Delta\psi = \psi' - \psi$ est sensiblement proportionnel à Δn_1.

TABLEAU I.

$\varphi = 60°$. $n = 1{,}5163$.

n_g.	n_a.	Δn_1.	ψ.	$\Delta\psi$.
			° ′	° ′
1,46	1,48	−0,02	4 48,0	−0 31,0
1,48	1,48	0,00	5 19,0	0 00,0
1,48	1,46	+0,02	5 51,5	+0 32,5
1,48	1,44	+0,04	6 24,5	+1 05,5
1,48	1,42	+0,06	6 58,0	+1 39,0
1,48	1,40	+0,08	7 32,0	+2 13,0
1,48	1,38	+0,10	8 07,0	+2 48,0
1,48	1,36	+0,12	8 43,0	+3 24,0
1,48	1,34	+0,14	9 19,0	+4 00,0

$\varphi = 60°$. $n = 1{,}7393$.

n_g.	n_a.	Δn_1.	ψ.	$\Delta\psi$.
			° ′	° ′
1,46	1,48	−0,02	(—)0 31,0	−0 21,5
1,48	1,48	0,00	(—)0 09,5	0 00,0
1,48	1,46	+0,02	0 12,5	+0 22,0
1,48	1,44	+0,04	0 34,5	+0 44,0
1,48	1,42	+0,06	0 56,0	+1 05,5
1,48	1,40	+0,08	1 17,5	+1 27,0
1,48	1,38	+0,10	1 39,0	+1 48,0
1,48	1,36	+0,12	1 59,5	+2 09,0
1,48	1,34	+0,14	2 20,0	+2 29,5

Dans le calcul de $\Delta\psi$, on suppose que $n_g = n_a + \Delta n_1$. D'après (5) on a alors les angles de réfraction j_1 et $j_1 + \Delta j_1$, où

$$|\Delta j_1| = \left|\frac{\sin\varphi}{n_1^2\cos j_1}\Delta n_1\right| = \left|\frac{\sin\varphi}{n_1\sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi}}\Delta n_1\right|, \tag{11}$$

puisque

$$n_1\cos j_1 = \sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi}. \tag{11'}$$

Pour une couche mince homogène, la formule (10) prend dans le cas $x = \lambda, 2\lambda, \ldots$, la forme

$$\operatorname{tg}\psi' = \operatorname{tg}(\psi+\Delta\psi)$$

$$= \frac{\dfrac{\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}+\dfrac{\operatorname{tg}(j_1+\Delta j_1-j)}{\operatorname{tg}(j_1+\Delta j_1+j)}}{1+\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-j_1)}{\operatorname{tg}(\varphi+j_1)}\dfrac{\operatorname{tg}(j_1+\Delta j_1-j)}{\operatorname{tg}(j_1+\Delta j_1+j)}}}{\dfrac{\dfrac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi+j_1)}+\dfrac{\sin(j_1+\Delta j_1-j)}{\sin(j_1+\Delta j_1+j)}}{1+\dfrac{\sin(\varphi-j_1)}{\sin(\varphi+j_1)}\dfrac{\sin(j_1+\Delta j_1-j)}{\sin(j_1+\Delta j_1+j)}}}$$

$$= \operatorname{tg}\psi\left\{1+\left[\frac{b(m+m')}{a+b}-\frac{dm}{c+d}-\frac{ab(m+m')}{1+ab}+\frac{cdm}{1+cd}\right]\Delta j_1\right\}, \tag{12}$$

où

$$\left.\begin{aligned} m &= \operatorname{cotg}(j_1-j) - \operatorname{cotg}(j_1+j), \\ m' &= \operatorname{tg}(j_1-j) - \operatorname{tg}(j_1+j), \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

mais

$$\operatorname{tg}(\psi+\Delta\psi)-\operatorname{tg}\psi=\frac{\Delta\psi}{\cos^2\psi}, \qquad (14)$$

la valeur absolue de la correction $\Delta\psi$ est donc

$$|\Delta\psi|=\left|\cos^2\psi\operatorname{tg}\psi \times\left\{\frac{b(m+m')}{a+b}-\frac{dm}{c+d}-\frac{ab(m+m')}{1+ab}+\frac{cdm}{1+cd}\right\}\Delta j_1\right|,$$

et en y portant l'expression (11) de Δj_1,

$$|\Delta\psi|=\left|\frac{\sin\varphi\cos^2\psi\operatorname{tg}\psi}{n_1\sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi}} \times\left\{\frac{b(m+m')}{a+b}-\frac{dm}{c+d}-\frac{ab(m+m')}{1+ab}+\frac{cdm}{1+cd}\right\}\Delta n_1\right| \qquad (15)$$

ou

$$|\Delta\psi|=\left|\frac{\sin\varphi\cos^2\psi\operatorname{tg}\psi}{n_1\sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi}} \times\left\{\frac{b(m+m')}{a+b}-\frac{dm}{c+d}\right\}\Delta n_1\right|, \qquad (15')$$

les corrections $\frac{ab(m+m')}{1+ab}$ et $\frac{c\,dm}{1+cd}$ étant négligeables.

4. Détermination de l'hétérogénéité d'une couche mince. — On mesure par la méthode polarimétrique l'azimuth ψ' pour l'angle d'incidence φ et la différence de marche $x=\lambda,\ 2\lambda,\ \ldots$, c'est-à-dire lorsque la lumière réfléchie est strictement polarisée dans un plan. Connaissant l'indice de réfraction du verre, on calcule l'azimuth ψ pour la réflexion sur le verre propre par la formule

$$\operatorname{tg}\psi=\frac{\cos(\varphi+j)}{\cos(\varphi-j)}; \qquad (16)$$

cet azimuth ψ est compris entre o et 45° ($0\leq\psi\leq 45°$).

L'accord entre ψ' mesuré et ψ calculé par (16) est un critère d'homogénéité de la couche étudiée; lorsque $\psi'\gtrless\psi$, la couche est hétérogène. On voit par le tableau I que le signe de $\Delta\psi=\psi'-\psi$ peut être déterminant pour le signe de Δn_1. Nous pouvons dire de prime abord que si $\Delta\psi>0$, on a $\Delta n_1>0$, c'est-à-dire $n_g>n_a$, et que si $\Delta\psi<0$, on a $\Delta n_1<0$ ($n_g<n_a$), lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle de polarisation de Brewster. En comparant les résultats des mesures avec ceux des calculs on peut tirer des conclusions plus détaillées.

La valeur absolue de Δn_1 peut être calculée par (11) et (15), lorsqu'on connaît approximativement l'indice de réfraction de la couche. Il faut donc déterminer la valeur moyenne n_1 de celui-ci, comme si la couche était homogène. Cette détermination peut être effectuée, sous un angle d'incidence différent, par la méthode polarimétrique habituelle. La valeur moyenne de l'indice de réfraction de la couche hétérogène est

$$n_1=\frac{2n_a n_g}{n_a+n_g} \qquad (17)$$

ou plus simplement

$$n_1=(n_a n_g)^{\frac{1}{2}}=\frac{n_a+n_g}{2}. \qquad (17')$$

Connaissant l'angle d'incidence φ dans le cas limite $x=\lambda,\ 2\lambda,\ \ldots$, et les angles de réfraction j_1 dans la couche et j dans le verre par la loi des sinus (5), on calcule les expressions de a, b, c, d par (7) et les corrections m, m' par (13). Portant dans (15), il vient pour (Δn_1) :

$$|\Delta n_1|=\left|\frac{n_1\sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi}}{\sin\varphi\cos^2\psi\operatorname{tg}\psi\left\{\frac{b(m+m')}{a+b}-\frac{dm}{c+d}-\frac{ab(m+m')}{1+ab}+\frac{cdm}{1+cd}\right\}}\Delta\psi\right|. \qquad (18)$$

La valeur absolue de Δn_1 ainsi calculée est une mesure de l'hétérogénéité de la couche étudiée.

Les relations

$$n_1=\frac{n_a+n_g}{2} \qquad \text{et} \qquad n_1=n_g-n_a$$

fournissent en général deux équations distinctes aux inconnues n_a, n_g.

Dans le calcul de Δn_1, on substitue à n_a une valeur moyenne n_1; cette substitution est légitime, car $\Delta\psi$ ne dépend que peu de la valeur de l'indice, pour une valeur donnée de Δn_1. Ceci est surtout vrai pour $n_1=1{,}45$, comme le montre le tableau II où l'on a pris $\Delta n_1=0{,}02$.

La précision de la détermination polarimétrique de Δn_1 est celle de la mesure de l'azimuth ψ. Cet angle peut être mesuré à 0,5′ ou 1′ près (0,5′ étant la plus petite lecture possible sur le vernier de cercle compensateur). Sous l'incidence $\varphi=60°$, le calcul donne ψ moyen = 28′ environ pour $\Delta n_1=0{,}02$ (*voir* tableau II). L'hétérogénéité de la couche peut donc être déterminée à $\Delta n_1=0{,}001$ près environ. Cette précision maximum est atteinte pour φ voisin de 60°, c'est-à-dire à des incidences voisines de l'angle de polarisation ou de Brewster. A des incidences notablement plus grandes ou plus petites, la précision est nettement moindre. Nous avons donc essayé de réaliser une couche hétérogène présentant la différence de marche $x=\lambda$, 2λ, ..., sous 60° d'incidence environ. L'épaisseur de la couche était $d=2{,}4.10^{-4}$ mm environ pour n_1 moyen = 1,480 et pour la raie jaune de Na,

TABLEAU II.

$\varphi = 60°$. $n = 1,5163$.

Δn_1.	n_1.	$\Delta\psi$.
0,02.....	1,30	0° 20′,5
	1,40	0 28,5
	1,50	0 32,5
	1,60	0 34,5
	1,70	0 35,5

$\varphi = 60°$. $n = 1,7393$.

Δn_1.	n_1.	$\Delta\psi$.
0,02.....	1,30	0° 10′,0
	1,40	0 10,0
	1,50	0 22,5
	1,60	0 25,0
	1,70	0 25,5

$\lambda = 5893$ Å. Cette couche présente la couleur d'interférence rouge sous incidence normale et à la réflexion normale de la lumière blanche du jour.

La mesure directe de l'angle d'incidence φ pour le cas limite $x = \lambda, 2\lambda, \ldots,$ est très difficile par la polarimétrie; on pourra obtenir des résultats précis par interpolation à partir d'une suite de mesures au voisinage de l'incidence d'ellipticité nulle, où la lumière réfléchie est rigoureusement polarisée dans un plan.

Les formules que l'on a déduites pour le calcul de Δn_1 ne sont qu'approchées. Les résultats ci-dessus montrent que la méthode polarimétrique peut être très utile pour l'étude de l'hétérogénéité des couches minces déposées sur le verre.

On remarquera pour conclure que toutes ces considérations reposent sur des calculs. A son grand regret, l'auteur n'a pu disposer de couches minces hétérogènes convenant à une étude polarimétrique expérimentale. Il serait très reconnaissant à qui pourrait lui procurer quelques échantillons de couches hétérogènes déposées sur le verre, obtenues par centrifugation, par exemple.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] BAUER G. — *Ann. Physik*, 1934, (5), **19**, 434.
[2] MEYSING N. J. — *Physica*, 1941, **8**, 687.
[3] SCHRODER H. — *Ann. Physik*, 1941, (5), **39**, 55.
[4] SMAKULA A. — *Glastechn. Berichte*, 1941, **19**, 377.

II. — PRÉPARATION DES LAMES MINCES ET TECHNIQUES DIVERSES.

UN APPAREIL DE PULVÉRISATION CATHODIQUE PERMETTANT D'OBTENIR DES COUCHES DONT LA DENSITÉ EST CONTRÔLÉE PENDANT LA FORMATION

Par A. ANDANT.

Laboratoire des Recherches physiques à la Sorbonne.

Summary. — The deposits are prepared by cathodic sputtering. The optical density of the deposits is measured during the sputtering (a beam of light passes through the target plate and the metallic cathode which is perforated for this purpose). The apparatus also provides a control of the purity of the gas in the region where the sputtering takes place.

La préparation par pulvérisation cathodique de lames métalliques minces de palladium, d'or ou d'argent ayant une densité optique fixée à l'avance m'a souvent été demandée par les élèves de M. Cabannes, au Laboratoire des Recherches physiques.

Il était apparu impossible, après de multiples essais, de réaliser de telles couches en se basant sur les résultats d'expériences successives conduisant chacune à une densité mesurée en fin de pulvérisation. Pour une distance « cathode-lame » donnée, les seuls facteurs que l'on peut maintenir constants sont la pression résiduelle, la tension du courant et son intensité, le temps étant la variable. Mais d'autres facteurs interviennent, sur lesquels nous n'avons aucune influence, ne connaissant rien de leur origine, ni de leurs valeurs (gaz occlus, humidité, charge électrique des parois, etc.).

Il est donc absolument indispensable de déterminer la densité optique (et, s'il le fallait, le pouvoir réflecteur) pendant la pulvérisation, en arrêtant celle-ci dès que la valeur désirée est obtenue.

Le dispositif de pulvérisation cathodique que j'avais installé précédemment permettait justement cette mesure, mais il présentait un inconvénient : on devait tourner la cathode dans son plan pour faire les mesures, ce qui amenait parfois des déréglages. Ayant remarqué qu'une cathode métallique plane percée d'une ouverture (6 à 8 mm de diamètre) donnait un dépôt uniforme sur un support placé à 30 ou 40 mm au-dessous d'elle, j'ai modifié ce dispositif.

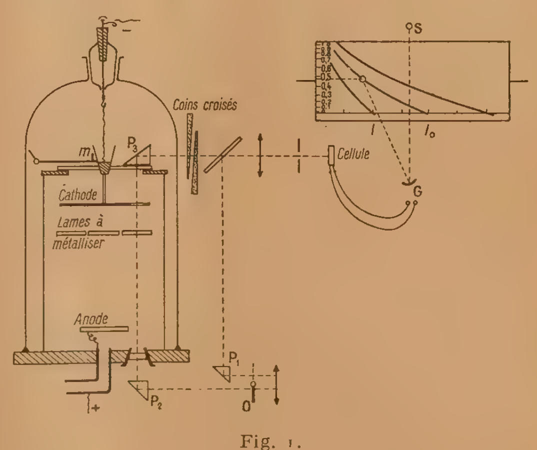


Fig. 1.

L'ensemble de l'installation est représenté sur la planche 1. Une source lumineuse et un condenseur donnent un faisceau parallèle qui est dédoublé sur deux trajets grâce aux prismes P_1 et P_2 : l'un des faisceaux ne traverse pas la cloche à pulvérisation : une glace sans tain le renvoie sur une cellule à couche d'arrêt reliée à un galvanomètre. La deuxième partie du faisceau pénètre dans la cloche

par une fenêtre à faces parallèles, traverse la lame à métalliser elle-même, ou une lame de glace identique dont la face supérieure est placée exactement dans le plan des surfaces à métalliser.

Le faisceau qui traverse la cathode par une ouverture de 8 mm de diamètre est renvoyé par un prisme P_3 sur la cellule à couche d'arrêt. La courbure de la paroi de la cloche ne gêne pas la propagation du faisceau : il suffit d'en choisir une région sans défauts.

Un obturateur O à deux fenêtres permet d'envoyer sur la cellule chacun des faisceaux alternativement. Avant la pulvérisation on égalise les déviations du spot données par chacun des faisceaux, au moyen de deux coins en platine (qui ont été préparés avec cet appareil) placés en opposition à la sortie du faisceau traversant la cloche.

Au cours de la pulvérisation, on observe les deux déviations du spot sur une abaque enroulée sur un cylindre : une lecture directe donne la densité optique de la couche déposée.

La seule perturbation qui pourrait fausser les mesures est un glissement de la cathode dans son plan, déplaçant l'ouverture sur le faisceau : un miroir M fixé sur la monture de la cathode permet de repérer la position adoptée pour elle au début de l'opération; si besoin est on peut ramener la cathode dans sa position correcte grâce à une pièce de fer doux également solidaire de sa monture, qu'on déplace de l'extérieur avec un aimant.

Il est indispensable également de surveiller constamment la composition de l'atmosphère résiduelle (généralement de l'hydrogène) dans laquelle se fait la pulvérisation. Un tube de Geissler en relation avec la cloche permet de déceler au spectroscope l'apparition de la moindre trace d'air. On ne recueille pas le dépôt métallique au début de la pulvérisation, pendant le dégazage de la cathode et des diverses pièces de l'appareil : les lames à métalliser sont recouvertes pendant cette période (10 à 15 mn) par une feuille de mica attachée à un morceau de fer doux, qu'on fait tomber de l'extérieur avec un électro-aimant.

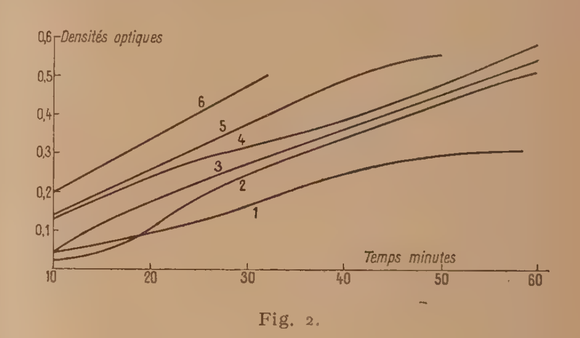


Fig. 2.

Sur la planche 2 sont groupés les résultats de six séries de mesures faites pour courant et distance lame-cathode identiques. Elles diffèrent par l'état de la cloche et de ses accessoires intérieurs (humidité, métallisation partielle), par celui de la cathode (polissage, séjour dans l'hydrogène, etc.).

La courbe n° 6 a été obtenue avec une cathode de palladium ayant séjourné, chaude, dans de l'hydrogène sous la pression 15 cm pendant quelques heures. Ce résultat confirme l'observation faite par divers auteurs qu'une cathode de ce métal « saturée » d'hydrogène, se pulvérise plus vite que si elle est conservée à l'air libre, les autres conditions étant les mêmes.

MÉCANISME POUR LA PRÉPARATION PAR ÉVAPORATION DANS LE VIDE DE FILTRES INTERFÉRENTIELS A COULEUR VARIABLE

Par Ch. DUFOUR.
Ingénieur à la Compagnie des Compteurs. Laboratoires Télévision.

Summary. — Description of an apparatus for depositing any number of metallic or other films in the shape of a wedge whose angle can be adjusted for each film. Application to the production of interference filters of variable colour. The device used for controlling the thickness of the deposits during evaporation is also described.

L'appareil que nous allons décrire est destiné à la préparation par évaporation sous vide de filtres du type métal semi-transparent-fluorure transparent-métal semi-transparent (étalon de Fabry-Perot de faible épaisseur). Les verres supports sont des rectangles de 60 × 15 mm sur lesquels on dépose les trois couches précitées en forme de coin afin d'obtenir un filtre à variation sensiblement linéaire de longueur d'onde suivant la plus grande dimension de la plaquette de verre.

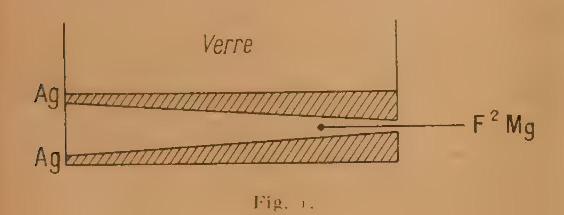


Fig. 1.

Si les couches métalliques sont des couches d'aluminium, il suffira d'avoir une couche de fluorure de lithium ou de magnésium en forme de prisme de petit angle. Si les couches semi-transparentes sont en argent, elles devront être constituées par des coins de pente opposée à celle de la couche centrale car l'argent est plus transparent vers les courtes longueurs d'onde. En effet, pour garder à la bande de transmission sa finesse dans le bleu, il est nécessaire de conserver le même facteur de réflexion que pour les plus grandes longueurs d'onde et, par suite, d'avoir une couche d'argent de plus grande épaisseur (*fig.* 1).

Le dispositif schématisé (*fig.* 2), permet de réaliser à volonté un nombre quelconque de couches minces métalliques ou non en forme de coin d'angle au sommet ajustable.

Les verres rectangulaires à recouvrir F sont disposés en couronne autour de la pièce M qui peut coulisser verticalement. La seconde extrémité

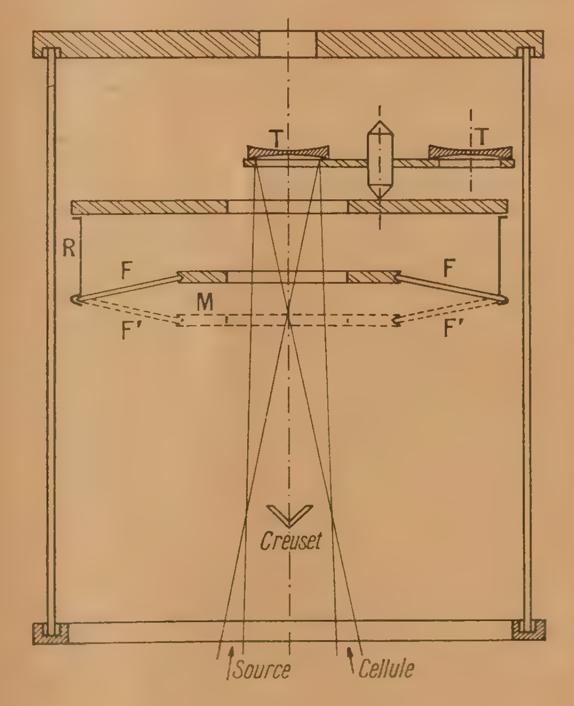


Fig. 2.

des verres F est maintenue dans un plan horizontal fixe par les lames ressorts en bronze au glucinium R. L'inclinaison des plans à recouvrir peut être modifiée de l'extérieur de la cloche à vide au moyen d'un

rodage entraînant une vis qui commande le déplacement vertical de la pièce M.

Le matériau à évaporer est placé au centre de la cloche dans un des six creusets C de la tourelle inférieure hexagonale. Par rotation commandée de l'extérieur de la cloche, il est possible d'amener successivement chacun des creusets C en position d'évaporation. La figure 3 montre la disposition

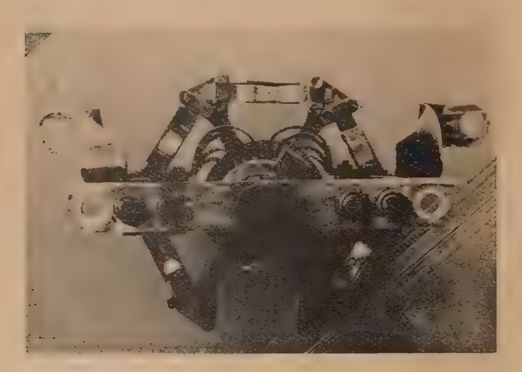


Fig. 3.

des creusets sur la tourelle ainsi que le collecteur et les balais d'amenée du courant (des intensités de 200 A sont permises).

Pendant l'évaporation même, l'épaisseur de chaque couche est contrôlée par la mesure du facteur de transmission ou de réflexion sur un verre témoin T. On dispose de six verres témoins disposés sur la tourelle supérieure de contrôle visible sur la figure 4. La rotation des verres témoins est assurée de l'extérieur de la cloche en verre par action magnétique sur les petits aimants portés par la tourelle.

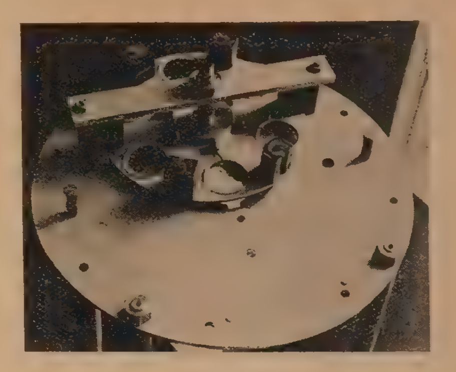


Fig. 4.

La source de lumière pour le faisceau de contrôle est une lampe à vapeur de mercure suivie d'un filtre et le récepteur est une simple cellule à couche d'arrêt.

L'ensemble du mécanisme a été réalisé à l'intérieur d'un manchon de verre de 30 cm de diamètre et de 55 cm de hauteur. La distance d'évaporation est de l'ordre de 30 cm.

Bien que prévu pour la fabrication de filtres du type classique à trois couches, cet ensemble peut servir à préparer des couches multiples quelconques en forme de coins d'angles variés et notamment des couches du type Ag-cryolithe-SZn-cryolithe-SZn-cryolithe-Ag qui constituent les filtres interférentiels améliorés déjà préconisés lors d'une publication récente.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Dufour Ch. — *Le Vide*, 1948, n^os **16-17**.

[2] Dufour Ch. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 2132-2134.

SOME FACTORS INFLUENCING THE ADHESION OF FILMS PRODUCED BY VACUUM EVAPORATION

By O. S. HEAVENS, B. Sc.

Sommaire. — De nombreux facteurs interviennent dans la préparation des couches par évaporation, parmi lesquels on peut citer les suivants :

le vide réalisé;
le liquide utilisé dans les pompes et les dispositifs employés comme pièges;
la méthode de nettoyage des surfaces traitées;
la température des sources et, par suite, l'intensité du jet moléculaire.

Un travail est en cours pour déterminer la part jouée par quelques-uns de ces facteurs en contrôlant la dureté et l'adhésion des couches évaporées dans le vide. L'auteur indique quelques résultats préliminaires obtenus avec l'aluminium. Il étudie également les propriétés des couches d'aluminium déposées sur un support de chrome évaporé.

Introduction. — In view of the rapidly increasing application of vacuum evaporation methods, an investigation has been made to try to assess the relative importance of the many factors which affect the adhesion of metal films produced by this process. This report contains some preliminary results of the investigation, in which films of silver, aluminium and chromium have been studied.

It is known that the adhesion of aluminium to glass is improved by the prior deposition of a thin layer of chromium. The dependence of the adhesion of aluminium, and also of silver, films on the thickness of the chromium layer has been examined. A simple method is described for measuring the thickness of a transparent metal film without removing the film from the vacuum.

Method of testing the adhesion of films. — The measurement of the true adhesion between a film and the substrate presents considerable difficulty. The so-called « Scotch Tape » test, in which an adhesive tape is applied to the film and then stripped off, is of little use as a quantitative test. The method employed in this work is to measure the load on a chromium-steel point necessary to remove the film from the substrate. The point has a smooth contour, the radius at the tip being about 0.03 mm, and is drawn across the surface at a definite rate. The apparatus is shown in figure 1. In testing the adhesion of single metal films, gradually increasing loads were applied until the film was removed completely. It was found that for loads smaller than that necessary to remove the metal, deformation of the film occurred but without appreciable removal of the metal.



Fig. 1. — Apparatus for testing the adhesion of metal films.

This suggests that the coherence in the film is greater than its adherence to the substrate. In the work on the effect of chromium layers on silver and aluminium deposits, reference plates with no chromium substrate were prepared at the same time as the test plates and the differences in the figures obtained were taken to be a measure of the improvement in adhesion of the superposed film.

Degree of vacuum. — The nature of films of substances produced by evaporation varies considerably with the pressure in the evaporation

chamber. Films can be produced, on targets a few cm from the source, at pressures as high as 10^{-2}-10^{-1} mm mercury but such films are generally powdery and consist of aggregates of the order of colloidal dimensions. At about 10^{-4} mm mirror-like films are produced on, e. g. a glass substrate, such films showing reasonably good coherence. Their adherence to glass is usually poor. At a pressure of about 10^{-5} mm, the adhesion of the film to the substrate improves. There is some evidence that films prepared at pressures below 10^{-6} mm in all-glass vacuum systems show much greater adherence and coherence than those deposited at 10^{-5} mm. No quantitative measurements have been made on these films.

In vacuum systems containing large masses of metal which cannot readily be outgassed, very low pressures cannot be expected. The work to be described has been done with such a system, the pressure being in the region of 10^{-5} mm.

Pumping fluid and trapping arrangements. — When a mercury diffusion pump is used, efficient trapping is obligatory if stable films, possessing good coherence and adherence are to be produced. Aluminium films are particularly sensitive to mercury contamination. Cooling by solid carbon-dioxide-acetone mixture (— 80° C) has been found to be insufficient to prevent instability in evaporated aluminium films although silver films appear to be satisfactory with this coolant.

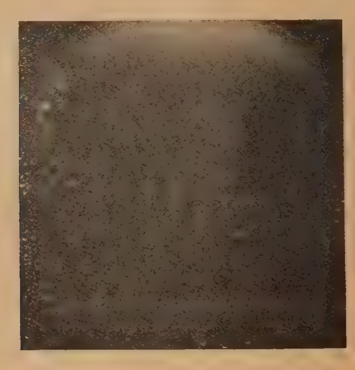


Fig. 2. — « Blisters » observed on evaporated aluminium film (Magnification × 40).

Tests have been made with a system using silicone oil as pumping fluid (*a*) with no cooling, (*b*) using solid CO_2-acetone mixture and (*c*) using liquid air. In the last mentioned case no defective films have been observed. When no cooling is used and the evaporation is done within a short time of pumping down, the films are good. When, however, the system is left pumping for several hours before the evaporation, films of aluminium sometimes show minute raised " blisters " (*fig.* 2) as though tiny droplets (~ 0,05 mm) were present on the glass. This has been observed on plates maintained at room temperature and also at temperatures of 200-300° C. The possibility that this trouble is due to contamination by silicone vapour makes it desirable that some coolant be used. With solid CO_2-acetone cooling, hard films of silver and aluminium result, although the adhesion is not quite so strong as that obtained with liquid air trapping.

Preparation of target surface. — Following normal chemical cleaning, the plate is subjected to a glow discharge at a pressure below 0.1 mm for several minutes. The use of aluminium for the glow discharge electrode avoids sputtering.

A series of tests was made to investigate the effect of prolonged heating of the target (glass) on the adhesion of evaporated aluminium films. Plates were heated to temperatures of up to 390° C for periods of up to 44 h. Two general conclusions arise from these tests :

(*a*) The adhesion of films to plates which have been subject to glow discharge is better than that for plates which have been pre-heated only.

(*b*) No significant improvement in adhesion results from prolonged heating of the target after the glow discharge has been used.

The influence of chromium on the adhesion of silver and aluminium to glass. — The adhesion of chromium to glass has been found to be considerably better than that of silver or aluminium. The use of a chromium substrate for improving the adhesion of aluminium for the production of mirrors has long been known. Two possible mechanisms for this process are (1) a " sensitisation " phenomenon similar to that observed by Ditchburn [1] in connection with cadmium or (2) a process in which a crystalline deposit of chromium induces orientation of the superposed aluminium.

Ditchburn has found that when a beam of cadmium atoms whose intensity is of the order 10^{17} atoms : cm^2 : s is allowed to impinge on a glass surface at room temperature, no deposit is obtained. If the glass target is cooled with liquid air, condensation of the cadmium atoms occurs and a visible deposit forms rapidly. Under this condition practically all the impinging cadmium atoms remain on the surface of the glass. When the target at liquid air temperature is exposed to a feeble beam of cadmium atoms for a short time, so that an amount of cadmium corresponding to 10^{-3}-10^{-2} of a molecular layer is deposited and is then exposed at room temperature, a visible

deposit of cadmium forms. The name " sensitisation " phenomenon is given to this effect.

Experiments were made to determine whether any improvement in the adhesion of aluminium films resulted from the prior deposition of chromium films of the order of 1 molecular layer in thickness. No effect was observed.

If the mechanism (2) above were to operate, films of chromium considerably in excess of a

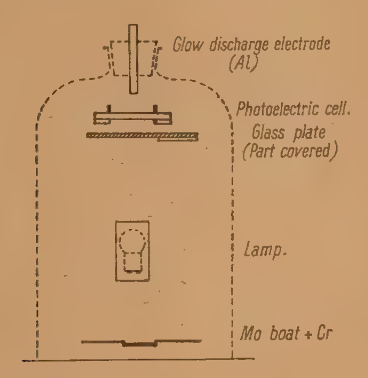


Fig. 3. — Arrangement of apparatus for depositing chromium films and measuring their transmission.

monolayer would be required. It has been shown that evaporated layers a few atoms thick are amorphous. The effect of chromium films of thickness up to some 500 Å was therefore studied. It is necessary that the thickness of the deposited chromium films be measured in vacuum so that the aluminium layer may be deposited without admitting air to the system, as this would involve the possible complication of the adsorption of a layer of air on the chromium surface. The following simple method proved satisfactory. The relation between thickness of chromium and its transmissibility was first obtained, the transmission measurements being made by mounting a photoelectric cell and lamp in the vacuum chamber. Part of the glass plate was covered with a razor blade so that the chromium film formed a well-defined step on the glass (*fig.* 3). An opaque deposit of silver was then evaporated on to the plate, the razor blade having been removed. The method of Tolansky [2] using multiple-beam Fizeau fringes produced between a heavily silvered optical flat and the test plate enabled the thickness of the chromium layer to be found. Typical fringe steps are shown in figure 4. The relation between transmission and thickness is shown in figure 5. The lamp was covered by a magnetically-operated shutter during the evaporation of the chromium so that errors due to the deposition of scattered chromium atoms on the bulb were avoided.

In the tests on aluminium films it was arranged that part of the target received chromium only part received chromium and aluminium and part



Fig. 4. — Multiple-beam Fizeau fringes used in the determination of the thickness of chromium specimens.

received aluminium only (*fig.* 6). The hardness of the chromium films was used as an indication that no interfering conditions attended. One plate on which the chromium deposit did not adhere well was rejected. Aluminium was deposited until the film on the clear part of the target just became opaque, this corresponding to about 1 000 Å thick-

ness. The adhesion of the aluminium was tested using the scratch test described above and the results are shown in figure 7. It appears that

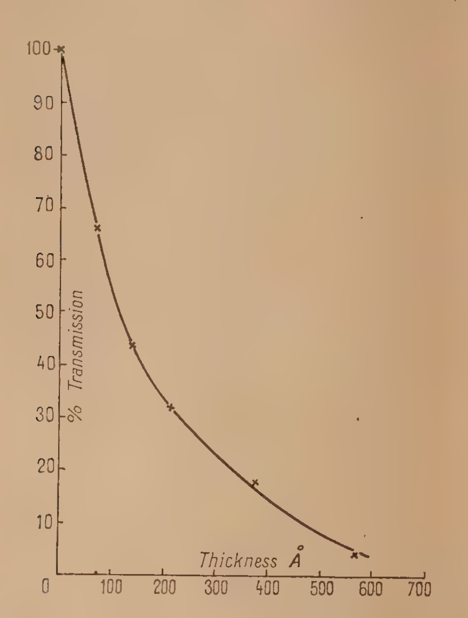


Fig. 5. — Relation between transmission and thickness for evaporated chromium films.

below a thickness of chromium substrate of about 300 Å, a negligible improvement of adhesion results.

In the case of silver films a definite improvement in

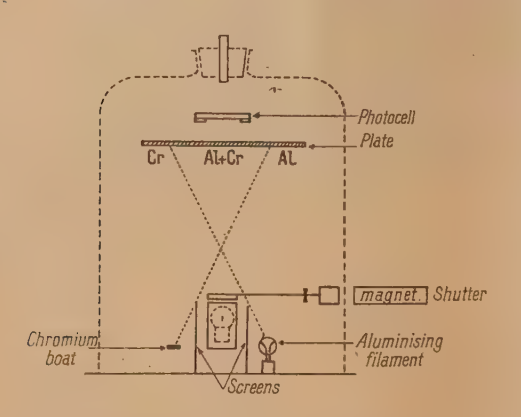


Fig. 6. — Arrangement of apparatus for chromium + aluminium deposition.

adhesion was found for chromium layers up to 300 Å but a much larger increase in adhesion was found with thicknesses in excess of about 300 Å (*fig.* 8).

A study of the crystal structures of chromium, aluminium and silver yields the following results.

The (110) planes of the chromium lattice contain atoms lying in a face-centred rectangular array, the dimensions of the rectangle being 4,070 Å by 2 878 Å. The (110) planes of aluminium consist of a rectangular array in which the spacings are 4 041 Å and 2 858 Å. In the case of silver,

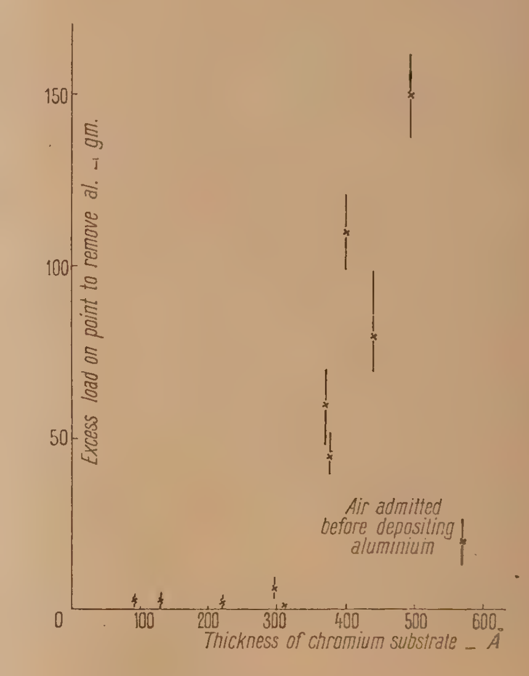


Fig. 7. — Results of adhesion tests on aluminium with chromium substrate.

which has a structure similar to that of aluminium, the inter-atomic distances in the (110) plane are 4 078 Å and 2 884 Å. The aluminium and silver spacings are well within 1 per cent of those of the chromium spacings, so that the possibility of induced crystallisation of the aluminium or silver at the interface with the chromium layer is strong.

Many examples of this type of crystallisation have been found by electron diffraction methods. Finch [3] has shown that when aluminium is deposited on a platinum substrate, the aluminium atoms form tetragonal crystals, their separations in the plane parallel to the interface being shortened by the influence of the underlying platinum lattice. The difference in spacings in this case is 3.2 per cent. Wilman [4] finds that PbS crystals will grow on a rock-salt crystal following the NaCl orientation although the difference in spacing is about 5 per cent.

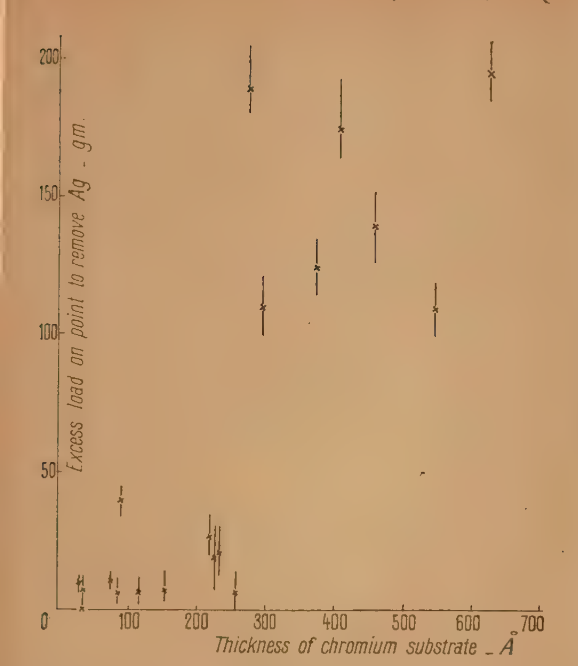


Fig. 8. — Results of adhesion tests on silver with chromium substrate.

Conclusions. — The conditions necessary for the production by evaporation in vacuum of hard metal films with good adherence to the substrate may be summarised as follows :

(1) The pressure in the system should be not greater than 10^{-5} mm Hg.

(2) With mercury as the pumping fluid, trapping with liquid air is required.

(3) With silicone oil as the pumping fluid, trapping with solid CO_2-acetone is desirable.

(4) Subjecting the target to a glow discharge at below 0.1 mm for several minutes is very effective in cleaning the surface. No advantage results from prolonged heating of the target at a pressure of 10^{-5} mm.

The thickness of chromium films necessary to produce an improvement in adhesion of aluminium and silver films has been found to be about 300 Å. Films of this order of thickness are known to be crystalline from electron diffraction observations [3]. It is suggested that the close similarity of interatomic distances in the chromium, aluminium and silver lattices induces oriented crystalline regions in the superposed films, and thus produces strong binding between the two layers.

REFERENCES.

[1] Ditchburn. — Private Communication.
[2] Tolansky. — Multiple Beam Interferometry, 147, Oxford 1948.
[3] Finch, Quarrel and Wilman. — *Trans. Farad. Soc.*, 1935, **31**, 1051.
[4] Elleman and Wilman. — *Proc. Phys. Soc.*, 1948, **61**, 164.

Intervention de M. Kuhn.

The influence of the residual gas on the properties of the metal films is presumably produced by the occlusion of foreign gas atoms into the structure of the metal. If this is true, the ratio of the rates of bombardment of the target by gas atoms to that by metal atoms should be the decisive factor. To test this view, we carried out several aluminium depositions with different distances of the target from the source, thus varying the speed of deposition at constant gas pressure. We found markedly higher values of reflectivity for smaller distances, which appears to support the assumption made.

Intervention de M. Arnulf.

L'expérience nous a montré qu'il y a le plus grand intérêt à effectuer les essais d'adhérence des couches immédiatement à la sortie des échantillons de la cloche à vide. Une couche bien adhérente dans ces conditions offrira ultérieurement la meilleure résistance possible aux actions mécaniques, chimiques et atmosphériques.

Intervention de M. W. Scott.

Before a glass mirror form is placed in the coating tank it is cleaned with aerosol and concentrated chromic acid cleaning solution. The thoroughly rinsed form is carefully dried with a soft oil-free cotton cloth-well laundered diaper cloth has proved satisfactory.

The chemically cleaned form, which is subsequently subjected to the cleaning action of a d. c. glow discharge, is placed in the coating tank.

The pressure in the tank is reduced to about 5×10^{-5} mm Hg; the high vacuum valve is closed, and air is admitted through a needle valve until the pressure is high enough so that a potential of 5 000 V d. c. will cause a current of approximately 15 mA to flow (These figures are for a 40 cm diameter tank). After the glow discharge has continued for about ten minutes the high vacuum valve is opened and the chamber is again evacuated to a pressure of about 5×10^{-5} mm Hg. The aluminium coating is applied while the mirror form is still warm.

The electrode for the glow discharge is a thick annular ring of aluminium placed parallel and as close to the bottom of the tank as practicable. It is made negative with respect to the baseplate which is at ground potential. It is important that the discharge heat the mirror form hotter than any other part of the coating chamber otherwise volatile materials may evaporate from the heated portions and condense on the mirror form resulting in poor adherence of coatings.

When large curved surfaces are to be coated it is advisable to use a cathode having a curved surface approximately paralleling the surface to be bombarded.

When a glass coating tank is used a heat-conducting cylindrical metal shield is placed inside the bell-jar. This shield prevents accumulation of heat at undesired places and prevents the bell-jar from becoming coated.

PRÉPARATION DE LAMES MINCES DONT L'ÉPAISSEUR VARIE, DANS UNE DIRECTION, SUIVANT UNE LOI DONNÉE QUELCONQUE

Par Pierre JACQUINOT.

Summary. — Interest of these deposits for the preparation of neutral photometric wedges or anti-diffraction screens (" apodiseurs ") for spectrographs. Description of the apparatus constructed at Bellevue, allowing to realise them by evaporation in vacuo.

Les lames d'épaisseur variable ont souvent été utilisées, par exemple pour « paraboliser » des miroirs [1] ou pour rendre asphériques des surfaces optiques utilisées par réfraction [2]. Dans ces deux cas (métal ou corps transparents) les distributions d'épaisseur sont de révolution. De telles lames s'obtiennent par évaporation dans le vide, en faisant tourner la pièce à traiter devant un cache de forme convenable. Souvent aussi c'est l'absorption des lames qui est utilisée : tel est le cas des coins photométriques. Ces coins sont le plus souvent des prismes de petit angle en verre absorbant, et on les réalise aussi par la technique de Goldberg avec de la gélatine teintée. On obtient cependant une neutralité beaucoup meilleure en les préparant par évaporation dans le vide d'un métal ou d'un alliage convenable. Si l'on veut, dans ce cas, obtenir une variation linéaire de la densité optique, seule la technique des caches mobiles peut conduire à des résultats corrects; mais alors le problème n'est plus de révolution, ce qui est une difficulté certaine.

De même, les écrans antidiffraction ou « apodiseurs » qui permettent de modifier profondément les figures de diffraction [3] en imposant à l'amplitude de l'onde dans le plan de la pupille une répartition convenable peuvent être préparés par évaporation de substances absorbantes. Pour la reproduction optique des objets de forme quelconque, la loi de répartition d'amplitude doit évidemment être de révolution, et la technique de préparation des écrans est la même que pour paraboliser les miroirs. Mais, dans le cas du spectroscope, où l'objet est une fente, il est avantageux que la répartition d'amplitude ait la même symétrie, et la lame doit avoir une épaisseur constante sur toute droite parallèle à une direction donnée. La technique est la même que pour la préparation d'un coin photométrique, la loi de répartition (forme du cache) étant seulement plus compliquée. C'est pour la préparation de tels écrans apodiseurs pour spectrographes qu'a été entreprise aux Laboratoires de Bellevue la construction de l'appareil qui va être sommairement décrit.

La difficulté est seulement de nature mécanique. Il s'agit, en effet, d'obtenir un mouvement relatif de la pièce à traiter et d'un cache placé très près, qui soit un mouvement *rectiligne uniforme*, pour qu'en chaque point le temps d'exposition soit bien proportionnel à la largeur du cache en ce point.

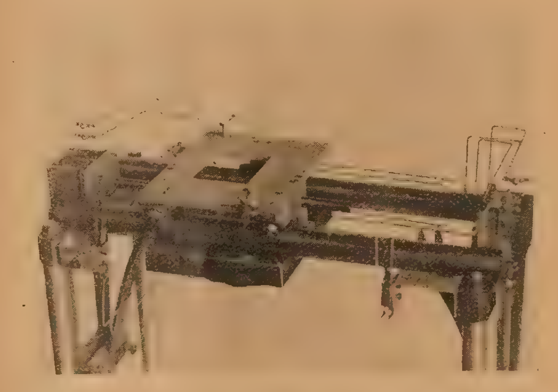


Fig. 1. — Photographie du mécanisme de va-et-vient.

La solution adoptée est celle du mouvement *libre* d'un chariot entre deux butées; ce chariot, qui porte le verre à traiter, rebondit sur un ressort à chaque extrémité de sa course et y reçoit une impulsion au moyen d'un système électromagnétique qu'il commande lui-même à son passage, ce qui permet d'entretenir le mouvement. Le chariot roule sur des rails, parfaitement guidé au moyen de roulements à billes, et son mouvement libre est, à cause des frottements, uniformément ralenti; dans ce cas (et d'une façon générale si la perte de vitesse est une fonction *impaire* de la distance au centre de la course) la somme des vitesses aller et

retour est la même en tous les points, et cette compensation est suffisante. Une description plus détaillée du dispositif (*fig.* 1) n'offrirait que peu d'intérêt; il suffit d'indiquer ici que la vitesse est d'environ deux aller-retour par seconde, que la longueur de course où le mouvement est uniforme est de 70 mm, et qu'un dispositif permet d'immobiliser le chariot à une extrémité de sa course et de le remettre en mouvement sans ouvrir la cloche à vide [4].

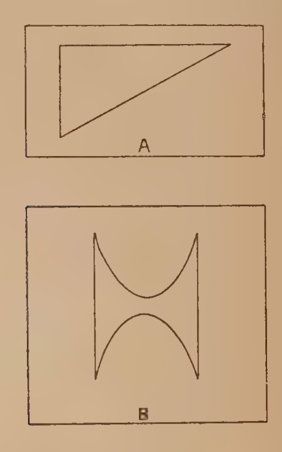


Fig. 2.
a. Cache pour préparation d'un coin photométrique.
b. Cache pour préparation d'un écran apodiseur.

Une autre difficulté est celle de la mesure de l'épaisseur de la lame en un point au cours de sa préparation. Cette mesure est nécessaire, car c'est la densité optique et non l'opacité qui est proportionnelle à l'épaisseur du métal, et si l'on veut obtenir une loi de *transmission* donnée $T(x)$, il est nécessaire d'arrêter l'évaporation quand la transmission en un point x_0 a atteint la valeur $T(x_0)$, sinon on obtiendrait une loi $[T(x)]^n$. Or cette mesure de T est difficile à faire sur une pièce en mouvement. On opère en mesurant la transmission optique au moyen d'une cellule lors de chaque passage de la pièce par une des extrémités de sa course : le galvanomètre branché sur la cellule n'est mis en circuit que pendant un temps très court au moyen d'un contact actionné par le chariot. Le galvanomètre reçoit ainsi une impulsion que l'on mesure en l'annulant par le courant d'une autre cellule éclairée par la même lampe à travers un diaphragme réglé à l'avance en substituant à la pièce un écran (coin photométrique) ayant la densité que l'on désire obtenir au point où le faisceau de mesure traverse la lame. Il suffit alors d'arrêter l'évaporation lorsque l'impulsion que le galvanomètre reçoit à chaque course du chariot s'annule.

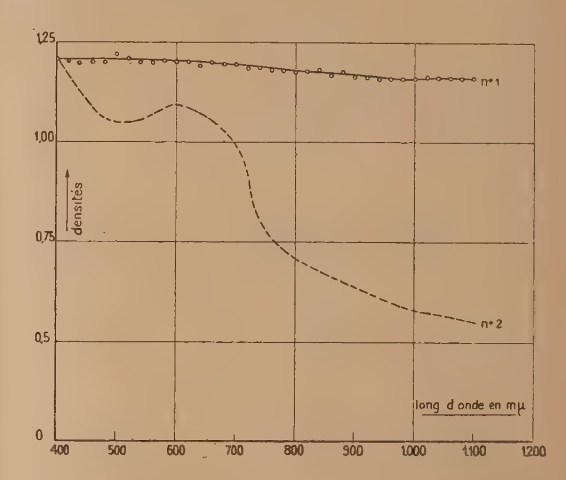


Fig. 3. — Courbes des densités en fonction de λ.
N° 1. Pour un dépôt d'Inconel.
N° 2. Pour un filtre en gélatine réputé très bon.

L'appareil dont le principe vient d'être décrit a permis de préparer des coins photométriques et des écrans apodiseurs pour spectrographes : à titre d'exemple, la figure 2*b* reproduit la forme du cache employé pour obtenir un écran dont la loi de transmission est

$$T(x) = 0{,}493 + 0{,}486 \cos \pi x + 0{,}020 \cos 2\pi x.$$

Avec un choix convenable du métal évaporé (nous remercions particulièrement M. A. F. Turner de nous avoir indiqué l'alliage Inconel), on peut obtenir des écrans d'une excellente neutralité (*fig.* 3).

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Strong. — *Proc. Exp. Phys.*, 180.
[2] Schultz. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 432.
[3] Couder. — *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, 677.
Boughon, Dossier et Jacquinot. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, 223, 661 et La théorie des images optiques, 183. (éditions de la *Revue d'Optique*, Paris 1949. — Lansraux. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **222**, 1434.
[4] Brevet C.N.R.S. n° provisoire 586 713.

APPAREIL DE VAPORISATION DANS LE VIDE POUR LA MÉTALLISATION DE LAMES D'INTERFÉROMÈTRE

Par J. ROIG et Mlle DESCAMPS, Lille.

Summary. — The apparatus allows to obtain deposits of silver and aluminium. Characteristic features :

1. Deposition of two interferometer films in succession without admission of air into the chamber.
2. Rotation of the films during deposition with a view to obtaining uniform films.
3. Measurement of the optical density during the operation.
4. The plates are at first protected by shutters which allow preliminary heating of the filament and removal of impurities.
5. The rotation of a single dial placed on top of the chamber controls all the operations.

Les caractéristiques de l'appareil (*fig.* 1), que

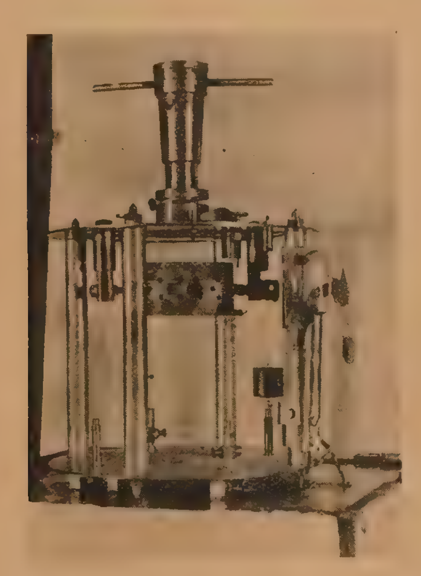


Fig. 1.

nous utilisons pour la préparation de semi-argentures et de semi-aluminures sont les suivantes :

1° Métallisation successive des deux lames de l'interféromètre sans rentrée d'air dans la cloche (1).

2° Rotation des lames au cours de la métallisation en vue d'obtenir des couches uniformes.

3° Mesure de la densité optique au cours de l'opération.

4° Protection des lames au début de l'expérience, par des volets qui permettent un chauffage préalable du filament et l'élimination des impuretés volatiles.

5° La rotation d'un seul rodage placé au sommet de la cloche commande toutes les opérations.

La platine en laiton porte quatre passages d'électrodes qui fournissent le courant de chauffage aux filaments incandescents placés à la partie inférieure de l'appareil. Les filaments en tungstène ou en tantale sont chargés de cavaliers d'aluminium ou d'argent.

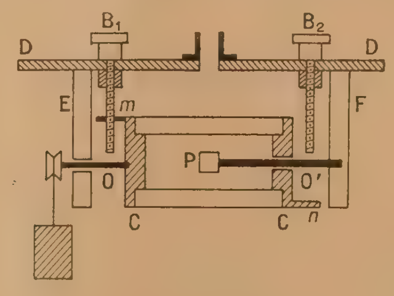


Fig. 2. — Le dispositif D et le cylindre porte-lames.

Sur la platine repose une table d'aluminium à quatre pieds dont la partie supérieure est une couronne sur laquelle est simplement posé un disque d'aluminium horizontal D qui peut tourner

(1) Un dispositif analogue a été utilisé dans un appareil à projection cathodique par le Professeur Schüler au Max Planck Institut en 1938.

librement dans son plan. Ce disque D sert de plaque de montage. Sur la face inférieure de D sont fixés deux montants E et F qui supportent un axe horizontal OO′ (*fig.* 2).

Cet axe constitue le diamètre d'un cylindre creux C, mobile autour de OO′, sur les bases duquel sont encastrées les deux lames de l'interféromètre ($\Phi = 80$ mm). L'axe OO′ ne traverse pas le cylindre mais se compose de deux tiges O et O′. La tige O est fixée sur la paroi extérieure du cylindre, traverse librement le montant E et porte à son extrémité une petite poulie où s'enroule un fil souple lesté par un contrepoids en plomb. La tige O′ est fixée au montant F, traverse librement la paroi du cylindre et porte un petit prisme à réflexion totale P placé au centre du cylindre; une des faces du prisme est verticale, l'autre horizontale; P est ainsi rigidement fixé à la plaque de montage D.

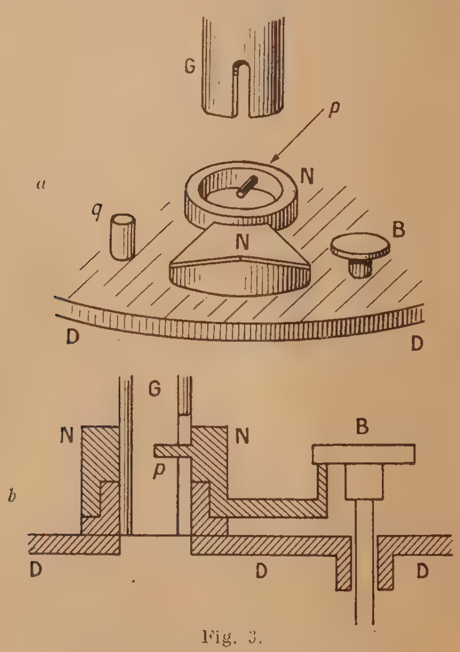


Fig. 3.
a. Perspective du dispositif de commande.
b Coupe du dispositif de commande.

La surface latérale du cylindre porte des ergots *m* et *n* qui sous l'action du contrepoids viennent s'appuyer successivement sur deux butées B_1 et B_2 qui glissent librement à travers le disque D. Chaque fois que la tête d'une butée, placée au-dessus de D, est soulevée, le cylindre fait un demi-tour et les lames se permutent. Un bouchon rodé à la partie supérieure de la cloche, porte un axe vertical de laiton G qui s'engage dans un anneau posé sur le disque D. La rotation de l'axe entraîne au moyen d'un ergot *p* la rotation de l'anneau (*fig.* 3 *a* et *b*).

Cet anneau porte une pièce N dont le contour constitue une rampe inclinée qui viendra soulever les têtes des butées B_1 et B_2 et permettra la permutation des lames; l'opération peut être répétée plusieurs fois.

Si l'on tourne l'axe de commande en sens inverse la pièce N vient buter sur un ergot *q* solidaire de D et entraîne la rotation du disque D et, par suite, la rotation des lames dans leur plan.

Au début de l'expérience, des volets d'aluminium, fixés aux pieds de la table de montage, sont rabattus sur la lame à argenter. Dès que l'on amorce la rotation du disque D les volets se décrochent et se rabattent verticalement sur les côtés de la table, en dégageant la lame.

Dispositif optique. — Le cylindre porte sur sa surface latérale, dans le plan de section principale du petit prisme P deux ouvertures circulaires diamétralement opposées (*fig.* 4).

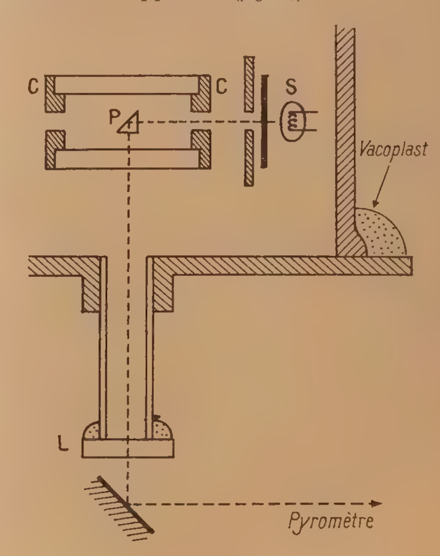


Fig. 4. — Montage optique.

Au même niveau que P une lampe à filament ramassé S est fixée à un des pieds de la table d'aluminium; la rotation de D permet d'amener la fenêtre du cylindre devant le filament de la lampe; le faisceau lumineux horizontal est renvoyé verticalement vers le bas par le prisme P, il traverse la lame en cours d'argenture, sort de la cloche suivant l'axe d'un tube vertical mastiqué au centre de la platine; ce tube est fermé à sa partie inférieure par une lame de verre plane L. Un miroir à 45° placé au-dessous de L renvoie la lumière dans un pyromètre Ribaud à filament disparaissant.

On observe ainsi en cours d'opération l'image de la source S à travers la lame qui s'argente. Une

mesure préalable au début de l'expérience donne la température vraie de la source; au fur et à mesure que la densité optique augmente, la température indiquée par le pyromètre décroît. L'application des lois du rayonnement permet de calculer à partir de cette température apparente la densité optique de la lame argentée. Il serait d'ailleurs facile de remplacer l'échelle du pyromètre par une échelle donnant directement les densités optiques. On a d'ailleurs besoin dans ces expériences moins d'une mesure que d'un repérage.

Il faut évidemment éviter au cours de l'argenture que des absorptions parasites se produisent sur le faisceau lumineux; le prisme P est bien protégé au centre du cylindre C et ne s'argente pas; il en est de même de la lame L au fond du tube de sortie; par contre, la lampe source est exposée à l'argenture; on pourrait prendre un filament sans ampoule placé à l'intérieur de la cloche; mais son éclat pourrait alors dépendre de la valeur du vide réalisé. Nous avons protégé la lampe source par un écran fixe d'aluminium percé d'une fenêtre; cette fenêtre est fermée par un petit volet commandé de l'extérieur par un électroaimant.

Conclusion. — Ce dispositif permet de réaliser des lames d'interféromètre exactement identiques. La rotation des lames durant la métallisation donne des dépôts uniformes, même lorsque le filament chauffant n'est pas placé très loin de la surface; pratiquement nous travaillons avec une distance de 10 cm environ.

Cela permet d'avoir un dépôt assez rapide; chaque argenture dure environ 5 mn. Cela permet aussi de ne pas chauffer trop fort le filament pour accélérer la distillation; on risque moins de vaporiser le filament lui-même.

Il est bon cependant de placer les globules d'argent fondu dans une position optima pour obtenir un dépôt uniforme; Russell Fisher et John Platt ont calculé en effet, que la meilleure disposition consiste à placer les globules de métal fondu dans une direction qui fait 41° avec l'axe de la lame à recouvrir (2).

(2) Russell Fisher et John Platt, *Rev. Scient. Instr.*, 1937, 8, p. 505.

Intervention de M. Roig.

En réponse à une intervention de M. Heavens *sur la nature des filaments*, M. Roig précise que, lorsque l'élément chauffant est un filament rectiligne, on éprouve des difficultés pour obtenir que les globules d'argent fondu aient une bonne adhérence sur le fil. L'argent colle très mal au tungstène. On peut enrouler autour du tungstène un mince fil de platine qui retient l'argent.

Les meilleurs résultats sont donnés par le tantale; l'argent fondu adhère bien au tantale surtout si le filament n'a pas trop servi. On peut pour plus de sécurité prendre un ruban horizontal de tantale de faible épaisseur, plié en forme de cornière creuse, sur lequel on disposera les échantillons d'argent.

Le courant nécessaire à la distillation est faible (7 A), ce qui diminue les dégagements gazeux.

MÉTHODE POLARIMÉTRIQUE D'ÉTUDE DES COUCHES MINCES PAR VARIATION DE L'INDICE DU MILIEU D'INCIDENCE (IMMERSION)

Par F. SUHNER, Nancy.

Summary. — The author explains the method used for the study of thin polishing films and of artificial, transparent films on a transparent base, which is either isotropic (glass) or anisotropic (spar.).

The incident beam of monochromatic, plane polarised light is reflected from the surface to be studied which can be immersed in liquids of varying refractive indices. The ellipticity produced in certain conditions is measured by means of a Chaumont analyser.

The results obtained for each surface are interpreted by the simple hypothesis of an approximately homogeneous and invariable film, comparable to a simple layer. The very good agreement within the set of experimental values justifies this hypothesis and allows the calculation of reliable values for the refractive indices and thicknesses, both for polishing films and for the surface films obtained by chemical attack of glass.

The experiments also confirm the analogy between the reflection from an isotropic substance, at incidence of varying obliqueness, and the reflection from a uniaxial crystal, observed normally in liquids of different refractive indices (the plane polarisation on reflection can be interpreted as a special case of optical continuity).

In the case of oblique reflection from glass, the difference between Brewster's angle and principal incidence shows up clearly as soon as the thickness of the surface skin exceeds about one hundred Angström units and becomes important for greater thickness. If, e. g., one wishes to make an anti-reflection film on glass by means of chemical attack, the observation of this simple factor allows to follow, step by step, the progress of the reaction, even in the acid bath.

Analogous methods can be employed for studying transition films and films formed artificially at the interface between two liquids, and also for metallic reflection.

Le but de la présente Communication est de montrer l'intérêt et les possibilités d'emploi d'une variante de la méthode polarimétrique. Cette méthode, maintenant classique, a été brillamment développée récemment, en particulier par M. le Professeur Vasicek; nous l'avons complétée en étendant les observations aux cas où la surface étudiée est immergée successivement dans divers liquides dont les indices de réfraction sont choisis à volonté, ce qui permet de rechercher l'influence de la variation de l'indice du milieu d'incidence. Nous nous proposons en particulier, de montrer comment il est alors possible de déterminer avec précision, et séparément, l'épaisseur et l'indice d'une couche, dans le cas où celle-ci peut être considérée, avec une approximation suffisante, comme homogène et invariable (c'est-à-dire non influencée par la nature du milieu extérieur).

Nous nous limiterons ici au cas de couches simples transparentes formées sur du verre ou sur du spath, et résultant, soit d'un simple polissage, soit d'une attaque chimique uniforme plus ou moins poussée.

Méthode. — On admet généralement que la variation de l'indice de réfraction en fonction de la profondeur peut être représentée dans ce cas par une courbe présentant une sorte de palier d'allure hyperbolique entre deux discontinuités fortement marquées; la variation le long du palier reste faible, en comparaison du gradient considérable correspondant à chaque discontinuité (sinon il n'y aurait pas de lumière réfléchie ni, éventuellement, de couleurs d'interférences); nous ferons l'hypothèse que la couche est homogène, ce qui revient graphiquement à considérer un véritable palier rectiligne correspondant à un indice moyen que l'expérience sera chargée de déterminer.

Nous supposerons également que la couche reste invariable, quelle que soit la nature du milieu extérieur au contact; il ne s'agit ici, en effet, que de films relativement épais, et les modifications apportées à la surface par la présence de molécules étrangères adsorbées n'intéressent qu'une épaisseur très faible, de l'ordre des dimensions moléculaires. Cette action est négligeable dans l'ensemble, à

condition toutefois d'éliminer avec soin toute cause de contamination par certaines substances, comme les corps gras et les produits analogues (à chaînes allongées) susceptibles de former des pellicules d'épaisseur importante.

Cette conception d'une couche homogène et invariable semble évidemment assez rudimentaire, mais nous verrons qu'elle est amplement justifiée par les résultats expérimentaux; elle a de plus le grand avantage de permettre une interprétation simple du caractère elliptique de la lumière réfléchie, par un phénomène élémentaire d'interférences entre les rayons réfléchis par les deux faces de la couche, sans nécessiter une série d'approximations et de calculs complexes, qui ne sont d'ailleurs le plus souvent utilisables, pratiquement, que si l'on admet en fin de compte une certaine homogénéité de la couche.

De toutes façons, ces méthodes ne peuvent être qu'approchées, puisqu'elles consistent essentiellement à modifier plus ou moins les conditions aux limites qui interviennent, lors de la réflexion, dans les équations de propagation de Maxwell; or la solution véritable serait de calculer, dans le cadre du phénomène plus général de la diffraction, les intensités relatives et la polarisation des ondes réfléchies et réfractées au passage dans une couche de transition, dont il serait alors nécessaire de préciser la constitution et les propriétés atomiques. Le problème ainsi posé est naturellement très compliqué, et conduit à des calculs difficiles, même dans les cas les plus simples.

Pour ces raisons, nous nous contenterons donc de calculer, en utilisant les formules classiques de Fresnel, le phénomène d'interférence résultant des réflexions multiples sur les deux faces de la couche, celle-ci étant assimilée à une lame homogène d'épaisseur bien déterminée.

Notations. — Pour un corps isotrope, nous avons donc à considérer trois milieux homogènes successifs, d'indices respectifs N (milieu extérieur), ν (couche d'épaisseur e), n (support de la couche); le faisceau de lumière parallèle, de longueur d'onde λ, polarisé rectilignement à l'entrée suivant l'azimut φ, fait avec la normale les angles i (incidence), ρ (réfraction dans la couche), r (réfraction dans le support).

Les coefficients de réflexion, notés a, b $\left(\text{pour l'interface } \frac{N}{\nu}\right)$ et a', b' $\left(\text{pour l'interface } \frac{\nu}{n}\right)$, sont donnés par les formules de Fresnel.

Enfin, une double traversée de la lame (pour une réflexion sur la face postérieure), introduit la différence de phase élémentaire :

$$\delta = \frac{4\pi\nu e}{\lambda}\cos\rho.$$

Ces notations sont naturellement un peu plus compliquées lorsqu'il s'agit de réflexion cristalline; la couche peut être, elle aussi, anisotrope.

La vibration réfléchie, en général elliptique, est caractérisée par le rapport des amplitudes de ses composantes (pour $\varphi = 45^\circ$ par convention) noté $\operatorname{tg}\Phi$, et par leur différence de phase Δ.

Du point de vue expérimental, le faisceau lumineux réfléchi est étudié au moyen d'un analyseur elliptique (observations visuelles), qui fournit les éléments géométriques de l'ellipse : l'orientation du grand axe α, l'ellipticité $\operatorname{tg}\gamma$, et le sens; on en déduit Δ et Φ grâce aux formules habituelles de changement d'axes. Il est avantageux en général de choisir l'azimut φ de la vibration incidente de façon à simplifier ce calcul; examinons par exemple le cas d'observation sous des incidences obliques.

Pour des milieux donnés et une incidence déterminée, Φ et Δ sont des quantités constantes, et l'ellipticité mesurée $\operatorname{tg}\gamma$ est fonction de φ : elle prend une valeur maximum $\operatorname{tg}\gamma_m$, correspondant à $\varphi = \varphi_m$, lorsque les axes de l'ellipse sont à 45° des azimuts de symétrie; on a, dans ce cas, $\Delta = 2\gamma_m$ et $\Phi = \varphi_m$; d'où Δ et Φ très facilement.

Cependant, si l'on a réalisé une incidence I, dite incidence principale, telle que $\Delta = \frac{\pi}{2}$, la vibration réfléchie pour $\varphi = \varphi_m$ est circulaire, l'orientation des axes est donc indéterminée; mais pour φ de part et d'autre de φ_m, les axes de l'ellipse restent orientés suivant les azimuts de symétrie (c'est là un critérium extrêmement net pour la détermination de I); dans ce cas, $\operatorname{cotg}\Phi$ représente l'ellipticité correspondant à un azimut $\varphi = 45^\circ$: c'est l'ellipticité principale E_p, appelée aussi ellipticité brewstérienne s'il s'agit d'une couche très mince; on choisit un azimut φ assez grand, voisin généralement de 85°, on mesure l'ellipticité $\operatorname{tg}\gamma_p$ correspondante, et l'on calcule $E_p = \operatorname{cotg}\varphi \operatorname{tg}\gamma_p$; d'où Φ.

Calculs. — Il nous faut relier, d'autre part, les valeurs ainsi obtenues pour Δ et Φ aux paramètres caractérisant la couche, c'est-à-dire interpréter les résultats expérimentaux dans le cadre de la théorie adoptée. Un calcul classique, que nous avons pu généraliser grâce à certaines analogies entre la réflexion oblique vitreuse et la réflexion normale cristalline, conduit aux expressions donnant $\operatorname{tg}\Phi$ et Δ en fonction des paramètres a, b, a', b' et δ, donc en fonction des angles, des indices et de l'épaisseur e de la couche.

Les indications qui précèdent suffisent à montrer dans quel sens nous avons orienté les calculs; il ne nous est pas possible de donner ici les expressions obtenues, assez compliquées sous leur forme générale [1]; elles se présentent d'ailleurs différemment

[1] *Voir* F. SUHNER, *Thèse*, Nancy, 1948; *Verres et Réfractaires*, 1949, 3-1, p. 3.

suivant les cas : réflexion normale sur un corps anisotrope, réflexion oblique sur un corps isotrope; il faut encore distinguer entre la réflexion ordinaire et la réflexion pseudo-totale et totale; le cas de la réflexion limite sur la couche forme transition entre les deux types de formules. Il importe enfin de remarquer que, bien souvent, les conditions d'observation (incidences peu obliques, couches relativement minces, réflexion limite, etc.) permettent d'utiliser des formules simplifiées, d'emploi nettement plus commode et d'interprétation immédiate.

C'est ainsi que si l'on étudie la réflexion sous une incidence principale, une formule particulièrement simple donne directement une valeur très approchée de δ, donc de l'épaisseur de la couche, en fonction des coefficients de réflexion (ce calcul n'est possible que si l'on a déjà déterminé l'indice ν).

Les cas de réflexion rectiligne présentent également un grand intérêt; ce sont ceux pour lesquels $\Delta = 0$. Cette condition peut être réalisée :

1° pour l'incidence normale sur un corps isotrope;

2° pour une incidence quelconque lorsque $N = \nu$;

3° pour l'incidence principale lorsque $N = n$; l'ellipticité reste encore très petite de part et d'autre de I tant que l'angle d'incidence n'approche pas trop de l'angle limite ou de 90°;

4° pour une certaine incidence i_0, quels que soient les indices, lorsque l'épaisseur optique de la couche est au moins quart d'onde pour la radiation utilisée; la détermination précise de i_0 permet alors de calculer directement l'épaisseur optique de la couche.

En résumé, nous avons ainsi la possibilité de calculer, à partir des éléments géométriques de l'ellipse mesurés par l'analyseur, les valeurs correspondantes de Δ et Φ, puis celles des divers paramètres, en particulier l'indice et l'épaisseur de la couche.

Étude systématique. — L'étude systématique d'une couche peut donc se comprendre de la façon suivante :

1° Détermination de l'indice ν; on applique une des conditions de réflexion rectiligne.

Le procédé le plus général consiste à observer la réflexion dans des liquides d'indices N variés, jusqu'à l'obtention, par tâtonnements, de lumière rectiligne; il convient très bien à l'étude d'une couche (supposée isotrope) dont le support est anisotrope; il peut être utilisé également pour un milieu isotrope, mais il faut alors opérer sous plusieurs incidences incluant l'angle principal; dans ce dernier cas, l'angle I dans le liquide $N = \nu$ doit être égal à l'angle de Brewster calculé pour la réflexion sans couche; la mesure de I fournit donc une vérification de la valeur trouvée pour ν.

Une méthode plus rapide peut être choisie dans le cas d'un corps isotrope : on prend d'emblée un liquide d'indice $N = n$; la mesure de l'angle I donne directement le rapport $\frac{\nu}{N}$, d'où ν.

Les deux procédés se contrôlent mutuellement.

La connaissance de l'indice permet de calculer pour chaque incidence l'angle de réfraction ρ dans la couche; on en déduit les valeurs des coefficients de réflexion pour un milieu extérieur quelconque.

2° Détermination de l'épaisseur e; la mesure de l'ellipticité de la lumière réfléchie, dans l'air ou dans un milieu d'indice N choisi à volonté, fait connaître Δ, et par conséquent δ; connaissant δ et ρ, on peut alors calculer l'épaisseur e de la couche. Nous avons vu que les calculs sont plus simples si l'on se place dans le cas de l'incidence principale ou dans certaines conditions particulières.

3° Vérification des résultats, en traçant par exemple la courbe $\Delta = f(i)$, ou, ce qui revient au même, la courbe des ellipticités maxima γ_m, qui présente pour l'incidence principale une pointe très nettement accusée.

Dispositif. — Le dispositif expérimental que nous avons installé permet d'étudier la polarisation de l'onde réfléchie (la vibration incidente étant rectiligne) en suivant l'influence des variations données aux trois facteurs principaux i, N, φ; en particulier, i peut varier depuis l'incidence presque normale jusqu'à une obliquité de 75° (la surface étant immergée et disposée naturellement suivant un plan horizontal).

Le faisceau de lumière monochromatique, issu d'un arc à mercure à grand éclat ($\lambda = 546$ mμ), est rendu très parallèle par un jeu de lentilles : l'angle entre les rayons extrêmes ne dépasse pas 16′ pour les observations sous des incidences principales; ce faisceau est renvoyé sous l'angle choisi par un miroir plan monté sur un goniomètre d'axe horizontal. Le polariseur est un gros prisme de Glazebrook, dont les azimuts sont mesurés sur un cercle de polarimètre; l'analyseur elliptique, du type Chaumont (légèrement modifié), comporte un compensateur tournant quart d'onde immergé et un système de quatre plages collé sous galets.

Le polariseur et l'analyseur, montés sur des berceaux très robustes pivotant sans jeu autour d'un axe horizontal passant par la surface réfléchissante, peuvent suivre toutes les variations de l'incidence, depuis l'horizontale jusqu'à la verticale; ils sont munis de tubes, dont les extrémités sont fermées par des galets plan-parallèles sans biré-

fringence et plongent dans le liquide baignant la surface, celle-ci étant disposée dans une petite cuve de forme spéciale.

Lorsqu'il s'agit d'études en incidence normale, il n'est plus nécessaire d'utiliser des tubes plongeurs, les variations parasites d'ellipticité et d'azimut produites par le passage du faisceau lumineux à travers la surface libre du liquide étant alors inappréciables; la disposition du polariseur et de l'analyseur est légèrement modifiée, tandis que la surface réfléchissante est placée à plusieurs mètres en dessous; l'angle d'incidence peut être ainsi réduit à moins de 1°.

Il faut signaler qu'une des principales difficultés rencontrées dans l'application de la méthode tient au fait que l'intensité de la lumière réfléchie est souvent très réduite, par exemple lorsque l'indice N du liquide est voisin de ceux du solide étudié et de sa couche. D'autre part, la stabilité mécanique de l'ensemble doit être très bien assurée, de façon à conserver la valeur des nombreux réglages préliminaires, ainsi que des zéros des différentes graduations; il est d'ailleurs indispensable de déterminer ces zéros avec le plus grand soin.

Résultats expérimentaux. — De nombreuses mesures ont été faites, tant sur des échantillons de différents verres que sur des cristaux de spath d'Islande. Les faces de verre étudiées avaient été soit simplement polies, soit attaquées par un acide, suivant la technique utilisée pour l'obtention de couches anti-reflets par voie chimique; la réaction avait été limitée, suivant les échantillons, de façon à obtenir des couches d'épaisseurs variées. Quant aux cristaux de spath, nous avons utilisé des faces d'orientations diverses par rapport à l'axe optique et en particulier des faces de clivage brutes ou repolies.

Ces différentes surfaces ont été observées à l'air ou immergées dans de nombreux liquides, d'indices divers, purs ou mélangés : eau, alcools, mélanges de carbures (hexane, heptane, octane, nonane), benzène, chlorobenzène, bromobenzène, sulfure de carbone, tétrachlorure de carbone, dibromoéthane, bromonaphtalène, etc. On dispose ainsi du choix de l'indice le plus favorable à l'observation de telle ou telle particularité.

De l'ensemble des mesures faites, on peut déduire certaines conclusions d'ordre général. Tout d'abord, la très bonne concordance des déterminations faites pour chaque surface dans des conditions très variées, et même en réflexion totale, justifie le point de vue que nous avons adopté, c'est-à-dire les hypothèse de départ (homogénéité et invariabilité de la couche superficielle) ainsi que les expressions mathématiques établies. Par exemple, si l'on cherche l'indice de la couche par des méthodes et dans des conditions d'observation différentes, on trouve des valeurs qui ne diffèrent entre elles que de quelques unités du troisième ordre décimal au plus; l'épaisseur de la couche est également très bien déterminée, presque toujours à moins de 1 mμ près. Si maintenant, en introduisant dans les formules théoriques les valeurs ainsi trouvées pour e et ν, on calcule les ellipticités et les azimuts correspondant à une observation quelconque, on obtient très sensiblement, et souvent même avec une précision remarquable, les nombres mesurés directement par l'analyseur.

Ainsi donc, la concordance est amplement satisfaisante, étant donné que les hypothèses faites ne sont nécessairement que des approximations, et que, par conséquent, les nombres obtenus ne peuvent être considérés, en toute rigueur, que comme des valeurs moyennes. En particulier, le fait d'immerger la surface dans des liquides de constitutions chimiques différentes, quoique de mêmes indices, entraîne évidemment, par suite de l'adsorption, une modification de la partie superficielle de la couche; si cette modification reste négligeable en général, comme le montrent les mesures, elle devient perceptible pour une couche relativement mince, ou pour certains liquides; et même, dans le cas d'une couche extrêmement mince (obtenue par exemple par clivage ou par cassure), les propriétés superficielles seraient nettement modifiées par l'immersion dans un liquide; l'étude de ces surfaces est déjà très délicate en atmosphère gazeuse.

Milieux isotropes. — Il est intéressant, d'autre part, d'examiner certains aspects particuliers du phénomène de polarisation elliptique. Envisageons d'abord le cas de réflexion sur un corps isotrope, pour un indice extérieur N déterminé, l'incidence i étant variable.

Domaine d'ellipticité. — La différence de phase Δ, nulle naturellement pour l'incidence normale, reste en général très faible tant que i n'approche pas de l'incidence principale I pour laquelle Δ atteint alors très rapidement $\frac{\pi}{2}$; puis, pour i continuant à croître, Δ devient très vite voisin de $+\pi$. Ainsi, dans un petit intervalle de part et d'autre de I, intervalle que nous appelons « domaine d'ellipticité », l'angle d'elliptiticité maximum $\gamma_m = \frac{\Delta}{2}$ reste notable, sa valeur étant par ailleurs positive ou négative : positive pour $N < \nu$ et pour $N > n$; négative pour $\nu < N < n$; (nous supposons $\nu < n$, ce qui était le cas de nos expériences).

Les deux valeurs $N = \nu$ et $N = n$, qui forment transition, correspondent à des cas de réflexion rectiligne, dont l'étude conduit justement à la déter-

mination de ν, ainsi que nous l'avons exposé précédemment. Pour les différentes surfaces de verre étudiées, nous avons toujours trouvé des valeurs de ν voisines de 1,46, indice de réfraction de la silice amorphe.

Remarquons encore que, même dans l'air, lorsque la couche superficielle est suffisamment épaisse $\left(4\nu e > \frac{\lambda}{4}\right)$, il existe un autre cas de réflexion rectiligne, obtenu pour $i = i_0$; tant que i est inférieur à i_0, l'ellipticité est alors de signe contraire à celui précédemment indiqué.

Le domaine d'ellipticité reste généralement très petit pour les couches minces, mais il devient important lorsque l'épaisseur dépasse 30 mμ; ainsi, pour une couche d'indice $\nu = 1{,}460$, et d'épaisseur $e = 100$ mμ, formée par attaque chimique sur un flint d'indice $n = 1{,}571$ et observée dans l'air, l'ellipticité γ_m est supérieure à 2° lorsque l'incidence est comprise entre 45° et 70° environ (elle atteint 45° pour $i = I = 53°25'$). Ce domaine d'ellipticité est souvent encore beaucoup plus grand lorsque la surface est immergée; il s'étend, par exemple, pour $N = 1{,}408$ (heptane), toutes autres choses égales, entre 33° et 74° (avec $I = 49°40'$); pour $N = 1{,}349$ (alcool), entre 25° et 76° (avec $I = 47°20'$).

Réflexion totale. — Lorsque l'indice extérieur N est supérieur à l'indice de la couche, il est possible de faire des observations en réflexion totale; ainsi, pour la même surface que précédemment, immergée maintenant dans du bromonaphtalène ($N = 1{,}666$), l'ellipticité mesurée est d'abord faible et négative pour les incidences voisines de la normale; elle s'annule pour $i_0 = 17°$ environ, puis devient positive, et croît rapidement quand i dépasse 37°; elle atteint 45° pour $I = 40°54'$, puis décroît très vite, mais sans tendre vers zéro; elle présente en effet un minimum ($\gamma_m = 2°40'$) pour une incidence voisine de 50°, et augmente ensuite de manière continue, sans manifester de singularité à l'angle limite sur la couche ($i = 61°12'$, $\gamma_m = 3°55'$) ni à l'angle limite sur le verre massique ($i = 70°35'$, $\gamma_m = 6°50'$); nous n'avons pas fait de mesures pour des incidences supérieures à 72°.

Le fait essentiel est la parfaite continuité optique apparente du phénomène : l'éclairement augmente avec l'inclinaison, sans jamais donner l'impression d'une variation brusque. Pour l'angle limite, en particulier, on constate l'existence d'une ellipticité très nette, alors que l'on admet généralement, dans la théorie classique, que Δ tend vers π pour cette incidence.

D'autres mesures ont été faites en immergeant la même surface dans un mélange liquide de même indice que le flint ($N = n$); dans ces conditions, on constate que l'ellipticité γ_m, nulle pour l'incidence principale (c'est un des cas de réflexion rectiligne), augmente ensuite presque linéairement avec l'incidence, la variation restant toujours parfaitement continue au passage par l'angle limite ($i = 68°18'$, $\gamma_m = 1°12'$).

Nous ajouterons que ces résultats sont entièrement conformes à la conclusion de nos calculs numériques : les valeurs de Φ et de Δ mesurées ne diffèrent des valeurs calculées que de quelques minutes, avec une précision supérieure aux erreurs expérimentales possibles.

Incidences principales. — Il nous reste encore à insister sur le fait que l'incidence principale peut différer notablement de l'incidence brewstérienne (calculée pour une réflexion sur le verre sans couche). Ce décalage reste très petit, de l'ordre de 1′ ou 2′ pour les couches minces, de polissage par exemple, dont l'épaisseur est voisine de 10 mμ, mais il se manifeste très nettement dans le cas de couches plus épaisses; ainsi, pour la surface dont nous avons déjà parlé ($e = 100$ mμ), observée dans l'air, I est inférieur de plus de 4° à l'angle de Brewster. Sauf pour certaines valeurs particulières de l'indice extérieur N, le décalage subsiste lorsque l'échantillon est immergé; sa grandeur est alors très variable, et il peut avoir lieu dans un sens ou dans l'autre, suivant les valeurs de N. L'observation de ce simple facteur renseigne immédiatement sur l'épaisseur de la pellicule; il est possible, en particulier, de suivre ainsi facilement la formation progressive de la couche, au sein même du bain d'attaque.

Milieux anisotropes. — Étudions maintenant le cas d'un milieu optiquement anisotrope; la surface réfléchissante est caractérisée par ses deux directions principales; lorsque celles-ci ne coïncident pas avec les azimuts de symétrie de la réflexion, ce qui est le cas général, les expressions mathématiques deviennent très compliquées et difficilement utilisables; nous nous bornerons aux cas où cette coïncidence est réalisée, c'est-à-dire où les deux sections principales de la surface sont orientées dans le plan d'incidence et le plan rectangulaire.

Incidence normale. — Sous l'incidence normale, en particulier, contrairement au cas des corps isotropes pour lesquels tous les azimuts sont équivalents, il subsiste deux azimuts de symétrie parfaitement déterminés, correspondant aux deux sections principales de la surface : cette disposition rappelle donc le cas de l'incidence oblique sur un corps isotrope, et l'on peut montrer effectivement, de façon très simple, que les coefficients de réflexion s'expriment, dans les deux cas, par des formules tout à fait analogues; il suffit de faire apparaître, dans les expressions valables pour la réflexion

oblique, des indices fictifs, fonctions de l'incidence, et différents pour chacun des azimuts de symétrie. On en déduit que l'allure des phénomènes doit être la même, d'une part, pour un corps isotrope étudié sous des incidences variables (l'indice extérieur N restant invariable), d'autre part, pour un corps anisotrope observé sous l'incidence normale dans un milieu d'indice N variable.

Les expériences faites sur différents échantillons de spath polis ont confirmé ces prévisions, et ont montré que la lumière réfléchie normalement par une surface anisotrope est elliptique, même dans l'air, l'ellipticité pouvant être d'ailleurs supérieure à celle observée sous des incidences obliques. Le domaine d'ellipticité, pour N variable, est ici très étendu, malgré la faible épaisseur de la couche due au polissage; pour une face taillée parallèlement à l'axe optique du spath, l'angle d'ellipticité γ_m est déjà voisin de 1° dans l'air, et croît progressivement au fur et à mesure que N augmente; il atteint 5° dans l'heptane ($N = 1{,}405$), 10° dans un mélange d'indice 1,460, puis augmente très rapidement et prend la valeur maximum 45° pour N voisin de 1,49; il décroît ensuite brusquement, puis plus lentement, et s'annule pour $N = 1{,}545$; à partir de ce moment, l'ellipticité devient négative, atteint —45° pour N voisin de 1,66, et diminue de nouveau.

Tout se passe, en somme, comme pour un corps isotrope qui serait successivement positif et négatif, avec deux angles de Brewster distincts correspondant aux cas où l'indice extérieur N devient égal à l'un ou l'autre des indices extraordinaire (1,4879) et ordinaire (1,6617) du spath.

Nous ne pouvons insister ici sur ces particularités, par ailleurs très intéressantes; nous nous contenterons de dire que la méthode générale précédemment exposée s'applique parfaitement au cas du spath observé sous l'incidence normale, et que l'ensemble des résultats expérimentaux peut s'interpréter dans l'hypothèse d'une couche superficielle isotrope. En particulier, l'indice de réflexion rectiligne $N = 1{,}545$ représente l'indice de la couche, dont l'épaisseur peut être calculée à partir d'une mesure d'ellipticité quelconque; nous avons trouvé $e = 50{,}5$ Å pour l'échantillon dont nous avons parlé, fraîchement poli, et des valeurs variant de 50 à 75 Å pour d'autres cristaux, taillés eux aussi parallèlement à l'axe optique.

Clivages. — S'il s'agit de tailles orientées différemment, et spécialement de faces de clivage repolies, les épaisseurs mesurées sont moindres, de l'ordre de 20 Å pour les clivages. On peut expliquer ce fait de la manière suivante : le polissage a pour effet un écoulement de matière rendue amorphe; dès que le polissage cesse, la pellicule recristallise spontanément, à partir de l'intérieur, sous l'action orientante exercée par les atomes régulièrement distribués dans le cristal sous-jacent, mais cette recristallisation est d'autant plus marquée que la face considérée est plus voisine d'un clivage; autrement dit, elle s'arrête à une distance du plan terminal d'autant plus grande que la surface est plus inclinée sur le clivage. Quoi qu'il en soit, nos mesures prouvent nettement l'existence, sur une face de clivage repolie, d'une couche différenciée de la masse du cristal.

Il n'en va plus de même pour une face obtenue par simple clivage; dans ce cas, on trouve une épaisseur un peu inférieure à 10 Å, mais la couche observée pourrait être due uniquement à l'adsorption de molécules extérieures; en effet, l'ellipticité mesurée quelques minutes seulement après l'opération de clivage est inappréciable dans l'air, et ce n'est qu'au bout d'un certain temps qu'elle se manifeste, pour tendre lentement vers une valeur limite atteinte en quelques heures. Cette limite est d'ailleurs obtenue d'emblée dès que l'on immerge la surface dans un de nos liquides d'étude.

Incidences obliques. — Il reste encore à compléter ces résultats, obtenus en incidence normale, par des observations faites sous des incidences obliques (en particulier principales), de façon à profiter du champ d'incidences étendu qui est un des avantages de la méthode optique. Il importe en effet de remarquer que les mesures faites en lumière normale prouvent seulement l'isotropie tangentielle de la couche, et seraient encore compatibles avec l'existence d'une anisotropie normale (couche uniaxe dans le sens de sa normale : stratification résultant du polissage). Sans insister davantage sur cette question, nous indiquerons seulement que les observations expérimentales sont favorables à une telle hypothèse, tout au moins dans le cas d'une couche de polissage sur une face de spath taillée parallèlement à l'axe.

Conclusion. — Nous espérons avoir montré tout l'intérêt que présente la méthode polarimétrique en milieu immergé pour l'étude des surfaces solides, et tout spécialement pour la détermination précise de l'indice moyen et de l'épaisseur des couches minces, lorsque cette épaisseur est comprise entre une dizaine et quelques milliers d'angströms; ces limites englobent les couches de polissage vitreuses et cristallines, ainsi que les couches transparentes artificielles simples formées à la surface des verres dans le but de réduire le pouvoir réflecteur, comme aussi d'accroître la résistance aux agents chimiques, ou encore d'améliorer l'isolement électrique.

Il faut noter que la réflexion métallique peut être, elle aussi, justiciable de méthodes d'étude analogues; il y a bien longtemps, d'ailleurs, que des expérimentateurs ont songé à examiner des miroirs métal-

liques immergés sous certains liquides, et l'on peut prévoir que les mesures d'ellipticité permettraient éventuellement de suivre, au sein du bain liquide, la formation progressive de miroirs métalliques, étude faite généralement par la mesure des variations continues du pouvoir réflecteur dans certaines conditions.

La marche systématique que nous avons indiquée n'est évidemment pas applicable aux surfaces liquides, dont l'état moléculaire serait trop fortement influencé par les différents milieux fluides placés au contact, mais le procédé d'immersion peut néanmoins fournir des renseignements utiles dans l'étude de l'interface de deux liquides donnés : liquides sans action physico-chimique l'un sur l'autre (eau-benzène, par exemple), ou liquides réciproquement solubles (eau-éther, eau-phénol, etc.). Un cas particulièrement intéressant, semble-t-il, est celui de réactions chimiques très lentes ayant leur siège dans l'interface de deux liquides (eau-tétrachlorure ou sulfure de carbone) : la mesure de l'ellipticité, variable avec le temps, doit permettre d'obtenir des indications sur la marche de la combinaison (formation d'hydrates). On pourrait multiplier les exemples.

Dans le même ordre d'idées, nous citerons encore, pour terminer, la possibilité d'étudier les films formés artificiellement à l'interface de deux liquides (entre autres, pellicules de lécithine à la surface de séparation eau-benzène), et de compléter ainsi les résultats fournis par d'autres méthodes (mesures des tensions superficielles).

INTERFEROMETRIC EVALUATION OF THICKNESSES OF THIN FILMS

By S. TOLANSKY.

Professor of Physics in the University of London, Royal Holloway College, Egham, Surrey.

Sommaire. — Étude d'une méthode d'évaluation de l'épaisseur d'une couche mince d'argent couvrant partiellement une surface de verre, par dépôt d'une couche plus épaisse de métal et détermination interférométrique de la marche ainsi formée. On montre que l'épaisseur apparente obtenue dépend du métal utilisé pour le second dépôt. Ag sur Ag peut donner un nombre 25 pour 100 plus faible que Cr sur Ag.

On trouve un effet de bord anormal quand une couche intermédaire de cryolithe est employée entre les deux couches métalliques.

Introduction. — In the group of five short papers which I present, it is my intention to review some of the investigations employing multiple-beam interference and now being carried out in my laboratory, with the assistance of co-workers. As the investigations are still in progress, these contributions are to be regarded as an interim report only, and are therefore deliberately made brief.

The first paper deals with the interferometric evaluation of the thickness of a thin solid film, of thickness from 50 Å and upwards. The experiments briefly described here have mainly be carried out by my research assistant, D. G. Avery, who has already communicated a preliminary Note on his findings (*Nature*, 1949, vol. 163, p. 916).

The experiments are an extension of a technique already described (*see* Tolansky, *Multiple-Beam Interferometry*, Clarendon Press, Oxford, 1948. This will be refered to as M. B. I.) a technique which has now been adopted by others.

In this procedure, the film whose thickness is required is deposited (usually either by cathodic sputtering or vacuum evaporation) on to half a flat glass surface of at least very good plate-glass quality (preferably a medium grade optical flat). On top of the whole surface is evaporated a thick silver coating, about 1 000 Å thick and effectively opaque. It was anticipated that this would contour the film and a step appear which would exactly reproduce the film height. An optical flat, suitably silvered is then brought up close to the former silvered surface (the distance apart should not exceed a few light waves, for reasons *see* M. B. I.). The system is then illuminated with a parallel beam of monochromatic light and multiple-beam *reflection* Fizeau fringes obtained. Plate 1 is a typical example and the fringe sharpness permits film thickness of even as little as 20 Å to be measured to within 3 Å. The reflection system is deliberately used to avoid any phase errors that might arise if a transmission technique were adopted. The step illustrated has a height of only 60 Å.

Fringes of Equal chromatic order. — In the earlier publications Fizeau fringes were used but these suffer from two minor defects relative to the white light fringes of equal chromatic order, the set-up for which has been described elsewhere (*see* M. B. I.). Inherently it is possible to make the white light fringes sharper than the monochromatic fringes, but more important is the fact. that the local deviations from flatness lead to a variable dispersion in Fizeau fringes, which is absent in the white light fringes. Furthermore the white light fringes are sensibly a line profile of a selected section of the surface and are much easier to interpret. (There are occasionally certain difficulties about allocation of order of interference, but in general these are not a drawback.)

Plate 2 shows the reflection fringes of equal chromatic order for a typical thin film step. From the viewpoint of measurement, the valuable feature is the regularity in dispersion, i. e. the fact that *each* fringe is an exact pattern of its neighbour (discounting, of course, variability in prism dispersion).

Observations. — Using these two techniques, D. G. Avery has examined the influence of the « porosity » of the thin film, with somewhat unexpected results. A quite uniform thin film of silver was put down on an optical flat and half of it coated with a thick layer of silver for a thickness determination. The other half was coated with another

metal, e. g. chromium or aluminium. Assuming exact contouring, then the step should be independent of the nature of the thick coating, but in fact this was not found to be the case as is shown by the following :

	Thickness in angströms top coating Ag.	Thickness in angströms top coating Cr.	% change.
Film A	247	312	26
Film B	470	569	21

It has been invariably found that the step height with Ag on Ag is always less than, say, Cr on Ag, and the discrepancy can be considerable, of the order of 25 per cent of a thin film, as the figures show. A plausible explanation is that the original film is " porous " or discontinuous and fills in more easily with its own metal, to form the density of bulk metal. In fact, colorimetric chemical evaluations of silver film mass and determinations of " thickness " by the present method, using Ag on Ag give the unexpected result that down to 50 Å the silver density is that of bulk silver. This would be the case if the effective density is then that of a filled-in film.

Clearly, therefore, in determining film thickness by the interferometric method, it is not advisable to put down Ag on Ag. It would appear reasonable, however, to use Ag as the thick coating if the thickness of a dielectric or any other metal film is required.

Intermediate film of magnesium fluoride. — Since Ag beds in when deposited on Ag, an obvious experiment was to try the effect of putting down by evaporation a protective coating of magnesium fluoride on to a thin Ag film on a glass substrate, the Ag film as usual covering half the substrate; the opaque film then being evaporated over the fluoride, which might have been expected to contour the step. Indeed it does contour the step but an unexpected surprising anomaly appears on the step edge itself. This is shown in Plate 2 which shows at 2 *a* fringes of equal chromatic order of a step Ag on Ag and at 2 *b* similar fringes for Ag on fluoride on Ag. There is an anomalous increase in fluoride thickness at the boundary between the two levels and the contour of this is clearly shown.

Since we are dealing here in the fluoride deposition essentially with a form of micro-crystalline growth from the vapour phase, and since crystalline growth often develops along edges, this may be a simple explanation. On the other hand, highly complex factors such as surface migration may be involved. In any case, if the intermediate films is to be used for measuring the originally deposited thin film, step measurements will have to be made well away from the edge itself.

The experiments are being extended.

Intervention de M. A. Arnulf.

M. **Tolansky** a constaté, par la méthode interférentielle, que le dépôt d'une couche mince a pour effet de diminuer les défauts microgéométriques des surfaces. Nous avons constaté à plusieurs reprises, en utilisant le contraste de phase, que l'effet contraire se produisait lors du dépôt d'une couche d'aluminium sur verre. Cette divergence tient sans doute à ce que les conditions expérimentales sont différentes. Dans notre cas, les défauts de surface étaient beaucoup plus faibles (de l'ordre de 10 Å) que pour les surfaces présentées par M. **Tolansky**, ce qui permettait de mettre facilement en évidence de très faibles perturbations dues à la couche rapportée. D'un autre point de vue, il est fort possible que l'augmentation des défauts que nous avons constatée provienne de l'irrégularité de la couche d'alumine formée par oxydation superficielle de l'aluminium, et dont l'effet doit être important, puisqu'elle substitue à l'avance de phase produite par le métal, un retard de phase dès que celui-ci s'est transformé en oxyde.

III. — RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES.

PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES DE SILICIUM

Par P. COTTON.
Faculté des Sciences, Marseille.

Summary. — *Investigations on thin films of silicon.* — One can determine the complex index and the thickness of a thin metallic film deposited on glass, by means of values of the reflecting coefficients, R against air, R' against glass, and the transmission factor T of the film.

By making use of deposits in simple gradings this determination can be quite accurate. At the same time and on the same base, four or five layers are deposited, whose thicknesses have known ratios. The optical examination of these different layers makes it possible to trace out the curves giving R, R' and T as a function of the optical thickness of the film. Comparison of the experimental and theoretical curves gives the values of ν, $k = \frac{\chi}{\nu}$ and the thickness of each layer. I have applied this method to thin films of silicon.

The layers are obtained by thermal evaporation; a convenient arrangement (Talbot disc) reduces the thickness of the different layers during deposition. The measurement of the reflexion and transmission coefficients have been made by a photocell and by photographic photometry. They have been determined for a given number of visible radiations.

The layers of silicon so obtained give beautiful colours, especially when observert by reflexion on the glass side. The maxima in the reflecting coefficients are very marked; the transmission factors exhibit oscillations.

The complex index of silicon depends upon the condition of deposition. Slow deposition in a good vacuum on well outgassed supports give layers with an index of refraction in the neighbourhood of 4,2, and a coefficient of extinction $k = \frac{\chi}{\nu}$ a value of 0.10.

When the deposition is rapid or the vacuum insufficient, the layers are less stable and much less absorbing : the index of refraction reaches a higher value, but the coefficient of extinction diminishes considerably (it reaches 0.03). These less absorbing films are unfortunately not of use because of their lack of stability.

Introduction. — Entre les corps à fort coefficient d'extinction $k = \frac{\chi}{\nu}$ et les corps parfaitement transparents se placent un certain nombre de corps à propriétés métalliques peu marquées, pour lesquels le coefficient k a une valeur inférieure à 0,3. Les calculs théoriques montrent que de telles lames réalisent la transition entre les lames parfaitement transparentes et les lames absorbantes (Al, Au, Ag, Pt, etc.) : on doit observer des maxima et minima de facteurs de réflexion (R et R') et de transmission (T) lorsque l'épaisseur croît. Ces calculs indiquent de plus que, pour les corps à faible coefficient d'extinction on doit observer des maxima et minima d'énergie absorbée ($A = 1 - R - T$) analogues à ceux observés dans les antennes et les circuits oscillants.

Pour vérifier ces résultats théoriques, j'ai étudié les lames minces de silicium : l'indice de réfraction de ce corps à l'état massif est exceptionnellement élevé, alors que son coefficient d'extinction k est très faible, $n = 4,2\,(1 - 0,114\,j)$ pour $\lambda = 0,589\,\mu$.

Les premiers essais entrepris m'ont montré que la méthode des pesées habituellement utilisée dans ce genre de recherches, n'était pas applicable dans le cas du silicium. Aussi ai-je mis au point une méthode nouvelle qui permet de tracer avec une assez bonne précision les courbes représentant les variations des propriétés optiques en fonction de la densité superficielle des dépôts (masse de métal déposée par unité de surface).

Après un bref exposé de la méthode employée, j'indiquerai les résultats auxquels m'ont conduit ces essais.

Méthode d'étude des lames minces de silicium. — On réalise simultanément, dans les mêmes conditions et sur le même support, cinq dépôts minces pour lesquels les densités superficielles sont connues en valeur relative.

On étudie ensuite les propriétés optiques des différentes plages de la lame ainsi réalisée : on peut alors tracer les courbes donnant R, R' et T en fonction de la densité superficielle relative des différentes plages. Une dilatation convenable de ces courbes le long de l'axe des densités superficielles permet de les amener à coïncider avec tout ou partie d'un réseau de courbes théoriques qui donne les variations de R, R' et T avec le retard dû à la lame $\nu \frac{d}{\lambda}$ et qui a été préalablement tracé pour différeents valeurs de ν et de $k = \frac{\chi}{\nu}$. On détermine la valeur de l'indice complexe des dépôts en recherchant quel est le réseau de courbes théoriques qui coïncide le mieux, à la précision des mesures, avec les résultats expérimentaux. Connaissant ν on peut obtenir une mesure de l'épaisseur *définie optiquement* de chaque plage en cherchant quelle est la valeur du retard $\nu \frac{d}{\lambda}$ correspondant.

Appareillage de projection. — Les lames minces de silicium sont obtenues par projection thermique. Le dispositif utilisé est classique, sauf dans certains détails.

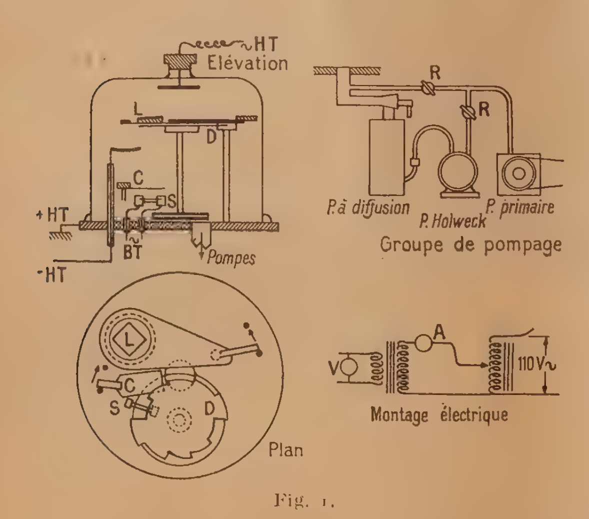


Fig. 1.

Un groupe de pompage (pompe à palettes, pompe Hollweck, pompe à diffusion de vapeur d'huile) maintient un vide aussi parfait que possible dans une cloche en verre reposant sur une platine de bronze soigneusement rodée (*fig.* 1).

Dans cette enceinte on chauffe le silicium sur une gouttière en *tantale* (ce métal est relativement peu attaqué par le silicium fondu). La lame cible est un prisme en verre de petit angle au sommet (3°) soigneusement nettoyé avant emploi. Elle est placée à 10 cm au-dessus de la source et portée par un support mobile. On peut ainsi la dégazer avant emploi par action de l'effluve. Pendant la projection la lame est maintenue dans une position fixe par rapport à la source : son centre est situé sur la verticale de la source menée en son milieu, la surface qui reçoit le dépôt est bien horizontale. A 2 mm au-dessous de cette lame tourne le disque réducteur, entraîné à vitesse constante par un moteur à champ tournant dont l'induit est dans la cloche et l'inducteur à l'extérieur. Il tourne à 20 tours par minute environ. Il comporte quatre échelons dont les ouvertures angulaires sont

$$\frac{2\pi}{5}, \quad \frac{4\pi}{5}, \quad \frac{6\pi}{5} \quad \text{et} \quad \frac{8\pi}{5}.$$

En tenant compte de la répartition dans l'espace des atomes évaporés par la source (gouttière de 2 mm × 20 mm) on montre que les densités superficielles réalisées dans les conditions de l'expérience sont entre elles dans les rapports suivants : 0,202, 0,404, 0,610, 0,808 et 1. (La dernière plage correspond à la partie de la lame qui n'est pas masquée par le disque réducteur, sa densité superficielle a été prise comme unité pour évaluer les autres.)

Une difficulté de préparation des lames minces de silicium est la température élevée de fusion de ce métal (1 400°). Le taux de projection a une valeur raisonnable au blanc éblouissant, on est alors très près de la température correspondant à la rupture de la gouttière de tantale. J'ai utilisé dans certains cas la technique mise au point par Olsen Smith et Crittenden [1]. Sur un enroulement de tungstène en forme de panier on dépose une pâte d'eau et de glucine anhydre, on modèle le tout en forme de creuset que l'on sèche et cuit dans le vide à haute température avant utilisation. Le silicium se projette bien ainsi, je n'ai pas observé de réduction de la glucine par le silicium fondu.

Étude des propriétés optiques des dépôts. — Sur la lame on obtient cinq bandes en forme de secteurs circulaires de 5 mm de large. L'étude des propriétés optiques des dépôts ne peut se faire en utilisant un faisceau lumineux étendu. J'ai réalisé pour cela le montage représenté ci-contre (*fig.* 2) et qui permet d'explorer la lame avec une tache lumineuse de 2 mm de large sur 6 mm de haut.

La source est une lampe à grand éclat : soit une lampe à vapeur de sodium O. S. A., soit une lame à vapeur de mercure H. P. 300 Philips. Ces sources fonctionnent, moyennant certaines précautions, en

courant continu avec un régime assez stable pour permettre des mesures à 1/100e près.

Une fente F est placée à l'image de la source S donnée par la lentille O. Une deuxième lentille O_2 projette l'image de cette fente dans le plan de la lame étudiée L. Deux miroirs aluminiés P_1 et P_2 envoient sur la cellule C, soit le faisceau réfléchi,

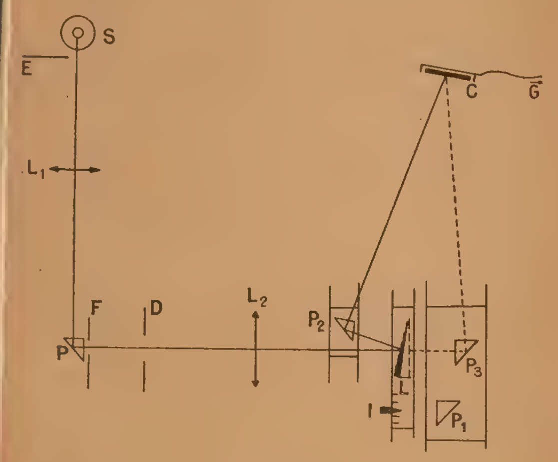


Fig. 2.

soit le faisceau transmis par la lame L. Ils sont montés sur des glissières, munies de butées, ce qui permet de les éclipser lorsqu'ils ne sont pas utilisés. Un troisième miroir P_3 permet d'éclairer la cellule avec le flux direct après avoir escamoté la lame. Celle-ci est montée, dans ce but, sur un chariot que l'on peut manœuvrer au moyen d'une roue dentée et d'une crémaillère.

Les trois miroirs P_1, P_2, P_3 ont été aluminiés simultanément de façon aussi identique que possible. Leur position par rapport à la lame et à la cellule sont telles que l'angle de réflexion soit le même pour les trois.

L'image du diaphragme D se forme sur la cellule, dans une position fixe. On utilise ainsi toujours le même point de la surface sensible.

En déplaçant la lame L parallèlement à elle-même on fait défiler devant la tache exploratrice les différentes plages. La cellule C (cellule à couche d'arrêt) est reliée à un galvanomètre peu résistant (résistance intérieure 7 Ω). Les flux mesurés sont faibles si bien que les déviations du galvanomètre sont proportionnelles aux flux reçus par la cellule. On peut vérifier ce fait, au cours des mesures, en superposant sur la cellule les flux réfléchis et transmis par la lame. La déviation obtenue est la somme des déviations correspondant à chacun de ces deux flux. J'ai utilisé pour ces mesures la radiation jaune du sodium ($\lambda = 5\,893$ Å) et les radiations principales du mercure : 5 780, 5 460, 4 360 et 4 048 Å isolées dans la lumière émise par la H. P. 300 à l'aide de filtres Wratten.

La sensibilité de l'appareil est bonne pour les trois premières radiations, mais beaucoup plus faible pour les deux dernières. La stabilité des sources limite la précision de la mesure de R, R' et T à 1/100e environ en valeur absolue.

Résultats. — Les lames minces de silicium obtenues dans un très bon vide sont très résistantes aux actions mécaniques et chimiques. Elles ne se rayent ni à l'ongle, ni par frottement avec un morceau de bois dur ou une pointe de fer émoussée. Si le vide dans la cloche, au moment du dépôt, n'est pas excellent, la résistance mécanique de la lame est moins bonne. Les acides forts (HCl, NO_3H, SO_4H_2) sont sans action visible sur le dépôt, par contre, les bases fortes (NaOH, KOH) le dissolvent très lentement.

Ces lames résistent à l'action de l'humidité lorsqu'elles sont propres, mais les traces de matières grasses (acides gras supérieurs) provoquent en

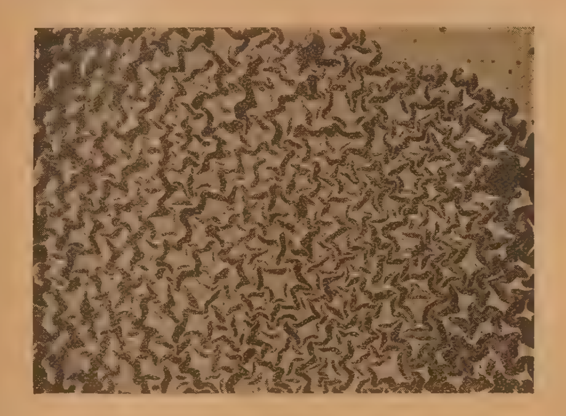


Fig. 3.

présence de vapeur d'eau un décollement de la couche. On observe un phénomène semblable si le support n'a pas été soigneusement nettoyé (*fig.* 3).

Propriétés optiques. — Les dépôts obtenus présentent, lorsqu'ils sont assez épais, des couleurs magnifiques par réflexion de la lumière blanche. Ces couleurs sont particulièrement brillantes lorsqu'on examine le dépôt par réflexion « côté verre ».

Comme les calculs théoriques le laissaient prévoir, on observe des maxima et minima des facteurs de réflexion de la lame côté air et côté verre. La figure 3 montre un exemple de courbes de facteur de transmission et de facteur de réflexion obtenues avec trois lames différentes, préparées dans de bonnes conditions. Les oscillations de facteur de

transmission sont peu marquées. Les oscillations des facteurs de réflexion sont très marquées

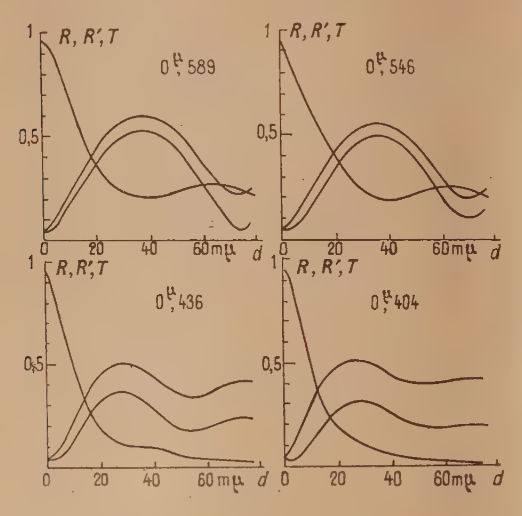


Fig. 4.

pour $\lambda = 5\,893$, $5\,780$ et $5\,460$ Å. Elles disparaissent presque pour $\lambda = 4\,360$ et $4\,048$ Å, en même temps que les oscillations du facteur de transmission (*fig.* 4).

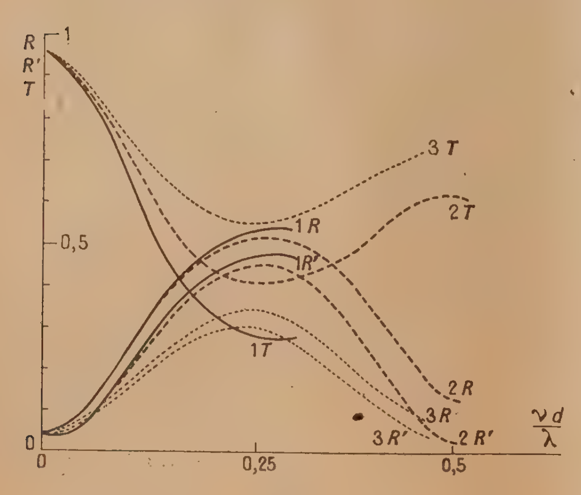


Fig. 5.

Lame 1 : préparée dans un vide excellent ($P < 10^{-5}$ mm Hg) (projection rapide).
Lame 2 : préparée dans un vide médiocre (p voisin de 10^{-4}).
Lame 3 : préparée dans un vide insuffisant ($p < 10^{-4}$ mm Hg.).

Les conditions de préparation des lames interviennent pour modifier les propriétés optiques du dépôt : une projection très lente ou dans un vide mauvais entraîne un abaissement des maxima des facteurs de réflexion en même temps que la transmission croît et que des oscillations très nettes apparaissent pour le facteur de transmission (*fig.* 5).

Énergie effectivement absorbée dans la lame. — L'énergie effectivement absorbée dans la lame est égale à la différence entre l'énergie incidente et

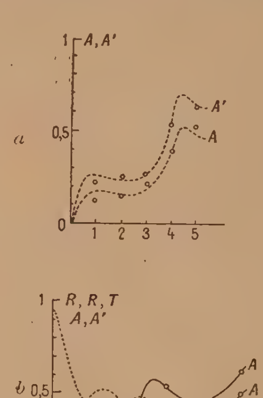


Fig. 6.

la somme de l'énergie réfléchie et de l'énergie transmise $A = 1 - (R + T)$. Les calculs laissent prévoir pour cette quantité *des oscillations, que l'on retrouve expérimentalement.* La figure 6 a montré la position

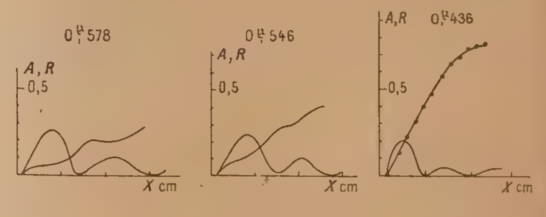


Fig. 7.

des points expérimentaux par rapport à la courbe théorique dans le cas d'une bonne lame. L'indice de cette lame est $4{,}1\,(1 - 0{,}14\,j)$. A partir de cette valeur on a calculé l'énergie effectivement absorbée pour le sens de parcours air → verre et verre → air. La concordance est satisfaisante.

La figure 6 *b* montre les variations de A et A' pour une lame assez transparente. Les oscillations apparaissent nettement, elles sont supérieures aux erreurs de mesures.

On peut du reste suivre de façon plus serrée la variation de A avec l'épaisseur en utilisant une lame en coin dont l'épaisseur croît de façon continue. Pour éviter certains effets parasites, on place le film de silicium entre deux milieux de même indice. On peut ainsi mesurer directement la somme $R + T$ et par différence à 1 en déduire l'énergie absorbée A. Cette expérience directe confirme les résultats trouvés par le calcul. La figure 7 montre les courbes expérimentales ainsi obtenues. Les valeurs de R ont été mesurées afin de permettre un repérage de l'épaisseur optique du dépôt.

Indice de silicium en lames minces. — Le silicium n'a pas fait l'objet d'un grand nombre de recherches. Les quelques valeurs de l'indice de ce corps à l'état massif sont données dans des Mémoires relativement anciens.

Littleton [2] indique pour valeur de l'indice $n = 4,2\,(1 - 0,114\,j)$, Von Wartenberg [3], $3,9\,(1 - 0,12\,j)$, tous deux pour la radiation $\lambda = 0,589$.

Les mesures que j'ai faites me conduisent à donner pour l'indice des lames minces de silicium les valeurs qui sont résumées dans le tableau suivant :

λ (Å).	$\nu' \leq \nu \leq \nu''$.		$k' \leq k \leq k''$.	
5893.....	3,9	4,2	0,13	0,14
5780.....	3,9	4,2	0,14	0,15
5460.....	3,9	4	0,14	0,15
4360.....	3,3	3,5	0,2	0,3
4048.....	3,3	3,6	0,3	0,4

Le fait intéressant à noter est la croissance rapide de l'absorption vers le violet. Cette absorption doit être plus grande encore dans l'ultraviolet; le silicium qui a un facteur de transmission élevé dans l'infrarouge (*voir* notamment [4]), a un facteur de réflexion exceptionnellement élevé dans l'ultraviolet lointain. (Ce métal est d'ailleurs employé parfois pour recouvrir des miroirs de spectrographes à vide travaillant entre 1 000 et 2 000 Å). La transition entre la zone de transparence et la zone d'absorption a lieu dans le spectre visible.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Olsen Smith et Crittenden. — *J. Appd. Physics*, 1945, **16**, 425.
[2] Littleton. — *Phys. Rev.*, 1911, **33**, 453.
[3] Von Wartenberg. — *Verh. der Physik. Gesells.* Berlin, 1910, **12**, 105.
[4] Hulburt. — *Rev. Sc. Instr.*, 1934, **5**, 85

PROTECTION DES VERRES D'OPTIQUE ET MIROIRS ALUMINIÉS

Par Mlle FLAMANT.

Summary. — The object of this study is the behaviour of films as used for increasing or decreasing the reflectivity of glass, and of films likely to be used for protection of metallic deposits, when they are exposed to an atmosphere containing sea-air, at a temperature of 35°C, during a time sufficient to cause deterioration. The conclusions are as follows.

The fluorides used either as protecting films or for anti-reflection treatment, have a poor resistance, magnesium fluoride giving the best results, but being practically destroyed after about ten days.

Silicium and especially silicium monoxyde are practically unalterable when deposited on glass. They give by far the best protection for reflecting surfaces of metallic aluminium. But this protection disappears eventually owing to breaking of the protective layer which forms an increasing number of fissures through which the attack of the subjacent metal takes place.

The difficulty is apparent with all the substances deposited on metal, and in particular with TiO_2. Aluminium films of sufficient thickness obtained under very good conditions of vacuum and cleanliness, on which the natural protective alumina film is formed by exposure to air for one month show also good resistance. Processes of rapid formation of the protective film of Al_2O_3 chemical means have given moderate results.

Les essais dont nous parlerons ici ont été faits à la demande de M. l'Ingénieur en Chef Cuny qui a bien voulu nous autoriser à en publier les résultats. Ils ont été faits pour essayer de protéger les verres très altérables et les miroirs aluminiés, des attaques ou corrosions provoquées par l'air extérieur, et surtout l'air marin.

1. Protection des verres. — Nous avons choisi dans le catalogue de la Maison Parra-Mantois huit types de verre, considérés comme les plus facilement altérables. Les surfaces de ces verres, après avoir été soigneusement polies, ont été recouvertes de couches minces de diverses substances, puis exposées dans une enceinte étanche contenant une petite quantité d'eau de mer, et maintenue à la température de 35° C.

La progression de l'altération des surfaces a été suivie en mesurant l'évolution dans le temps de la quantité de lumière diffusée par ces surfaces.

Méthode utilisée. — Les échantillons sont des petites plaques rectangulaires à faces planes, de 10 à 20 mm de côté et de 5 à 10 mm d'épaisseur. Ils ont été placés dans une boîte étanche, sur une grille située à quelques centimètres au-dessus d'eau de mer artificielle, la boîte étant elle-même placée dans une étuve maintenue jour et nuit à 35° C. Les verres ont été constamment posés sur la tranche pour exposer également les deux faces du traitement. La mesure des facteurs de diffusion a été faite avec un photomètre construit spécialement à cet effet (*fig.* 1).

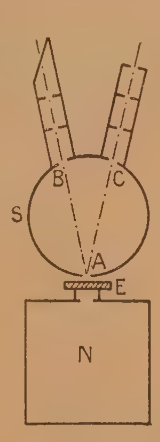


Fig. 1. — Schéma du photomètre.

Ce photomètre se compose d'une sphère diffusante blanche S éclairée intérieurement par deux lampes auto, et percée de deux trous B et C à sa partie supérieure, et d'un trou A à sa partie inférieure. L'échantillon E dont on veut mesurer la

diffusion, est placé contre le trou A, de façon que le trou B soit réfléchi par l'échantillon dans la direction du trou C.

Le trou B est surmonté d'un tube noir muni d'écrans successifs, et d'un couvercle incliné, le tout formant corps noir. Le trou C est également surmonté d'un tube noir muni d'écrans, mais percé en sa partie supérieure d'un trou par lequel les mesures sont faites à l'aide d'un brillancemètre Jobin et Yvon. L'échantillon examiné est posé au-dessus d'une boîte tapissée de velours noir N formant corps noir, pour éviter toute correction due à des réflexions ou diffusions parasites du support.

La mesure consiste en deux opérations : d'abord la mesure de la brillance D de l'image du trou B donnée par l'échantillon, puis en inclinant celui-ci légèrement, la mesure de la brillance R de l'image des parois de la sphère autour du trou B. Le *facteur de diffusion* est donné par le rapport $\frac{D}{R}$ des brillances des images du trou B et de la sphère. On peut également déterminer le *facteur de réflexion* par rapport à un miroir témoin, qui est le rapport $\frac{R}{R_0}$ des brillances des images de la sphère données par l'échantillon et par le miroir témoin. Les faces de certains échantillons forment un angle très prononcé, ce qui interdit de superposer les images du trou B formées par les deux faces de l'échantillon. Dans ce cas, on ne mesure pas la brillance D de la lumière diffusée par l'échantillon, mais la somme de la lumière diffusée par la première surface $\frac{D}{2}$, et de la lumière réfléchie par l'autre surface $\frac{R}{2}$. Cette dernière quantité étant approximativement constante, n'altère pas sensiblement la variation de la quantité de lumière diffusée par la première surface.

Tous les verres choisis étant très altérables, chaque échantillon a été repoli soigneusement tout de suite avant que la couche de protection ne soit déposée. Chaque couche a été déposée en épaisseur optique de $\frac{\lambda}{4}$ c'est-à-dire sous l'épaisseur correspondant au minimum de réflexion pour les couches antiréfléchissantes.

Les différentes protections ont été assurées par les dépôts suivants :

Dépôts par évaporation sous vide : fluorure d'aluminium; fluorure de magnésium; monoxyde de silicium; fluorure de magnésium recouvert de monoxyde de silicium.

Enfin un échantillon a été recouvert de silice hydratée, formée aux dépens du verre par attaque chimique, en immergeant le verre dans une solution étendue d'acide phosphorique, puis en le recuisant au four à 180° C.

De plus, un verre témoin a été laissé sans traitement.

Pour toutes les catégories de verre, ainsi que pour chaque sorte de protection, l'un des échantillons a toujours été manipulé avec des pinces flambées, et posé sur un support flambé, tandis que l'autre échantillon a été pris avec les doigts, et avant de commencer les expériences, ses deux surfaces ont été frottées avec les doigts et au besoin essuyées avec un chiffon propre.

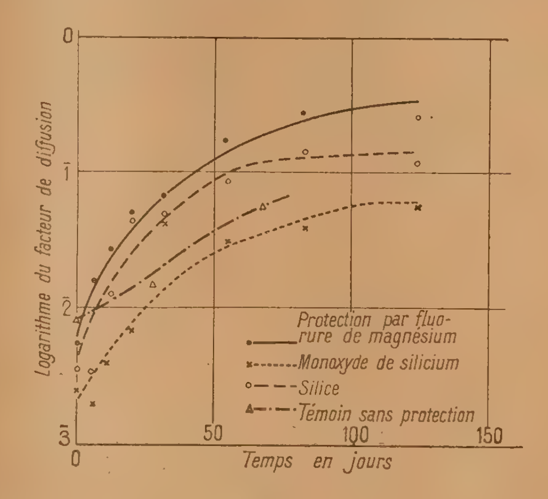


Fig. 2. — Variation de la diffusion en fonction du temps.

Les verres utilisés sont des verres Parra-Mantois, que nous désignerons d'après la classification de cette Maison :

Flint extra-dense	D. 2129
» »	C. 9631
» baryté	B. 8054
» » léger	B. 6555
Baryum-crown très dense	C. 1955
» dense	C. 1455
» »	B. 9060
» léger	B. 4060

A la fin des expériences, les verres ont été nettoyés à l'alcool, puis au blanc d'Espagne, sur une des faces, pour examiner l'état du verre sous le traitement.

Résultats. — Dans l'ensemble, les verres se sont comportés de la même manière, qu'ils soient restés propres ou qu'ils aient été manipulés à la main. D'autre part, les différents traitements évoluent sensiblement de la même façon sur les différents verres.

Le graphique (*fig.* 2) donne en fonction du temps (porté en abscisses) la moyenne des logarithmes

des facteurs de diffusion de tous les verres, pour chaque sorte de traitement.

Le *fluorure d'aluminium* s'est détruit en quelques heures, les verres se sont trouvés recouverts d'un voile très diffusant. La mesure de la quantité de lumière diffusée varie beaucoup d'un verre à l'autre, à cause de la forme prismatique très prononcée de certains échantillons, car pour ceux-là, à la lumière diffusée par la première face, s'ajoute la lumière réfléchie par la deuxième. C'est pourquoi, avant l'expérience, la quantité de lumière diffusée varie de 0,008 à 0,6; mais elle devient immédiatement 0,5-0,9, pour rester ensuite constante jusqu'à la fin, soit pendant 45 jours.

Le nettoyage du verre a montré ensuite que les surfaces étaient restées parfaitement polies, elles étaient simplement plus ou moins recouvertes d'une couche de silice hydratée produite par l'attaque chimique des agents atmosphériques. Cette couche était régulière sur les verres restés propres, et irrégulière sur les autres, et d'une épaisseur variant de $\frac{\lambda}{8}$ à $\frac{\lambda}{4}$ environ.

La *fluorure de magnésium* s'est altéré un peu moins rapidement. Cependant, en quelques jours, la quantité de lumière diffuse est passée de 0,03-0,5 à 0,1-0,6, puis a continué à augmenter pendant 2 mois environ, arrivant à 0,3-0,8, pour rester ensuite constante.

A la fin de l'expérience, le traitement n'adhérait plus du tout au verre, et l'on a pu constater que tous les verres étaient restés polis, mais les flint barytes et les baryum-crown légers présentaient un léger film de silice hydratée assez régulier.

La couche de *fluorure de magnésium recouvert de monoxyde de silicium* s'est transformée très rapidement. En quelques jours, la surface est devenue complètement diffusante, et a continué à évoluer pendant un mois environ. La quantité de lumière diffuse est passée de 0,01-0,2 à 0,6-0,9, et le traitement n'adhérait plus au verre. Tous les verres sont restés polis, mais sur quelques-uns d'entre eux, on pouvait voir une très faible épaisseur de silice hydratée.

L'aspect général des verres protégés par le *monoxyde de silicium* n'a pas changé au cours de l'expérience qui a duré plus de 5 mois. Cependant, les mesures ont mis en évidence un léger accroissement de la diffusion pendant les deux ou trois premiers mois, la quantité de lumière diffuse passant de 0,01-0,6 à 0,03-0,6, puis restant constante ensuite. Lors du nettoyage ultérieur, le traitement trop adhérent, n'a pas pu être enlevé, il n'a pas été du tout modifié, ni même rayé par le frottement prolongé au blanc d'Espagne.

Lors d'une évaporation accidentelle de l'eau de mer contenue dans la boîte, les tranches des verres, non protégées par le monoxyde de silicium, se sont recouvertes d'un dépôt blanc opaque, alors que les faces protégées sont restées intactes, sans aucune trace de dépôt, ni augmentation de la diffusion.

L'évolution des verres protégés par la *silice hydratée produite par attaque chimique* est sensiblement la même que celle des verres recouverts de monoxyde de silicium : la diffusion augmente légèrement pendant quelques mois, puis reste constante, mais elle est toujours un peu plus forte que pour le monoxyde de silicium. Le traitement est resté trop adhérent pour pouvoir être enlevé ou même seulement rayé par le frottement du blanc d'Espagne.

Pendant 2 mois environ, les *verres témoins* ont évolué sensiblement comme les verres protégés par le monoxyde de silicium, la diffusion a augmenté légèrement, passant de 0,005-0,4 à 0,03-0,6, mais elle a continué à augmenter alors que la diffusion des verres protégés au monoxyde de silicium restait constante. Après l'évaporation accidentelle de l'eau de mer, les verres étaient tous plus ou moins recouverts d'un dépôt opaque et blanc, non adhérent. Sous ce dépôt, on a pu constater que les verres, tout en restant parfaitement polis, étaient recouverts d'une assez forte épaisseur de silice hydratée, d'épaisseur optique voisine de λ.

2. **Protection des miroirs aluminiés.** — Nous avons suivi la même méthode pour étudier la protection des miroirs aluminiés. Les miroirs ont été placés dans la même boîte que les verres, et la lumière diffusée par les surfaces a été mesurée de la même façon.

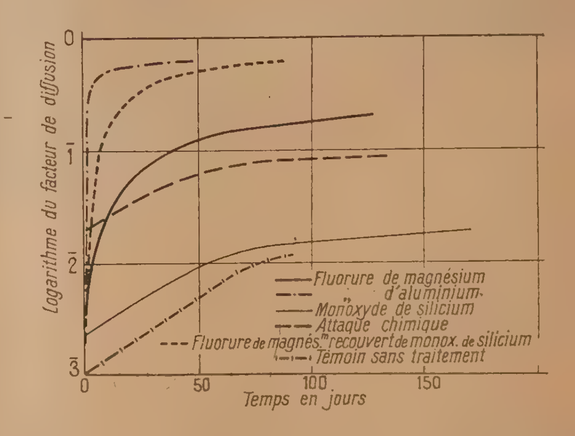


Fig. 3. — Facteur de diffusion en fonction du temps. Miroirs.

Les miroirs sont des plaques de verre recouvertes d'aluminium par évaporation sous vide, et l'aluminium lui-même recouvert de la couche protectrice,

également par évaporation sous vide, et sans contact avec l'air entre les deux évaporations, c'est-à-dire sans possibilité de formation d'une couche d'alumine entre les deux.

Les différentes couches protectrices étaient les suivantes :

Fluorure de magnésium en différentes épaisseurs;

Monoxyde de silicium en différentes épaisseurs;

Silice produite par oxydation du monoxyde de silicium au four.

Résultats. — Dans l'ensemble, les résultats sont analogues à ceux constatés pour la protection des verres. La figure 3 donne en fonction du temps la moyenne des logarithmes des facteurs de diffusion des miroirs, pour chaque sorte de traitement.

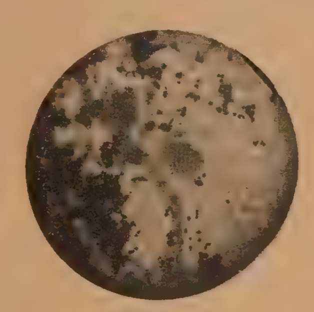


Fig. 4.

Les miroirs protégés par le *fluorure de magnésium* se sont recouverts immédiatement d'un dépôt diffusant, puis après quelques jours, l'aluminium a

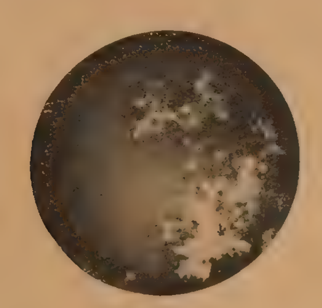


Fig. 5.

commencé à se décomposer sur les bords, formant de petites arborescences. Au bout d'un mois environ, l'aluminium se transforme par plaques au millieu des miroirs, ces plaques gagnant peu à peu la presque totalité du miroir. Il est à remarquer d'ailleurs que sur ces plaques, l'aluminium n'a pas disparu, mais il s'est transformé. Il reste un dépôt, probablement d'alumine, qui est transparent, mais cependant plus réfléchissant que le verre.

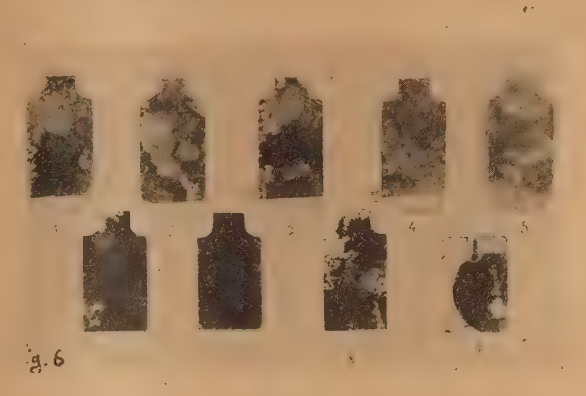


Fig. 6.

Pour ces miroirs, le facteur de diffusion qui a augmenté continuement, est passé de 0,003-0,1 à 0,1-0,5 au bout de 3 mois environ.



Fig. 7.

Les miroirs protégés par le *monoxyde de silicium* se sont révélés beaucoup plus résistants. La couche protectrice s'est craquelée au bout d'une dizaine de jours, formant un réseau de plus en plus serré, de filaments qui diffusent la lumière. Ces filaments sont en réalité des fissures très fines (*fig.* 4) au fond desquelles l'aluminium est à nu, et finit par se ronger également. Ce n'est d'ailleurs qu'au bout de 3 mois que l'aluminium a commencé à disparaître un peu sur les bords.

La diffusion qui a augmenté de façon continue, est passée de 0,003 à 0,05 environ.

La protection par la *silice* semble moins efficace. L'évolution de la couche est sensiblement la même

que celle de la couche de monoxyde de silicium, mais progresse plus rapidement, les craquelures étant toujours plus dense; de plus, l'aluminium commence à disparaître sur les bords au bout d'un mois (*fig.* 5).

La diffusion est passée de 0,004 à 0,1 en 3 mois.

Sur le *miroir témoin* laissé sans protection, l'aluminium s'est rongé par points sur les bords, au bout d'une dizaine de jours, l'attaque gagnant progressivement toute la surface.

La diffusion est passée de 0,008 à 0,06 en 2 mois.

La figure 6 est une photographie des miroirs éclairés en lumière rasante, montrant uniquement la lumière diffuse, et la figure 7, une photographie montrant la réflexion des miroirs. Les miroirs 1 à 5 sont recouverts de fluorure de magnésium, les miroirs 6 et 7, de monoxyde de silicium, le miroir 8, de silice, et le miroir 9 est le miroir témoin, sans traitement.

Conclusion. — Pour les échantillons de verre, tous les fluorures se décomposent trop rapidement en présence d'air salin, pour être une protection efficace. La meilleure protection semble être assurée par le monoxyde de silicium, aussi bien pour isoler le verre des agents atmosphériques susceptibles de l'attaquer, que pour éviter les dépôts dus à des condensations successives sur le verre. La couche de silice hydratée produite par attaque chimique, protège également le verre, mais moins bien que le monoxyde de silicium.

Pour les miroirs, les conclusions sont les mêmes : à cause de leur décomposition rapide, les fluorures ne peuvent pas protéger l'aluminium. Le monoxyde de silicium est une protection plus efficace, quoiqu'elle se détruise également au bout d'un certain temps, et la couche de silice se détruit encore plus rapidement.

ÉVOLUTION DE CERTAINES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES METALLIQUES TRÈS MINCES

Par M. PERROT.
Maître de Conférences à la Faculté des Sciences d'Alger.

Summary. — In order to obtain consistent results in the study of optical properties of thin films, it is essential that the films should be prepared and studied in as perfect a vacuum as possible.

It is further necessary that the surface of the targets on which the films are deposited should be of a chemically simple and perfectly defined nature.

An apparatus permitting this study has been constructed at the Faculty of Science of Marseille; it has thus been possible to prepare thin films and to study the variations of their optical properties. The first results obtained with silver films, of thickness under 10 μ, and deposited on glass by thermal evaporation, have shown that these films undergo, immediately after their preparation, two important changes. The first corresponds to a "spontaneous ageing" of the films in the vacuum; the second one is produced by the action of the gas to which the surface of the films are exposed.

When the phenomenon of the spontaneous ageing appears to be completed, one can produce a "reversibility effect" which shows itself in variations of the reflection factors if the films are placed alternately in a vacuum and in air.

A systematic study of the changes of the optical properties of targets and films of chemically well-defined nature is in progress.

Un des problèmes les plus intéressants et qui permet de soumettre à un contrôle expérimental les théories de l'Optique des métaux est celui de savoir comment varient les constantes optiques des lames métalliques minces lorsque leur épaisseur devient de plus en plus faible.

Pour soumettre le cas de la lame mince au calcul on l'assimile à un mince feuillet métallique à l'intérieur duquel les rayons lumineux incidents subissent, avant de sortir, des réflexions multiples sur les surfaces de séparation.

Mais si, à partir des formules que nous avons données, ou des constructions graphiques qui s'en déduisent [1], on trace les courbes donnant les facteurs de réflexion et de transmission de la lame en fonction de son épaisseur et pour l'incidence normale à partir des constantes optiques du métal massif, on s'aperçoit que les points expérimentaux coïncident avec les courbes théoriques pour les couches épaisses et s'en éloignent de plus en plus lorsque l'épaisseur devient de plus en plus faible.

Ceci peut conduire à admettre que les constantes optiques de la lame varient avec son épaisseur.

On doit alors diviser les épaisseurs en deux domaines : celui où les constantes optiques varient peu avec l'épaisseur et celui où elles varient beaucoup.

La zone d'épaisseur critique correspondant à la séparation de ces domaines est variable d'un métal à un autre et se situe pour l'argent au voisinage de 15 mμ.

On a essayé de justifier ces propriétés des lames minces par les théories quantiques du métal en admettant qu'une partie des électrons de conductibilité subit des réflexions inélastiques sur les frontières de la lame et que la distance entre celles-ci influe beaucoup sur le libre parcours moyen de ces électrons.

L'accord de ces théories avec l'expérience est satisfaisant pour les lames dont l'épaisseur est supérieure à l'épaisseur critique. Pour les épaisseurs inférieures on admet actuellement que les lames ne sont pas continues mais formées de grains indépendants.

L'objet de la présente Communication est de donner quelques résultats nouveaux sur l'évolution de certaines propriétés optiques des lames d'argent dont l'épaisseur est inférieure à l'épaisseur critique.

Pour obtenir des résultats cohérents dans l'étude des propriétés optiques nous avons déposé ces lames sur des supports transparents de nature chimique bien définie; leur étude comme leur préparation a été effectuée sous une pression gazeuse aussi faible que possible.

Dans ce but nous avons mis au point un appareillage permettant d'obtenir et de manipuler les lames sous un vide poussé (*fig.* 1).

Dans une première série d'études effectuées à la Faculté des Sciences de Marseille les lames d'argent ont été déposées sur des supports prismatiques en verre préalablement traités dans un bain d'acide sulfurique concentré et bouillant et rincées à l'eau courante puis à l'eau distillée de façon qu'après séchage on puisse obtenir au souffle les figures d'interférence.

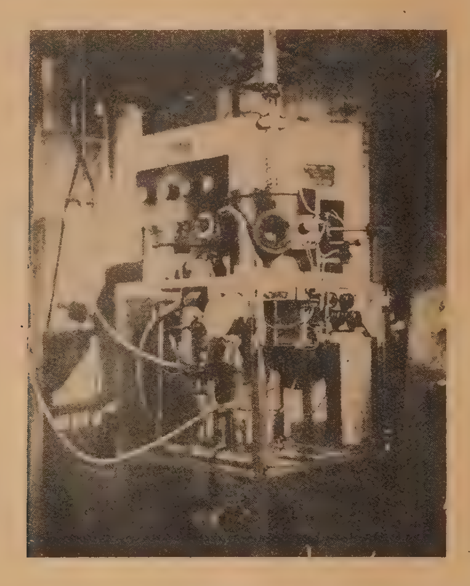


Fig. 1.

Ces supports préservés de toute atmosphère contaminante ont été rapidement portés dans la cloche à projection.

Des parcelles d'argent très pur ont été placées dans un creuset de glucine chauffé par un spiral de tungstène de 3/10e de millimètre parcouru par un courant d'environ 5 A. On n'a procédé à la vaporisation du métal que lorsque la lame a été maintenue pendant 1 h sous le vide (pompes à condensation plus air liquide).

Nous avons pu ainsi obtenir des lames d'argent très propres d'épaisseur variable comprise entre 0 et 11 mμ [2].

Ces épaisseurs ont été repérées à l'aide d'une microbalance en tenant compte de la différence de poids que prend avant et après la projection une lamelle de verre très mince placée à côté de la lame support.

Pour étudier le comportement des lames d'argent immédiatement après la projection nous avons été conduits à mesurer le facteur de réflexion R' de ces lames côté verre.

Nous avons comparé, à cet effet, le flux lumineux réfléchi par le verre métallisé à celui réfléchi par le verre nu en utilisant la radiation $\lambda = 5\,461$ Å de la vapeur de mercure.

Nous avons observé que pour une épaisseur d'argent déterminée le facteur de réflexion R' varie en fonction du temps en tendant vers une valeur limite R'_l qui est d'autant plus rapidement atteinte que l'épaisseur est plus faible. Cette variation correspond à un phénomène que l'on appelle « vieillissement spontané » de la lame sous le vide, il serait dû au réarrangement cristallin qui se fait à la surface du verre après la projection (*fig.* 2).

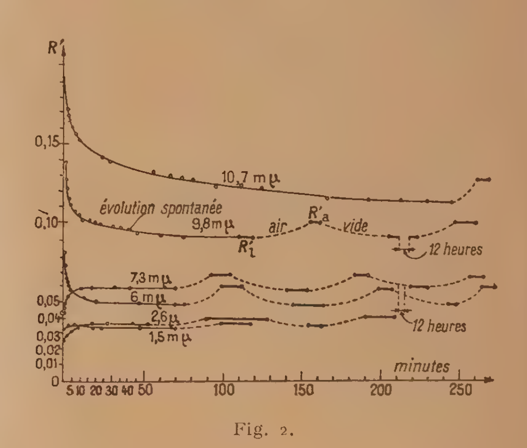


Fig. 2.

Si l'on augmente, par une entrée d'air, la pression dans la cloche lorsque l'évolution spontanée paraît pratiquement terminée, R' prend alors une valeur supérieure à R'_l qui atteint son maximum R'_a sous la pression atmosphérique.

Si l'on produit à nouveau, dans la cloche à métalliser, un vide poussé, R' reprend plus ou moins lentement suivant la décroissance de la pression la valeur R'_l.

Cette réversibilité se produit autant de fois qu'on le désire, même après avoir abandonné la lame d'argent dans l'air pendant plusieurs heures. Dans ce cas les valeurs limites ne sont pas toujours exactement les mêmes que les valeurs initiales. Ceci provient vraisemblablement d'une action chimique de l'air.

L'action réversible des gaz entraîne une variation de R' qui peut atteindre près de 15 pour 100.

Elle a été signalée par F. Joliot-Curie [3] et par Colombani [4] dans l'étude de la conductibilité des lames métalliques épaisses mais elle n'a jamais été mise en évidence, à ma connaissance, dans le cas des facteurs de réflexion.

Jagesberger et Schmid [5] ont fait une étude systématique du phénomène de vieillissement des lames d'argent très minces. Ces lames étaient préparées par projection cathodique et l'on déter-

minait leur facteur de transmission en fonction du temps, chiffré en jours, tantôt dans un vide de 0,1 mm de Hg, tantôt dans l'air.

Pour des épaisseurs inférieures à 4,8 mμ le facteur de transmission augmentait avec le temps, tandis qu'il diminuait sous des épaisseurs plus forte.

Ces auteurs n'ont pas effectué une étude serrée du début de l'évolution.

Selon eux le comportement des couches minces d'argent peut s'expliquer par l'action de trois facteurs.

1° le vieillissement spontané dans le vide;

2° l'adsorption des gaz;

3° l'action chimique des gaz.

Si ces auteurs ont parfaitement discerné les trois facteurs agissant sur l'évolution, ils n'ont pas pu, à mon avis, déterminer de façon satisfaisante la part qui revient à l'action de chacun de ces facteurs et ceci à cause du procédé de préparation lui-même.

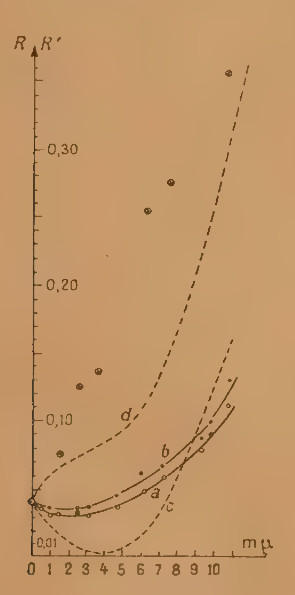


Fig. 3.

J'ai en effet montré que l'influence de l'action des gaz se faisant déjà sentir sous une pression très inférieure à celle que nécessite la projection cathodique.

Il en résulte, avec ce procédé de préparation, que les lames évoluent à la fois par vieillissement spontané et par adsorption des gaz.

Les courbes *a* et *b* de la figure 3 représentent les variations que nous avons obtenues pour les facteurs de réflexion R'_a et R'_l en fonction de l'épaisseur. Pour compléter cette étude nous avons également indiqué les valeurs des facteurs de réflexion R côté métal de la lame dans l'air immédiatement après la projection.

Les courbes *c* et *d* représentent les variations des facteurs de réflexions R' obtenus par projection cathodique par P. Rouard [4] avec le même échantillon d'argent, et pour la même longueur d'onde, ces facteurs de réflexions étant mesurés dans l'air immédiatement après la projection.

Le minimum par lequel passe la courbe *c* est presque nul alors qu'il n'en est pas de même pour les lames d'argent « thermique » dont on pourrait dire *a priori*, que les constantes optiques se rapprochent d'avantage de celles du métal massif.

Mais pour que cette assertion ait un sens précis il faudrait :

1° que la théorie des lames continues s'applique à celles dont l'épaisseur est inférieure à 15 mμ;

2° que le repérage des épaisseurs soit transformé en une véritable mesure.

Le fait que, ces lames d'argent puissent être formées de grains séparés ne permet pas d'appliquer les calculs de la théorie électromagnétique classique, ni de déterminer les épaisseurs absolues en partant de la densité, du métal massif.

De plus le phénomène d'adsorption complique même la détermination des « épaisseurs équivalentes » qui est toujours effectuée dans l'air.

D'après Kindinger et Koller les couches d'argent les plus faibles seraient à ce point gorgées de gaz [7] qu'elles auraient une épaisseur réelle égale à la moitié de l'épaisseur apparente.

Remarquons en outre que les lames lacunaires d'argent « thermique » présentent du côté verre, comme les lames d'argent « cathodique » des colorations variables avec l'épaisseur. Les plus minces sont jaunes par réflexion.

Dans une deuxième série d'études entreprises récemment à la Faculté des Sciences d'Alger, nous avons déposé des lames d'argent « thermique » par la méthode déjà décrite dans un appareillage entièrement en verre où le vide est obtenu par l'intermédiaire d'une pompe à palette et d'une pompe Holweck (*fig.* 4). Cet appareil comme le premier est muni d'un piège à air liquide. Il permet de déterminer d'abord le facteur de réflexion R du support métallisé par comparaison avec le facteur de réflexion R_0 du support non métallisé. Les épaisseurs des lames n'ont pas été repérées, mais le rapport $\frac{R}{R_0}$ permet d'apprécier, d'après les résultats précédents, leur ordre de grandeur.

Cette nouvelle étude a pour but de donner le sens et la grandeur de l'évolution spontanée des lames d'argent déposées sur des supports différents, en fonction du temps et au voisinage de la fin de la projection.

La figure 5 montre cette évolution, pour une durée n'excédant pas 30 min dans le cas de lames lacunaires d'argent projetées sur verre, sel gemme, sylvine, gypse, mica et calcite.

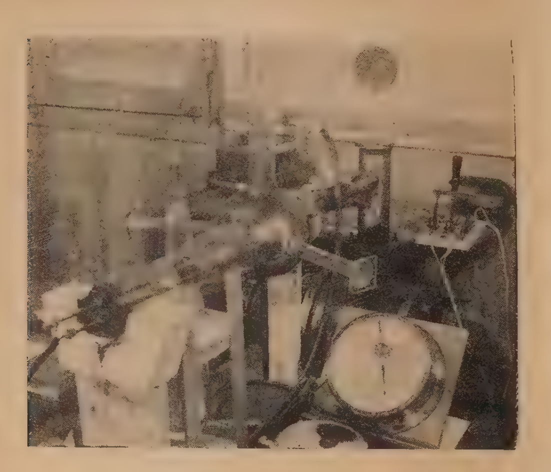


Fig. 4.

L'évolution spontanée sur ces cristaux paraît moins irrégulière que celle sur verre.

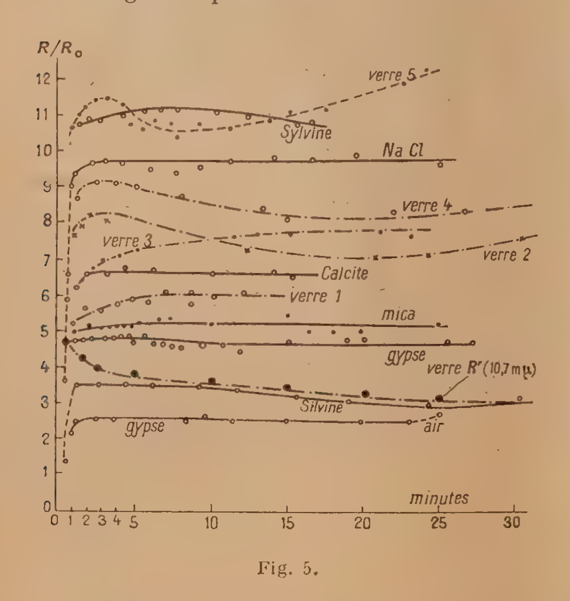


Fig. 5.

Ceci pourrait s'expliquer par les hypothèses suivantes :

Les atomes qui arrivent sur le verre s'organisent immédiatement en petits cristallites à structure réticulaire quasi normale.

Ces cristallites continuent à se nourrir les uns des autres après la fin de la projection et il apparaît une nouvelle phase d'organisation en plus gros cristaux. Cette phase constituerait le phénomène de vieillissement spontané dans le vide, elle détermine des variations des propriétés optiques et électriques de la lame.

Si la surface du support a une texture cristalline elle exerce un rôle d'orientation sur les atomes incidents. Ce rôle est d'autant plus important que la distance réticulaire des mailles de la surface est plus voisine de celle de l'argent.

Cette orientation a été vérifiée par l'analyse électronique des lames lacunaires les plus épaisses [8].

Elle doit être à notre avis un empêchement au déplacement des cristallites dans le plan du support et rendre les fluctuations de R moins importantes que celles de l'argent déposé sur un support amorphe comme le verre.

Cette façon de voir semble confirmée par des expériences que nous avons entreprises à la Faculté des Sciences de Marseille et qui ont été poursuivies par M[lle] Arcaix.

Dans ces expériences nous avons déterminé simultanément l'évolution des facteurs de réflexion et des résistances des lames d'argent d'épaisseur variable, déposées sur des supports en verre.

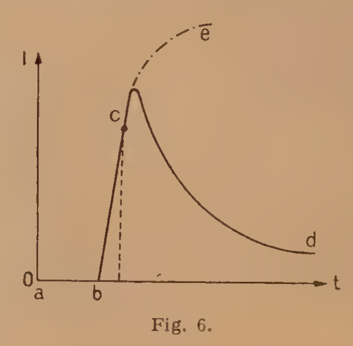


Fig. 6.

La figure 6 indique comment varie en fonction du temps l'intensité qui traverse une lame déterminée aux bornes de laquelle on maintient une tension constante. L'intensité prend pendant une partie du temps de projection une valeur très faible qui était inappréciable avec les moyens de mesures employés (région *ab*). Elle croît ensuite très rapidement jusqu'à une valeur maximum atteinte après la fin de la projection pour les lames lacunaires.

Pour ces lames la courbe décroît ensuite d'autant moins rapidement que l'épaisseur est plus élevée et tend vers une valeur limite d'autant plus faible que la lame est plus mince au bout d'un temps qui n'excède guère une dizaine de minutes.

Les petits cristallites qui se forment pendant toute la durée de la projection sont au début trop

éloignés les uns des autres pour créer une conductibilité appréciable. Il arrive un moment ou un nouvel apport de métal vient combler en partie le vide entre les cristallistes et diminue suffisamment la distance entre ceux-ci pour faire apparaître la conductibilité. Cette conductibilité croît alors très rapidement avec la quantité de métal déposé (région *bc*).

A cette période d'organisation rapide en cristallite succèderait une période d'organisation plus lente en gros cristaux. Il s'en suivrait une augmentation de la distance entre ces cristaux et de la résistance de la lame en fonction du temps (région *cd*).

Lorsque cette distance devient suffisamment grande la conductibilité devient très faible.

Le réarrangement cristallin continuant après la cessation de la conductibilité, les facteurs de réflexion continuent à évoluer.

Pour des épaisseurs supérieures à l'épaisseur critique la courbe continue à croître après la projection (région *ce*) et ceci expliquerait peut-être la forte augmentation du rapport $\frac{R}{R_0}$ pour la courbe verre [5] de la figure 5.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Perrot M. — *Revue d'Optique*, 1943, **22**, 20.
[2] Perrot M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 1629.
[3] Joliot F. — *Ann. Physique*, 1931, **15**, 418.
[4] Colombani A. — *Ann. Physique*, 1944, **19**, 272.
[5] Jagesberger et Schmid. — *Z. Physik*, 1934, **89**, 557.
[6] Rouard P. — *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[7] Kindinger et Koller. — *Z. Physik*, 1938, **110**, 237.
[8] Hass G. — *Kolloïd. Zeits.*, 1942, **100**, 230.

SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES DE PLATINE ET LEUR COMPARAISON AVEC CELLES D'AUTRES MÉTAUX

Par P. ROUARD.

Laboratoire de Physique générale. Faculté des Sciences de Marseille.

Summary. — The study of very thin films of platinum deposited on glass has shown up the existence of a very distinct minimum of the reflection factor glass-metal for a thickness of the metal of about 25 A. This minimum appears at the same thickness of the metal whatever the wavelength of the monochromatic light used. It is thus possible to suppress, without selectivity, all internal reflections in a glass or quartz plate.

Introduction. — Les lames très minces de platine ont déjà fait l'objet d'un certain nombre de recherches. Dès 1905, Kaempf [1] étudiait leur biréfringence. Un peu plus tard Partzsch et Hallwachs [2] calculaient, pour une radiation de longueur d'onde 3 982 Å, les facteurs de réflexion quartz-métal R' et air-métal R et traçaient les courbes donnant, en fonction de l'épaisseur de métal, les variations de ces derniers. Ils essayaient ensuite de vérifier expérimentalement les résultats obtenus.

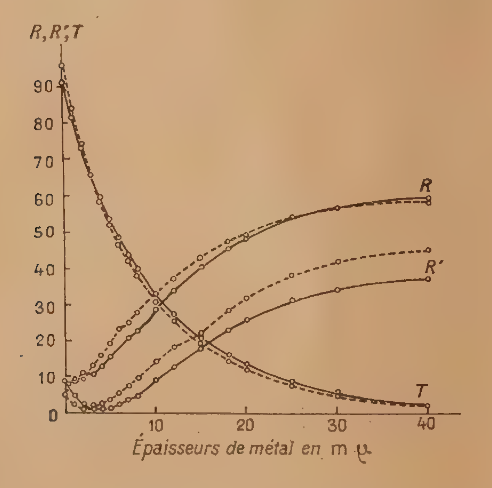


Fig. 1. — Variations des facteurs de réflexion et de transmission de couches minces de platine déposées sur quartz, en fonction de l'épaisseur de métal (Goldschmidt).

Trait continu : la lame support est plan parallèle.
Trait discontinu : la lame support est prismatique.

$\lambda = 4066$ Å, $\nu = 1,783$, $\varkappa = 3,014$.

Malheureusement, tandis que leurs calculs étaient effectués pour une lame support prismatique, leurs expériences étaient faites avec une lame support à faces parallèles et pour deux radiations de longueurs d'onde « voisines » de 3 000 et 4 000 Å. En 1927, Goldschmidt [3] refit les calculs pour $\lambda = 4\,066$ Å en se plaçant successivement dans le cas d'une lame support prismatique et d'une lame support à faces parallèles. Mais les courbes théoriques ainsi obtenues présentent de curieuses irrégularités (*fig.* 1), que nous n'avons jamais retrouvées dans tous nos calculs de facteurs de réflexion.

Mis à part les résultats très incomplets de Partzsch et Hallwachs, on ne possède en définitive que très peu de données expérimentales sur les facteurs de réflexion des couches très minces de platine. Par contre les facteurs de transmission ont été un peu mieux étudiés, surtout en vue de la réalisation de lames absorbantes neutres.

De plus, à ma connaissance, les variations de phase que subit une onde lumineuse, quand elle se réfléchit normalement dans l'air sur le platine ou dans le support transparent sur le platine, n'ont été ni calculées ni mesurées.

De telles recherches, outre l'intérêt des applications possibles, ont l'avantage de se rapporter à un métal qui possède un indice de réfraction beaucoup plus élevé que celui des métaux déjà étudiés [4] comme l'or ou l'argent.

D'autre part, les recherches portant sur d'autres propriétés des lames très minces de platine, par exemple la résistivité électrique, ont montré que ce métal, contrairement à l'or et l'argent par exemple, prend, dès que l'épaisseur atteint une centaine d'angströms, une structure analogue à celle du métal massif. Les diverses propriétés des lames minces étant liées, on peut donc penser que les propriétés optiques seront très voisines de celles que l'on peut calculer à partir des constantes du métal massif dès que l'épaisseur atteindra 100 Å.

Étude des facteurs de réflexion et de transmission du platine en couches très minces. — Nous venons de voir que les résultats théoriques déjà obtenus étaient sporadiques (limités en fait au violet extrême et à l'ultraviolet) et présentaient, d'autre part, dans certains cas, des particularités curieuses que nous n'avions jamais rencontrées, pour notre part, dans tous les calculs faits au laboratoire pour différentes valeurs des constantes optiques.

J'ai donc tout d'abord calculé de nouveau, pour $\lambda = 5\,780$ Å, les facteurs de réflexion air-

métal et verre-métal pour différentes couches de platine déposées sur des lames prismatiques de verre (indice 1,52). J'ai supposé que le platine conservait ses constantes, même pour les plus faibles épaisseurs. Les courbes de la figure 2 (traits discontinus) résument les résultats obtenus. Ces courbes ne présentent aucune irrégularité, contrairement à celles tracées par Goldschmidt.

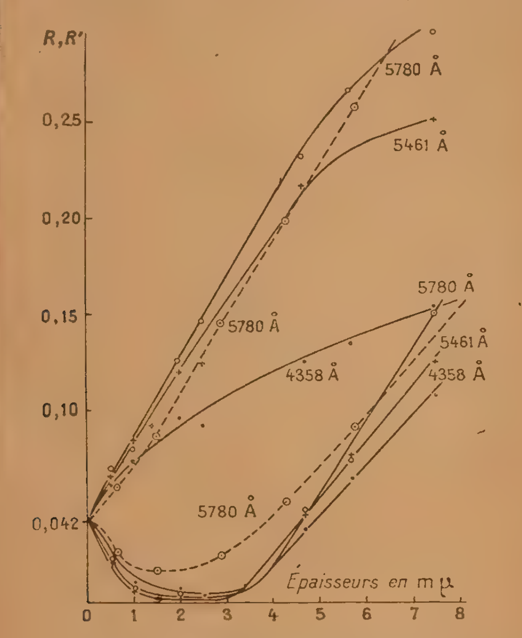


Fig. 2. — Facteurs de réflexion air-platine et verre platine.
a. Courbes expérimentales (traits continus).
b. Courbes théoriques (traits discontinus).

J'ai entrepris la vérification expérimentale de ces résultats. Le platine est déposé par projection cathodique (afin de permettre des comparaisons avec les résultats déjà obtenus pour l'or et l'argent cathodiques) sur des lames de verre prismatiques (2 à 3°) carrées de 4,5 cm de côté. Un cache convenable empêche la métallisation d'une étroite bande de 2 à 3 mm de largeur disposée, parallèlement à une ligne de plus grande pente, au centre de la lame. On peut ainsi comparer les facteurs de réflexion R et R' au facteur de réflexion verre-air ou air-verre pris pour étalon (on les suppose égaux à la valeur théorique 0,042). Les mesures s'effectuent par photométrie photographique selon la méthode exposée par ailleurs [4]. Les résultats obtenus pour trois radiations monochromatiques de longueurs d'onde respectives 4 358, 5 461 et 5 780 Å sont rassemblés dans le tableau suivant et dans la figure 2.

On constate que, pour toutes les longueurs d'onde utilisées, le facteur de réflexion dans le verre sur le platine R' prend une valeur extrêmement faible quand l'épaisseur de platine est voisine de 25 Å. Ce minimum, et c'est là un fait qui mérite d'être noté, *se produit pour la même épaisseur, quelle que soit la longueur d'onde de la lumière utilisée.* J'ai déjà montré l'existence d'un tel minimum pour l'or et l'argent [4] déposés par projection cathodique. Mais, pour ces métaux, l'épaisseur donnant une valeur minimum à R' varie avec la longueur d'onde de la radiation monochromatique utilisée. Il en résulte qu'un faisceau de lumière blanche, après réflexion normale dans le verre sur le métal, apparaît brillamment coloré, la teinte variant très rapidement avec l'épaisseur du métal. Au contraire, avec le platine, l'intensité de la lumière incidente est considérablement réduite par réflexion mais elle reste blanche.

On peut donc pratiquement supprimer, au moyen de deux couches simples de platine d'épaisseur voisine de 20 à 30 Å, déposées chacune sur l'une des deux faces d'une lame de verre, toutes les réflexions internes dans cette lame, ce qui peut avoir des applications intéressantes. On obtient ainsi des surfaces verre-air absolument antireflets et cela pour toutes les radiations du spectre visible comme le montre qualitativement l'expérience faite avec la lumière blanche. Une lame de verre ainsi traitée ne peut plus donner ni anneaux à l'infini, ni franges d'égale épaisseur.

Il était intéressant de voir si d'autres couches métalliques très minces ne présentaient pas des

Facteurs de réflexion air-platine R et verre-platine R'.

MESURÉS.

Épaisseurs (Å).	λ = 4358 Å. R.	λ = 4358 Å. R'.	λ = 5461 Å. R.	λ = 5461 Å. R'.	λ = 5780 Å. R.	λ = 5780 Å. R'.
0	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042
0,5	0,061	0,025	0,065	0,02	0,069	0,021
10	0,073	0,01	0,084	0,006	0,08	0,007
20	0,096	0,0065	0,12	0,0035	0,126	0,004
25	0,092	0,002	0,124	0,001	0,146	0,0014
47	0,125	0,037	0,216	0,045	0,231	0,047
57	0,134	0,064	0,226	0,076	0,265	0,074
75	0,153	0,108	0,25	0,125	0,294	0,15

CALCULÉS.

Épaisseurs (Å).	λ = 5780 Å. $n = 2{,}05 - 4{,}26i$. R.	R'.
0	0,042	0,042
6	0,058	0,025
15	0,086	0,016
29	0,143	0,024
43	0,197	0,052
58	0,255	0,090
116	0,430	0,250
–	–	–

propriétés analogues. Les expériences ont été faites cette fois-ci avec des couches préparées par évaporation thermique au moyen d'un dispositif réalisé par M. P. Cotton. Entre la gouttière contenant le métal à vaporiser et la lame prismatique on interpose (tout près de cette dernière pour éviter les effets de pénombre) un disque tournant dont la surface est limitée par une spirale arithmétique. En disposant convenablement les choses on peut ainsi obtenir une lame métallique d'épaisseur régulièrement croissante, les courbes d'égale épaisseur étant des droites parallèles à l'arête du prisme. L'épaisseur de métal varie linéairement de 0 à 100 Å environ d'un bord à l'autre de la lame support prismatique.

On a préparé successivement de cette manière des couches très minces d'un certain nombre de métaux. Lorsqu'on éclaire ces couches avec une source de lumière monochromatique et que l'on étudie la réflexion dans le verre sur le métal on constate que, pour tous les métaux utilisés, le facteur de réflexion R' passe par un minimum extrêmement net pour une certaine épaisseur de métal qui est de l'ordre d'une trentaine d'angströms.

Pour un métal donné, l'épaisseur pour laquelle se produit le minimum peut ou non être fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente. Il en résulte que les métaux étudiés peuvent être classés en deux groupes. Les uns comme le cuivre, le fer, obtenus par évaporation thermique, se conduisent comme l'or et l'argent obtenus par projection cathodique, c'est-à-dire que le minimum du facteur de réflexion R' se produit pour une épaisseur différente lorsque la longueur d'onde de la radiation incidente varie. Ces métaux donnent par suite de vives colorations lorsqu'un faisceau de lumière blanche se réfléchit dans le verre sur des couches d'épaisseur voisine d'une trentaine d'angströms.

D'autres comme l'aluminium, le béryllium, le zinc, le magnésium se comportent comme le platine obtenu par projection cathodique, c'est-à-dire que *le minimum du facteur de réflexion R' se produit pour la même épaisseur de métal, quelle que soit la longueur d'onde de la radiation incidente.* Un faisceau de lumière se réfléchissant dans ces conditions est considérablement affaibli, mais il l'est pratiquement de la même façon pour toutes les radiations.

L'élimination des réflexions internes dans une lame transparente peut donc se faire avec l'un quelconque de ces métaux sans sélectivité. Les couches d'épaisseur convenable pour cette opération sont d'ailleurs très adhérentes, surtout dans le cas de l'aluminium.

Il est intéressant de voir pour quelles valeurs de ν et de $\varkappa$ apparaît le minimum et quelles sont les conditions pour que ce minimum soit nul. Cette étude a été faite par M. Perrot [5] au moyen de sa méthode graphique de détermination des facteurs de réflexion et par P. Cotton [6].

D'autre part, MM. F. Scandone et L. Ballerini [7] ont montré récemment que l'expression donnant les facteurs de réflexion pour des couches très minces (pour lesquelles le rapport $\frac{d}{\lambda}$ de l'épaisseur à la longueur d'onde de la radiation utilisée est beaucoup plus petit que 1) pouvait être développée en série en fonction des puissances de $\frac{d}{\lambda}$.

On obtient alors une expression de la forme

$$R = R_0\left[1 + u\frac{d}{\lambda} + v\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2\right],$$

dans laquelle R_0 est le facteur de réflexion de la surface air-verre ou verre-air lorsque la lame support n'est pas métallisée. Dans le cas de la réflexion dans le verre sur l'air par exemple

$$R_0 = \left(\frac{1,52 - 1}{1,52 + 1}\right)^2 = 0,042.$$

L'expression ci-dessus représente une parabole dont le sommet est déplacé par rapport à l'origine des coordonnées (*fig.* 3).

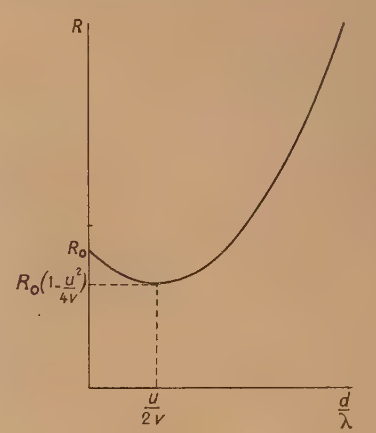


Fig. 3. — Facteur de réflexion pour des couches très minces $\left(\frac{d}{\lambda} < 1\right)$ d'après F. Scandone et L. Ballerini.

Si v est positif la parabole a sa concavité tournée vers le haut et présente un minimum. Si, de plus, u est négatif ce minimum se produit effectivement pour une valeur positive de $\frac{d}{\lambda}$ et, par conséquent, pour une valeur réelle de l'épaisseur de la lame métallique.

Si, dans le cas du platine, on trouve effectivement l'existence possible d'un minimum en attribuant aux couches très minces des constantes optiques analogues à celles du métal massif, dans le cas de l'argent cathodique il n'en est pas de même ainsi que je l'ai déjà montré.

A ces résultats peuvent s'ajouter les mesures de facteur de transmission de lames minces de platine faites autrefois en collaboration avec H. Buisson et C. Jausseran [8] à l'occasion d'études sur la transparence de la basse atmosphère. Les couches minces de platine déposées sur du verre ou du quartz ont en effet été utilisées pour réduire un flux lumineux dans un rapport donné.

Ces mesures, ainsi que celles de Schuch [9], ont montré que le facteur de transmission de ces couches varie peu avec la longueur d'onde quand on les utilise dans certains domaines bien définis. Pour corriger l'inégalité d'absorption des lames de platine Artigas [10] a eu l'idée de préparer des couches mixtes d'argent et de platine. Il a obtenu ainsi des lames remarquablement neutres pour les radiations de longueur d'onde comprises entre 5 000 et 6 700 Å.

Étude des changements de phase en réflexion normale. — En ce qui concerne les changements de phase l'étude théorique, faite en supposant que le platine conserve, même pour les très faibles épaisseurs, les constantes du métal massif, m'a conduit aux résultats que résument les courbes de la figure 4.

On peut constater que la variation de phase côté air est toujours un *retard* qui croît très rapidement lorsque l'épaisseur passe de 0 à 3 mμ pour atteindre 0,05. Elle reste ensuite pratiquement constante jusqu'à une épaisseur de métal infinie (métal massif) contrairement à la courbe analogue relative à l'argent qui passe par un maximum vers 9 mμ.

Pour la variation de phase à la réflexion normale dans le verre sur le platine c'est l'inverse qui se produit. La variation de phase est en effet nettement supérieure à celle que l'on peut calculer pour l'argent et des épaisseurs voisines de 15 à 20 mμ. Cette variation de phase calculée est une *avance*.

La vérification expérimentale de ces résultats théoriques a été faite suivant la méthode déjà exposée [4]. Elle est restée limitée pour l'instant au changement de phase à la réflexion normale dans le verre sur le métal. Les résultats obtenus sont résumés par les courbes de la figure 4.

On constate que, lorsque l'épaisseur de métal croît à partir de zéro, le changement de phase est d'abord un retard qui va lui aussi en croissant. Comme je l'ai déjà montré pour l'or et pour l'argent cathodiques ceci n'est qu'une apparence. En réalité, les constantes optiques variant avec l'épaisseur, il se produit quelque part un saut de phase de 2π de telle sorte que l'on passe du retard à l'avance sans s'en apercevoir.

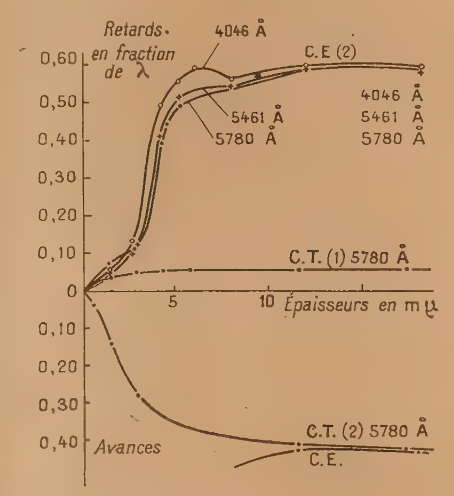


Fig. 4. — Variations de phase air-métal et verre-métal pour des couches de platine déposées sur verre :
C. T. Courbes théoriques { 1. Air platine. 2. Verre platine.
C. E. Courbes obtenues expérimentalement (verre platine).

D'autre part la figure 4 montre qu'à partir d'une épaisseur voisine de 10 mμ les courbes théoriques et expérimentales, donnant pour la longueur d'onde 5 780 Å les variations avec l'épaisseur du changement de phase à la réflexion verre-métal, sont pratiquement confondues.

On peut donc dire qu'à partir de 10 mμ les constantes optiques du platine en lames minces sont très voisines de celles du métal massif.

Conclusion. — L'étude des couches très minces de platine a permis de retrouver et d'étendre un certain nombre de résultats déjà obtenus avec les couches très minces d'or et d'argent préparées par projection cathodique. Comme pour ces métaux la comparaison des résultats expérimentaux et de ceux que l'on obtient en attribuant au métal en lames très minces les constantes du métal massif fait apparaître la nécessité d'attribuer au métal en lames très minces des constantes variables avec l'épaisseur et différentes de celles du métal massif.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Kaempf. — *Ann. Physik*, 1905, **16**, 308.
[2] Partzsch A. et Hallwachs W. — *Ann. Physik*, 1913, **41**, 247.
[3] Goldschmidt H. — *Ann. Physik*, 1927, **82**, 947.
[4] Rouard P. — *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[5] Perrot M. — *Ann. Physique*, 1944, **19**, 150.
[6] Cotton P. — *Ann. Physique*, 1947, **2**, 217.
[7] Scandone F. et Ballerini L. — *Il Nuovo Cimento*, 1946, **3**, 35.
[8] Buisson H. Jausseran C. et Rouard P. — *Revue d'Optique*, 1933, **12**, 70.
[9] Schuch. — *Ann. Physik*, 1932, **13**, 297.
[10] Artigas F. — *Revue d'Optique*, 1926, **5**, 217.

ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF SOME METAL AND METAL OXIDE FILMS

By Georg HASS and Noel W. SCOTT.
Engineer Research and Development Laboratories. The Engineer Center and Fort Belvoir. Fort Belvoir, Va.

Sommaire. — Les auteurs étudient au microscope électronique et par diffraction d'électrons les couches évaporées de Ag, Al, Ge, Si, SiO et Si, car bien des propriétés des couches minces dépendent de leur structure. Les couches d'aluminium présentent un grain plus fin et une surface plus lisse que les couches d'argent. Les couches d'aluminium conviennent mieux que les couches d'argent pour les surfaces de miroirs, malgré le facteur de réflexion plus élevé de ce dernier, parce qu'elles sont plus lisses, adhèrent plus fortement au verre et se ternissent beaucoup moins facilement en raison de la formation d'une couche protectrice d'alumine par exposition du miroir à l'air. On peut obtenir une meilleure protection de la surface aluminiée en formant artificiellement cette couche d'oxyde protectrice. On peut obtenir ceci soit par traitement thermique, soit par oxydation anodique. Le traitement thermique n'est pas pratique parce que l'oxydation de l'aluminium dans l'air est lente aux températures inférieures à 400° et parce que le film obtenu aux températures plus élevées est rugueux. On obtient des films d'oxyde qui ont une épaisseur uniforme et contrôlée avec précision en oxydant anodiquement un film d'aluminium évaporé dans un bain d'électrolyse contenant 3 pour 100 de tartrate d'ammonium. L'épaisseur de la couche d'oxyde obtenue en 1 mn dépend uniquement de la différence de potentiel appliquée : l'épaisseur de la couche d'alumine (en Å) est égale à 12,5 $\times$ volts (Voltage). Le film d'oxyde obtenu a une structure amorphe, et n'a pas de pores. Il présente une faible absorption dans l'ultraviolet, le visible et l'infrarouge. Son indice de réfraction entre 3 000 et 7 000 Å varie entre 1,65 et 1,60. Un miroir d'aluminium ainsi préparé présente une excellente résistance à l'abrasion. Si l'on demande une plus grande résistance à la corrosion et aux agents chimiques, il est préférable d'appliquer directement sur le miroir aluminié une couche de monoxyde de silicium. SiO s'évapore à température plus basse que le silicium ou la silice, il se dépose sur le miroir en couche uniforme, amorphe et adhérente qui se transforme partiellement en SiO_2 par exposition à l'air. Le facteur de reflexion, dans le visible, du miroir d'aluminium protégé par l'épaisseur optima SiO (1 500 Å environ) est seulement 1 pour 100 plus faible que celui de la surface d'aluminium non traitée. Dans l'infrarouge ces couches ne présentent pas d'absorption appréciable; dans l'ultraviolet la couche de SiO présente une absorption variant avec les conditions de projection. Cette absorption peut être réduite par oxydation. L'accroissement de la transmission dans l'ultraviolet de couches minces déposées sur des lames de quartz a servi pour étudier l'oxydation de SiO en SiO_2. Pour produire des miroirs sur des supports métalliques, il est recommandé d'utiliser comme sous-couche un dépôt de SiO; on améliore ainsi l'adhérence et l'on empêche la diffusion du métal de base vers la couche superficielle. Par évaporation de SiO on peut également faire des miroirs réfléchissants par la face avant, sur des matériaux plastiques. On utilise également les couches de SiO évaporées pour faire des répliques et des lames porte objets utilisées en microscopie électronique.

Introduction. — Thin films, produced by high vacuum evaporation are applied in many scientific, technical and industrial fields. For those who are concerned with the optical, electrical, and chemical properties of such films an exact investigation of their microstructure is important. In recent years, the electron microscope in combination with electron diffraction has proved to be most suitable for a direct study of the structure and formation of thin films.

Silver and Aluminum. — Investigations were made on the most frequently used mirror metals, silver and aluminum. The electron micrographe reproduced in figure 1 present a comparison of silver and aluminum films condensed in different thicknesses under good vacuum conditions on substrates at room temperature. Thin films of silver up to about 50 Å in thickness consist of small separated agglomerates. When the film thickness is increased, the agglomerates grow together to form a continuous film and larger crystals. In a silver film 600 Å thick, many of the crystals reach a diameter of 5 000 Å. Silver films for front-surface mirrors are usually thicker than 1 000 Å, for silver films are not completely opaque if thinner. Since crystal size increases with thickness, the opaque silver mirror will be grainier than shown in figure 1. The roughness of silver surfaces is demonstrated in figure 2 which shows electron micrographs of replicas of the surfaces of two silver films of different thicknesses produced on a base at room temperature. The surface roughness increases strongly with thickness and explains the relatively high, diffuse reflection produced by thick evaporated silver front-surface mirrors.

Figure 3 shows silver films of different thicknesses ondensed on aluminum oxide heated to 300° C. ecause larger agglomerates, separated by greater terstices, are formed at elevated temperatures, he film thickness required for complete coverage increases with the temperature. In the thicker film deposits, crystals up to 1 μ in diameter are formed; consequently, more light is diffusely reflected by a silver mirror condensed on a heated base than by one produced at room temperature.

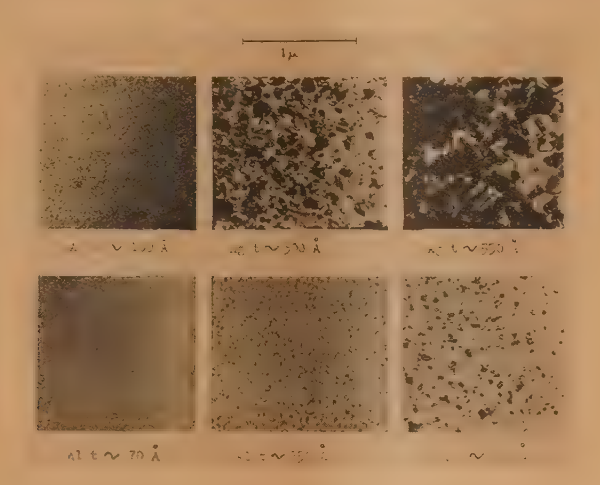


Fig. 1. — Electron micrographs of Ag and Al films condensed to various thicknesses at room temperature.

The electron micrographs furnish a simple explanation of the electrical resistance behavior of thin



Fig. 2. — Electron micrographs of replicas of the surfaces of two silver films produced on a base at room temperature.

silver films. Very thin films show no conductivity because they consist of separated agglomerates. The thickness at which a silver film becomes conductive increases with the temperature of the base on which it is evaporated. It is about 50 Å at 20°C and increases to about 200 Å at 200° C and to about 400 Å at 300° C. These results correspond well with the electron micrographs of these silver films.

Aluminum films are much smoother than those of silver produced under the same conditions, as may be noted in figure 1. Even very thin films cover the base quite uniformly, and the crystals formed in thicker films are much smaller than those formed in corresponding silver films. Since aluminum films become opaque at a thickness of about 500 to 600 Å the electron micrograph of the thickest aluminum film shown in figure 5 is representative of the coatings required for producing aluminum front-surface mirrors. The size of the crystals, and thus the irregularities in the surface, are small, compared to the wavelength of the light, resulting in very little light being diffusely reflected by an aluminum mirror. Aluminum, like silver, also forms larger agglomerates and bigger crystals when condensed on bases at elevated temperatures. Figure 4 shows aluminum films about 500 Å thick condensed on aluminum oxide support layers at different temperatures. The mirror form can be heated during the evaporation of aluminum to 100 to 150° C. The electrical behavior of aluminum films is similar to that of silver films; however, since aluminum condenses in more uniform films, the critical thickness at which aluminum films start to become conductive is less than it is for silver. Films condensed at room temperature and less than 40 Å thick are still conductive, while those thicker than 300 Å have the specific conductivity of solid aluminum. The results of these investigatione indicate that aluminum is a more desirable reflecting material for front-surface mirrors than silver in spite of the higher reflectivity of the latter.

Aluminum oxide. — Aluminum does not tarnish as easily as silver because thin protective films of aluminum oxide are formed on aluminum when it is exposed to air. A study was made on the structure, optical properties and methods of increasing the thickness of these films. The oxide film formed on aluminum exposed to air for two hours is about 10 Å thick. It continues to grow very slowly and almost completely stops after about a month. The thickness is then about 45 Å.

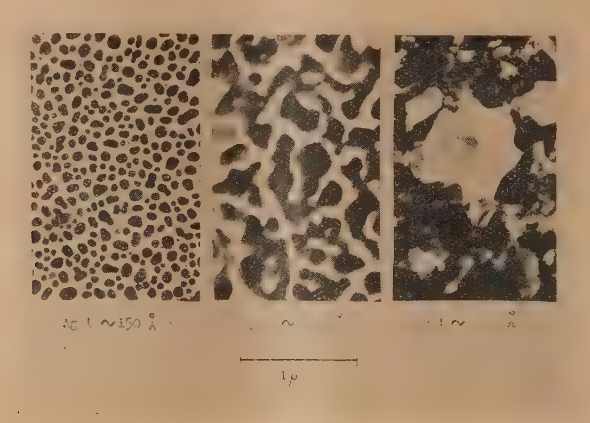


Fig. 3. — Electron micrographs of Ag films condensed to various thicknesses at a temperature of 300° C.

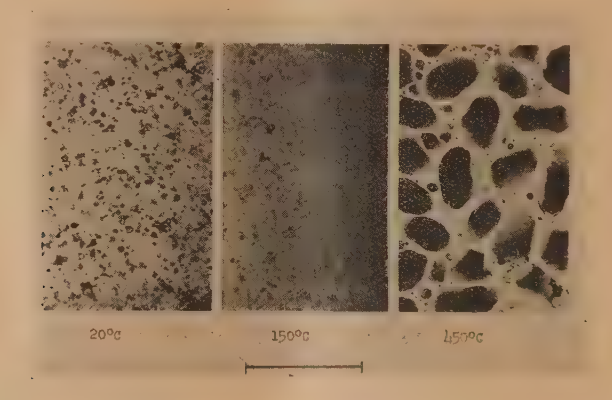


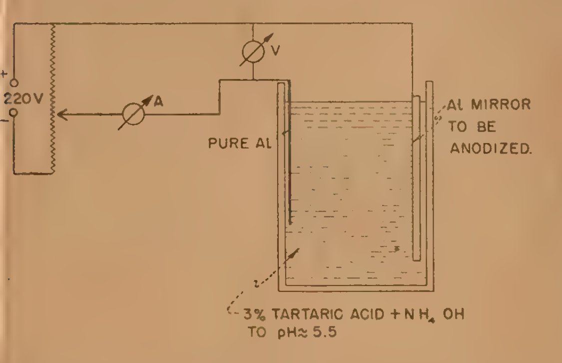
Fig. 4. — Electron micrographs of Al films ~ 500 Å thick condensed at various temperatures.

The same thickness of the oxide film formed on aluminum in air was calculated by studying the change of the electrical resistance of the aluminum film. The fact that the oxide film on aluminum reaches a limiting thickness of about 45 Å is in good agreement with the theory of the formation of oxide films on metals developed by Mott [1].

Since the natural oxide coating furnishes a relatively good protection it follows that a thicker film of Al_2O_3 should provide even better protection. The thickness of the oxide film on aluminum can be increased by heat treatment in air or anodic oxidation. The rate of oxidation of a fresh aluminum surface changes very little below 300° C. From 300° C it increases slowly and from 450° C very rapidly. An increase of humidity in the air increases the rate of oxidation and shifts the beginning of more rapid oxidation to lower temperatures. By introducing steam into the oxidation furnace a rapid oxidation can be detected at 350° C. Since the temperature required for thermic oxidation of aluminum is very high and the resulting films are rough and non-uniform, oxidation by heat treatment is not a practical method for producing protective coatings on evaporated aluminum mirrors.

Unlike aluminum oxide films produced by oxidation at high temperatures, those formed anodically in a suitable bath are smooth and uniform and can

· prepared in precisely controlled thicknesses. lectrolytes used for anodic oxidation may be ivided into two classes. Those which have an ppreciable solvent effect on the oxide film formed, uch as dilute sulfuric and oxalic acid, and those hich have no solvent action on aluminum oxide, uch as boric acid and solutions of acidified organic mmonium salts. The oxide films formed in lectrolytes such as dilute sulfuric acid are characte- ized by substantial thickness and porous structure.



ig. 5. — Sketch of arrangement used to anodize evaporated aluminium mirrors.

Vithin quite a wide range these oxide coatings ontinue to grow as long as potential is applied and ilm thicknesses of more than 100 μ can be attained nder suitable conditions. In electrolytes in which he aluminum oxide is insoluble the oxide coating orms rapidly and the high initial current which lows when contact is first made decreases to less than 1 mA : dm² in a few minutes, indicating that the growth of the coating has almost ceased. The thickness of the oxide films produced in a given time depends only on the applied anodizing voltage and therefore can be controlled. This type of oxide film is non-porous and is called an anodic barrier-layer. It has been found to be especially suitable as protective coating on evaporated aluminum mirrors.

Figure 5 is a sketch of the anodizing arrangement. The electrolyte is a solution of 3 per 100 tartaric acid with ammonium hydroxide added to make the pH about 5. The evaporated aluminum surface is made the anode in the electrolyte and a sheet of aluminum is made the cathode. The high initial current is limited to about 2 A by a resistor. As the oxidation increases, the current decreases to a few mA : dm² in 1 mn. Continued application of the applied voltage after the first minute produces little change in film thickness. This method permits the formation of uniform films up to about 5 000 Å thick on evaporated aluminum mirrors of any size. The glass form on which the aluminum film is evaporated must be extremely clean; otherwise, the aluminum film will loosen during the anodic oxidation process. Also, impurities will cause pinholes by the anodic treatment. Thus, anodic oxidation provides an excellent means for checking the adhesion and purity of evaporated aluminum films.

The thickness of aluminum oxide layers formed in 3 per 100 ammonium tartrate as a function of voltage and time was determined by means of multiple reflection fringes. This optical method, which was developed by Tolansky [2], permits the determination of film thickness within 10 Å. The

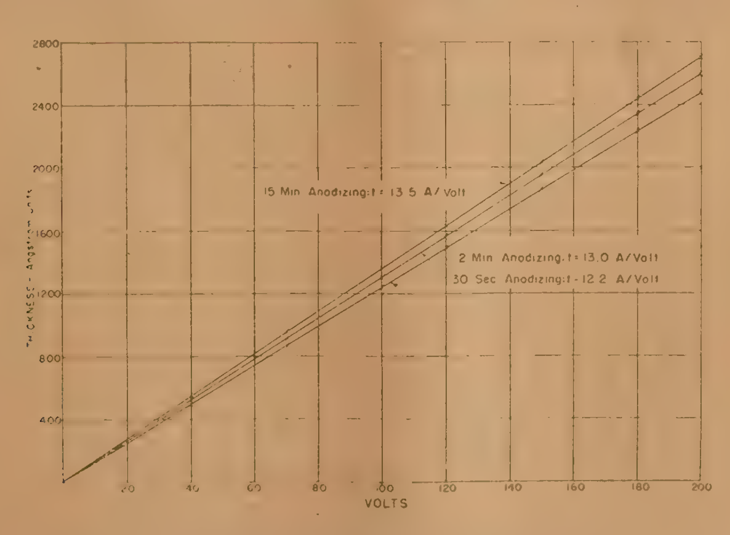


Fig. 6. — Thickness of anodic coating formed in 3 per 100 ammonium tartrate as function of voltage for 30 s., 2 and 15 mn anodizing time.

results are presented in figure 6. The thickness of the oxide layer formed in a given time on aluminum in 3 per 100 ammonium tartrate increases linearly with the applied voltage. Layers produced in 2 mn have a thickness of 13.0 A : V. The thickness increase in the next 15 mn is only 5 per 100. After about 4 mn the anodizing current reaches a very small fixed value resulting in a constant increase in thickness of only about 1 per 100 per hour. By measuring the thickness of films deposited on glass before and after complete oxidation in ammonium tartrate the thickness ratio was determined

$$\frac{t_{Al_2O_3}}{t_{Al}} = 1.38 \pm 0.03 ;$$

Since $t_{Al_2O_3}$ (in Å) = 12.2 V (for 30 s anodizing time);

$$t \text{ (in Å)} = 8.85 \times \text{volts.}$$

For complete anodic oxidation of an aluminum film that is just opaque to a bright tungsten filament, a 30 s. application of about 70 V is required. Its thickness is therefore about 620 Å.

Anodic coatings produced with various voltages (10 to 150 V) were released from their substrate by dissolving the aluminum in a solution of mercuric chloride and were examined by the electron diffraction method and with the electron microscope. It was found that these films are amorphous and free of pores. They are therefore suitable as temperature resistant support films for electron diffraction and electron microscope investigations [3]. When used for this purpose the films are made 100 to 200 Å thick.

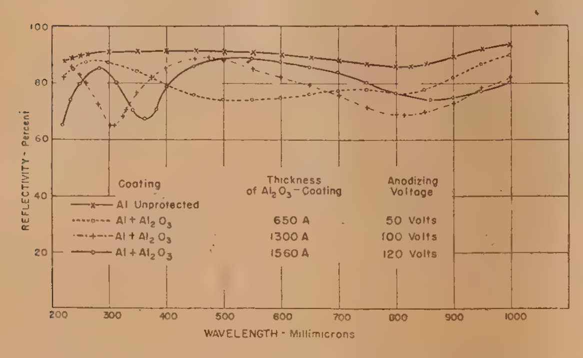


Fig. 7. — Reflectivity of evaporated Al- mirrors coated with anodic Al_2O_3-films of different thicknesses as function of wavelength from 220 to 1.000 mμ.

Figure 7 shows the reflectivity in the wavelength region from 0.22 to 10 μ of evaporated aluminum mirrors protected by anodic films of various thicknesses. The interference maxima and minima which shift with increasing thickness of the aluminum oxide coating to longer wavelength can be adjusted to a desired position by the applied anodizing voltage. To obtain highest reflectivity in th visible, the anodic oxidation must be performe with 120 V (2 mn). The oxide film formed wi this voltage is 1 560 Å thick and yields a first ord maximum at $\lambda = 550$ mμ. Front surface mirro for use in the ultraviolet and infrared can be adva tageously protected with an anodic coating becau the thin layer of aluminium oxide used for protectio does not show any appreciable absorption. Th infrared reflectivity from 2 to 10 μ is therefo practically the same as that of an unprotecte aluminum mirror, since the Al_2O_3-coating is to thin to produce any interference minimum in th region.

The abrasion resistance of evaporated aluminu mirrors protected with aluminum oxide is ve good. They cannot be damaged by strong rubbi with rough linen and are extremely resistant scratching with most metal points. They ar however, more sensitive to boiling water and sa spray than silicon monoxide protected aluminu mirrors.

The index of refraction of anodically form aluminum oxide films varies linearly from 1. at 600 mμ to 1.67 at 300 mμ.

If light is reflected at normal incidence from metal surface covered with a thin dielectric film the optical thickness $n_1 t$ the spectral position reflection minima and maxima can be calculated the following equation

$$2 n_1 t + \delta_1 - \delta_2 = m \frac{\lambda}{2},$$

where m is the interference order, δ_1 the absolu phase change at the boundary air-dielectric fil and δ_2 the absolute phase change at the bounda dielectric film-metal surface. While δ_1 has constant value of $\frac{\lambda}{2}$ or 180°, δ_2 depends upon t optical constants of the metal n, k and the refracti index n_1 of the dielectric and is defined by

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{2 n_1 n k}{n_1^2 - n^2 - (nk)^2},$$

δ_2 can be determined directly from equation where it is the only unknown quantity and c be calculated from equation (2) using the opti constants of aluminum, which were reported in recent paper [4]. Figure 8 shows the δ-values degrees and Å-unites (units of the wavelength) the system Al + Al_2O_3 as function of wavelen from 300 to 650 mμ. There is a good agreem between the calculated and directly determi δ-values. $(\delta_{air-Al_2O_3} - \delta_{Al_2O_3-Al})$ in Å-units is alm constant throughout the wavelength region stud and behaves like a constant increase in opti thickness of the Al_2O_3-film of 250 Å. Theref

equation (1) becomes simple for this special case

$$2(n_1 t + 250) = m\frac{\lambda}{2} \qquad (t \text{ and } \lambda \text{ in Å-units}).$$

A reflection type interference filter consists in its normal form of a highly reflecting opaque mirror coating on which is first applied a thin layer of dielectric material and then a very thin semi-transparent metal film. The spectral positions of minimum and maximum reflection and the shape

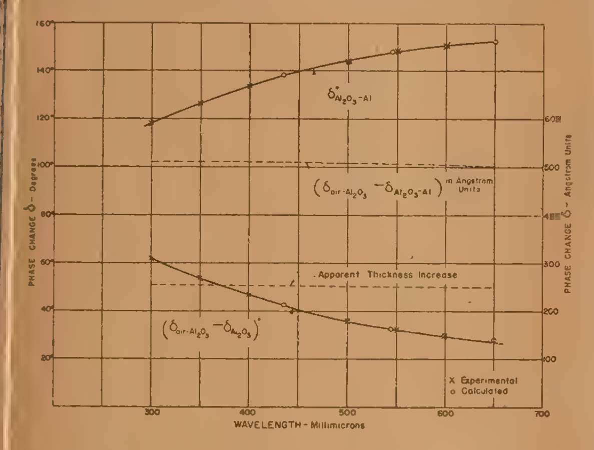


Fig. 8. — Phase changes occuring on refection at Al_2O_3 coated Al as function of wavelength from 300 to 650 mμ.

of the spectral reflectivity curve depend on the optical thickness of the dielectric layer and the thickness of the semitransparent metal film.

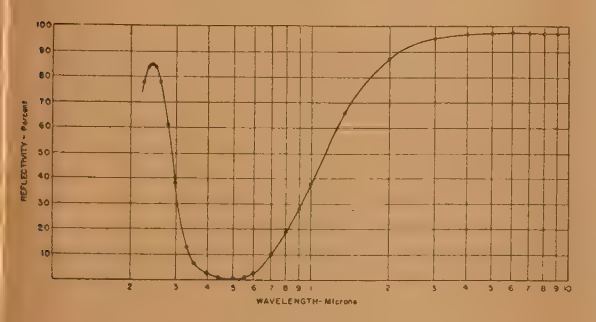


Fig. 9. — Reflectivity of reflection type interference filter as function of wavelength from 0,2 to 10 μ. Filter consists of Al (opaque) + Al_2O_3 (585 Å thick) + Al (transparent appr. 50 Å thick).

The anodizing process permits the production of uniform Al_2O_3-layers of desired thickness on opaque aluminum mirrors, thus providing a simple method for shifting the spectral positions of maximum and minimum reflectivity to desired wavelengths and to study the influence of the thickness of the transparent metal film on the reflection properties of reflection-type interference filters. Figure 9 shows the reflection properties of a very simple reflection filter.

It consists of an evaporated aluminum mirror which has been oxidized anodically with 45 V (585 Å Al_2O_3) and coated with aluminum about 50 Å thick. This type of reflection filter reduces the visible reflectivity to less than 2 per 100 but exhibits high reflectivity in the ultraviolet and infrared where it may have useful applications.

Silicon. — Silicon and germanium, since they lie on the border between metallic and non-metallic elements, are of particular interest. The high vacuum evaporation of silicon presents difficulties because at the high temperature which is necessary for evaporation, silicon reacts with the filaments or boats of tungsten, molyldenum, and tantalum to form brittle, low melting-point alloys and destroys the evaporation source which is usually very thin. Silicon was successfully evaporated from thick tungsten boats (thickness 0.5 to 0.8 mm) and with a heating current in the order of 400 to 800 A.

Silicon which was evaporated on substrates at temperatures less than 600° C show only three diffuse diffraction rings or halos. It forms very uniform amorphous films. When condensed at temperatures over 600° C, crystalline coatings are formed which show the well-known sharp silicon diffraction patterns. From them, the lattice constant of evaporated crystalline silicon is calculated to be 5.42 Å, which is in agreement with X-ray investigations made on solid silicon. The electron diffraction pattern of crystalline silicon shows a rather intensive 222 reflection which should not appear in a material crystallized in diamond structure. Amorphous silicon films, which have been condensed at temperatures below 600° C, also crystallize when heated in vacuum or air to about 700° C.

After heat treatment to about 700° C, the structure of the silicon film is completely changed. The film shows sharp, intensive, silicon diffraction rings and a very weak silicon dioxide pattern. The film is, therefore, only oxidized to a very slight degree by one hour heating in air to 700° C, although silicon dioxide could be formed on both sides of the unsupported silicon film. The oxide film formed on silicon under this condition must therefore be thinner than 100 Å. An unsupported silicon layer 350 Å thick must be exposed to air at 800° C for one hour to be completely oxidized to silicon dioxide.

Germanium. — Germanium, when condensed by high vacuum evaporation, behaves silimar to

the related silicon. It forms crystalline films only on heated bases [5].

Germanium, because of its much lower melting point, begins to form crystalline films at a temperature between 350 and 400° C, whereas silicon requires more than 600° C. Germanium films crystallize in diamond structure, and, like silicon films, show the forbidden 222 reflection.

Evaporated germanium films are characterized by high index of refraction (in the order of 4) and high infrared transmission.

Because of its excellent physical properties, the use of silicon dioxide was considered for protective films for front-surface mirrors. Silicon dioxide can be evaporated directly onto a reflector surface, but the evaporation is difficult and the resulting films have doubtful protective qualities because of loose structure and inadequate adhesion to the mirror material.

To obtain hard, adherent films of silicon dioxide, another method was investigated. Silicon was evaporated onto the aluminum surface and oxidized to silicon dioxide by anodizing in an ammonium tartrate bath prepared in the same manner as described above for oxidizing aluminum. This process produces hard, adherent amorphous silicon dioxide films with good mechanical and chemical properties. However, the evaporation of silicon is difficult and the anodizing process can only be carried out with aluminum as the mirror material.

A lower oxide of silicon, silicon monoxide, has been found to evaporate easily and to produce hard adherent protective films for front-surface mirrors [6]. Results of investigations made on this compound were first published in 1907 by Potter [7]. More recent investigations have been made by Biltz and Ehrlich [8], and Zintl [9]. The processes which produce silicon monoxide at relatively low temperatures are as follows :

(1) Heating SiO_2 in an atmosphere of hydrogen :

$$SiO_2 + H_2 \rightarrow SiO + H_2O.$$

(2) Heating the following in a vacuum of the order of 1×10^{-4} mm Hg :

(*a*) $$SiO_2 + Si \rightarrow 2SiO;$$

(*b*) SiO_2 in graphite crucible :

$$SiO_2 + C \rightarrow SiO + CO;$$

(*c*) Si in metal oxide crucible :

$$Si + MeO \rightarrow SiO + Me;$$

(*d*) Bonded silicates with Si :

$$Al_2O_3.2SiO_2 + 2Si \rightarrow Al_2O_3 + 4SiO.$$

For producing quantities of silicon monoxide in the laboratory, reaction (2*a*) is suitable. Quantities of very finely divided silicon and silicon dioxide are intimately mixed approximately in proportion to their molecular weights. This mixture is placed in the closed end of a silica combustion tube. The tube is then evacuated to about 1×10^{-4} mm Hg, and inserted horizontally in a muffle furnace. Beginning at approximately 1 100° C, silicon monoxide evolves from the heated mixture and condenses on the cooler parts of the tube surfaces. The fused silica tube can be used but once, for it recrystallize after being heated to 1 200° C.

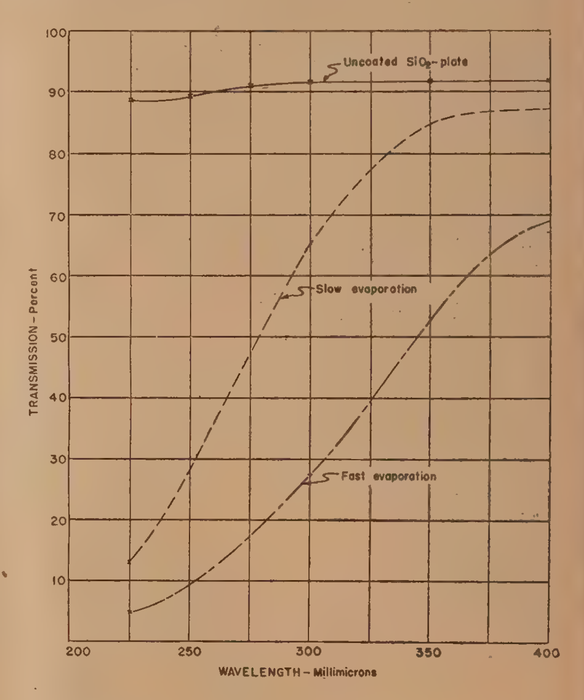


Fig. 10.— Ultraviolet transmission of fast and slow evaporated films of Si O.

This mixture of silicon dioxide and silicon can be used directly in the evaporation chamber, by heating in the evaporation boat, to produce protective films of silicon monoxide. However, more consistent results can be obtained by evaporation of silicon monoxide from the prepared compound.

The structure of thin evaporated films of silicon monoxide was studied by electron diffraction. The électron diffraction pattern of an evaporated silicon monoxide film of approximately 600 Å thickness, shows only one diffuse ring, with Bragg spacing approximately 3.65 Å, which lies between the first ring of silicon ($d = 3.15$ Å) and that of silicon dioxide (d approximately 4.15 Å). Therefore, this material, which has neither the structure of silicon dioxide

nor that of silicon, is a homogeneous amorphous material, the chemical formula of which is SiO. The relatively low temperature at which silicon monoxide can be evaporated, its amorphous structure, and the ability of thin films of the naterial to withstand temperatures up to 900° C make it especially suitable for producing replica and support films for electron microscopy.

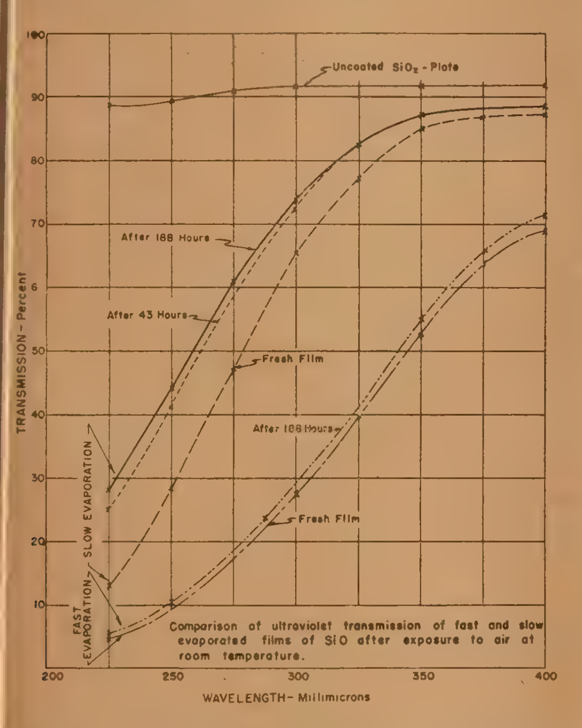


Fig. 11.— Ultraviolet transmission of fast and slow evaporated films of SiO before and after exposure to air at room temperature for 188 h.

Unlike silicon dioxide, silicon monoxide absorbs strongly in the ultraviolet. This absorption, which depends very much upon evaporation conditions, was studied by evaporating SiO on to polished plates of fused silica. Figure 10 shows ultraviolet transmission curves characteristic of fast and slow evaporated films of SiO. The absorption coefficient, α, as defined by $I = I_0 \times 10^{-\alpha t}$, is greater for the fast than for the slow evaporated film at each wavelength investigated. This is to be expected because fast evaporation yields denser (more compact) films than slow evaporation. However, the increase in density due to more rapid evaporation is not sufficient to account for the large difference in absorption coefficients. The abnormal increase in absorption coefficient with increased speed of evaporation can be explained by assuming that the films resulting from fast evaporation consist of SiO + Si while those resulting from slow evaporation, having a greater opportunity to become oxidized, consist of SiO + SiO_2. This assumption was verified by electron diffraction investigations.

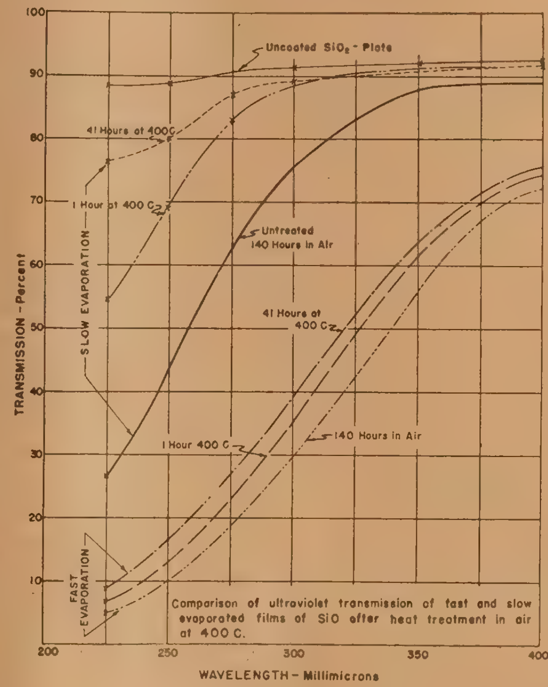


Fig. 12.— Ultraviolet transmission of fast and slow evaporated films of SiO before and after heat treatment in air at 400° C.

The increase in ultraviolet transmission with oxidation of silicon and silicon monoxide provides a convenient means for studying the oxidation of these materials. Figure 11 compares the ultraviolet transmission of slow and fast evaporated films before and after 188 h exposure to air at room temperature. Figure 12 compares the ultraviolet transmission of these films after exposure to air at 400° C for various times. It is to be noted that in both instances much stronger oxidation occurs in the slow than in the fast evaporated film. The much looser structure of the slow evaporated films allows higher oxidation rates.

The reflectivity in the wavelength region from 0.24 to 1.0 μ of aluminum mirrors, protected with a slowly and a rapidly evaporated silicon monoxide film of various thicknesses, is shown in figure 13. The visual reflectivity of aluminum mirrors protected with an optimum thickness (about 1 500 Å) of slowly evaporated SiO is about 89 per 100, or only

one percent lower than that of the unprotected aluminum surface. In the infrared from 2 to 10 μ these layers do not show any appreciable absorption.

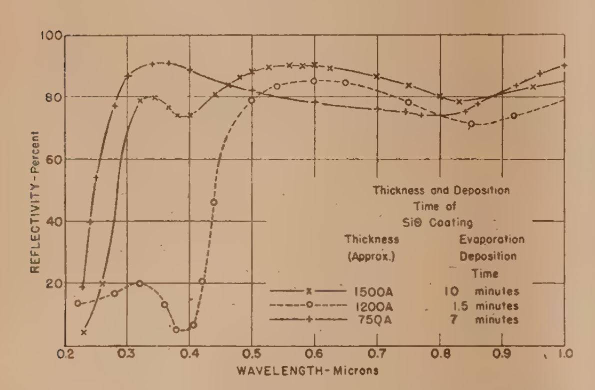


Fig. 13. — Reflectivity of SiO protected aluminium mirrors as a function of wavelength, and variation in reflectivity with film thickness and speed of evaporation.

SiO-protected aluminum mirrors on glass and metal bases are not adversely affected by prolonged heating in air at temperatures up to 400° C, whereas the reflectivity of unprotected aluminum mirrors is substantially reduced by the same treatment. Heating in air increases the reflectivity of the protected mirror in the ultraviolet. This results from oxidation of some of the SiO to SiO_2.

The reflectivity of SiO-protected mirrors on glass bases is not changed by boiling in a 5 per 100 salt solution for a period of 1 h. These mirrors are also highly resistant to sea water, sodium hydroxide, and hydrochloric acid solutions.

The abrasion resistance of evaporated aluminum mirrors protected with SiO is very good. They cannot be damaged by strong rubbing with rough linen and are extremely resistant to scratching with most metal points.

SiO is also useful for producing protected front-surface mirrors on metals and plastics as well as on glass bases. To coat metal a silicon monoxide film about 2 000 Å thick is evaporated onto the metal form, then aluminum, and, finally, the protective SiO film. The first SiO film improves adhesion of the films to the metal form, and prevents the metal of the mirror form from diffusing into the thin aluminum reflecting surface. Plastics are coated in a similar manner. As with metals, the first SiO film improves the adhesion of the films.

BIBLIOGRAPHY.

[1] Mott N. F. — *Trans. Faraday Soc.*, 1940, **36**, 472, and 1947, **43**, 429.
[2] Tolansky S. — *J. Sci. Instrum.*, 1945, **22**, 161.
[3] Hass G. and Kehler H. — *Kolloid, Zeits.*, 1941, **95**, 26 and 1941, **97**, 27.
[4] Hass G. — *Optik*, 1946, **1**, 2.
[5] König H. — *Reichsber f. Physik*, 1944, **1**, 4.
[6] Hass G. and Scott N. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 179.
[7] Potter H. N. — *Trans. Am. Electrochem. Soc.*, 1907, **12**, 191.
[8] Biltz W. and Ehrlich P. — *Naturwiss*, 1938, **26**, 188.
[9] Zintl E. — *Z. anorg. allgem. Chem.*, 1940 **245**, 1.

Intervention de M. Arnulf.

M. Scott indique, pour des miroirs d'aluminium protégés par une couche d'alumine, un facteur de réflexion de 95 pour 100 pour $\lambda = 10\ \mu$. Nous avons constaté avec M. A. Bayle qu'une installation spectrographique destinée à la mesure de l'absorption atmosphérique, comportant 12 réflexions sur miroirs aluminiés, avait présenté en 2 ans une baisse considérable de sensibilité pour $\lambda = 10\ \mu$, alors que cette sensibilité était restée invariable pour le visible et le proche infrarouge. Nous avons attribué ce fait à l'augmentation progressive de l'épaisseur de la couche d'alumine formée aux dépens de l'aluminium, et dont le résultat se traduisait par un facteur de réflexion individuel des miroirs de 0,75 pour $\lambda = 10\ \mu$ au lieu de 0,90 à 0,92 dans le visible.

IV. — APPLICATIONS.

LES APPLICATIONS DES COUCHES MINCES EN POLARIMÉTRIE

Par F. ABELÈS.

Summary. — A thin transparent film on glass is used in order to get reflecting or transmitting polarizers. The former case is the analogous of Brewster's reflection. One can get a very luminous and almost achromatic polarizer by using a high index film. In the later case, we use a device similar to the pile of plates. Two plates of glass covered with titanium dioxyde on both sides give a degree of polarization of 99,7 per 100.

On sait que le facteur de réflexion d'une substance transparente quelconque s'annule pour une incidence φ telle que $\operatorname{tg}\varphi = \frac{n_1}{n_0}$, n_1 et n_0 étant les indices de réfraction respectivement de la substance et du milieu qui l'entoure. Ceci a lieu uniquement pour l'onde 2, qui a, rappelons-le, le vecteur électrique dans le plan d'incidence et qu'on dit être polarisée normalement à ce plan. L'angle φ est appelé angle de Brewster. Une question qui se pose naturellement à l'esprit est la suivante : y a-t-il, dans le cas d'une substance transparente recouverte d'une couche mince, une incidence brewstérienne ? Dans le cas de l'incidence normale, nous avons vu que l'on ne pouvait annuler R_1 qu'en choisissant convenablement *à la fois* la substance dont la couche est faite et son épaisseur et qu'étant donné les valeurs de n_1 dont nous disposons il était pratiquement impossible d'avoir $R_1 = 0$ pour des verres légers. Dans le cas présent, nous verrons que la condition à imposer à n_1 est beaucoup plus souple et qu'on peut trouver pratiquement pour chaque verre une incidence brewstérienne (tout au moins pour l'onde 2).

Cherchons donc la condition pour que $R_1 = 0$. Pour cela, on se souviendra que le numérateur de R_1, qui doit s'annuler dans ce cas, est le carré du module de $r_1 e^{i\alpha_1} + r_2$. En utilisant la représentation géométrique des nombres complexes, on peut dire que c'est le carré de la longueur de la somme de deux vecteurs qui font entre eux un angle $\alpha_1 + m\pi$. Par conséquent, pour que R_1 s'annule il faut d'abord que $\alpha_1 + m\pi$ soit un angle de 180 ou 360°. Ceci nous fournit la condition qui fixe l'épaisseur de la couche. Elle doit être telle que l'on ait

$$d_1 = \frac{(2m+1)\lambda}{4 n_1 \cos\varphi_1} \qquad (m \text{ entier positif ou nul}). \qquad (1)$$

D'après un théorème général, si α_1 est un multiple entier de 2π, $R_1 = R_0$ et, par conséquent, on peut aussi avoir $R_1 = 0$, quel que soit n_1, pourvu que

$$d_1 = \frac{m\lambda}{2 n_1 \cos\varphi_1}, \qquad (2)$$

tout au moins pour l'onde 2. Mais ce cas n'est pas très intéressant pour la pratique, ainsi qu'on s'en rendra compte de ce qui suit.

Supposons donc l'épaisseur de la couche choisie de façon que la condition (1) soit vérifiée. Il nous reste à déterminer n_1 ou φ_0 pour qu'on ait $R_1 = 0$. Pour cela, il faut que $r_1 = r_2$. Envisageons d'abord l'onde 2 et cherchons à déterminer φ_0 en fonction de n_1, ce qui revient à chercher l'incidence brewstérienne pour une couche d'indice donné. On aboutit à l'équation suivante [1] :

$$a \sin^4\varphi_0 - b \sin^2\varphi_0 + c = 0, \qquad (3)$$

avec

$$a = n_0^2(n_1^8 - n_0^4 n_2^4),$$
$$b = n_1^2[n_1^6(n_0^2 + n_2^2) - 2 n_0^4 n_2^4],$$
$$c = n_1^4 n_2^2(n_1^4 - n_0^2 n_2^2).$$

On sait que, dans le cas de l'incidence normale, on doit avoir $n_1^2 = n_0 n_2$. Or, dans ce cas, on voit que $a = c = 0$ tandis que $b = n_0^4 n_2^4 (n_0 - n_2)^2 \neq 0$ et, par conséquent, on déduit de (3) que $\varphi_0 = 0$, ce qui constitue une vérification de cette équation dans un cas particulier.

Je n'entreprendrai pas ici la discussion détaillée de l'équation (3), qui est une équation bicarrée très simple. On trouve qu'il y a toujours des racines réelles pourvu que $n_1^2 > n_0 n_2$. D'autre part, il y a alors toujours une racine inférieure à l'unité, ce qui est nécessaire pour que l'angle existe. La figure 1

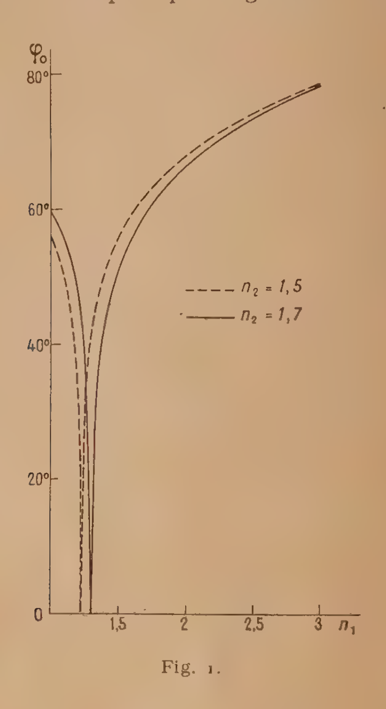


Fig. 1.

donne, pour deux valeurs différentes de l'indice du support ($n_2 = 1{,}5$ et $n_2 = 1{,}7$), les valeurs de φ_0 en fonction de n_1.

Il se pourrait que, pour des raisons d'ordre pratique, l'angle φ_0 soit imposé d'avance. On pourra choisir alors la substance de la couche d'après la relation

$$n_1^2 = \frac{n_0 n_2 \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{n_0}{n_2} \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2} \right]}{2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2}. \qquad (4)$$

Envisageons maintenant le cas de l'onde 1, qui est polarisée dans le plan d'incidence. La condition $r_{1\perp} = r_{2\perp}$ nous conduit ici à la condition

$$\sin^2 \varphi_0 = \frac{n_1^4 - n_0^2 n_2^2}{n_0^2 (2 n_1^2 - n_0^2 - n_2^2)}. \qquad (5)$$

On vérifie facilement que seules les valeurs $n_1^2 \leq n_0 n_2$ conduisent à des solutions, car sinon $\sin^2 \varphi_0 \leq 0$. Évidemment, pour $n_1^2 = n_0 n_2$, on retrouve $\varphi_0 = 0$. On peut résoudre (5) par rapport à n_1 et l'on trouve

$$n_1^2 = n_0 [n_0 \sin^2 \varphi_0 + n_2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2], \qquad (6)$$

mais ce cas n'est pas intéressant dans la pratique, étant donné les substances que l'on sait déposer en couches minces. Dans le cas d'un flint extra-dense $n_2 = 1{,}75$, en prenant une couche d'indice $n_1 = 1{,}30$ (ce qui, d'après les expériences que nous avons faites, correspond à la cryolite), on trouve d'après (5) un angle φ_0 d'environ 32°. Il n'y a donc que des cas très rares où l'on sait annuler le facteur de réflexion pour une radiation incidente polarisée dans le plan d'incidence.

On a utilisé jadis et l'on utilise encore parfois aujourd'hui [2] une lame de verre sous incidence brewstérienne pour polariser linéairement un faisceau de lumière incidente naturelle. On dispose ainsi d'un moyen simple et bon marché pour remplacer les nicols et qui a de plus l'avantage de permettre l'utilisation d'un grand champ. L'inconvénient de ce dispositif est sa faible luminosité. En effet, le facteur de réflexion pour l'onde 1 est, dans le cas de l'incidence brewstérienne, donné par la formule

$$R_{0B} = \left(\frac{n_0^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_2^2} \right)^2,$$

ce qui, avec les verres dont on dispose ($1{,}5 < n_2 < 1{,}75$) conduit à des valeurs de R_{0B} comprises entre 0,21 et 0,26 environ. Donc après réflexion sous cette incidence, on ne retrouve que 10,5 à 13 pour 100 de l'énergie incidente.

C'est dans le but d'augmenter la luminosité du dispositif qui vient d'être décrit que j'ai préconisé l'utilisation des verres recouverts d'une couche mince transparente. En effet, pour l'incidence φ_0 déterminée par (3), et que nous désignerons par $\bar{\varphi}_0$ le facteur de réflexion $\bar{R}_{1\perp}$ pour l'onde 1 est donné par

$$\bar{R}_{1\perp} = \left(\frac{n_1^2 \cos^2 \varphi_1 - n_0 n_2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2}{n_1^2 \cos^2 \varphi_1 + n_0 n_2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2} \right)^2,$$

si l'épaisseur de la couche satisfait à la relation (1). Il faudra choisir l'indice n_1 de la couche de façon à avoir $\bar{R}_{1\perp} > R_{0B}$. Or ceci a lieu dès que $n_1 > n_2$, c'est-à-dire dès qu'on utilise pour la couche une substance plus réfringente que le support. Ceci se démontre analytiquement, mais il est inutile d'allonger cet exposé pour en donner la démonstration, qui conduit à des calculs algébriques assez longs. D'autre part, $\bar{R}_{1\perp}$ est une fonction croissante de n_1 et de φ_0. On aura donc intérêt à utiliser des substances aussi réfringentes que possible pour augmenter la luminosité de notre dispositif. La figure 2 indique les variations de $\bar{R}_{1\perp}$ avec n_1. Si l'on se souvient que l'oxyde de titane en couche mince a un indice de réfraction de l'ordre de 2,5, on constatera que ceci correspond à $R_{1\perp} \neq 0{,}80$, ce qui veut dire qu'après réflexion on recueille 40 pour 100 de l'énergie incidente (le maximum utilisable en polarisant linéairement un faisceau de lumière naturelle serait de 50 pour 100).

Un inconvénient des couches minces est qu'elles

ont une réflexion sélective, c'est-à-dire que leur facteur est fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente. Ceci est d'ailleurs vrai aussi pour le verre nu, car on sait que les indices des verres sont des fonctions de λ. Mais, dans ce cas, étant donné la faible dispersion des verres, $R_{0\|}$ est pratiquement nul dans tout le spectre visible.

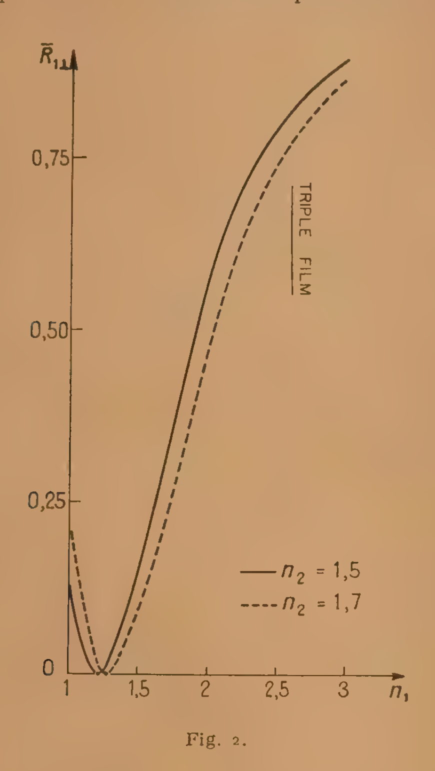


Fig. 2.

Il n'en est pas de même pour les verres recouverts d'une couche mince. Dans ce cas, en négligeant la dispersion des indices de réfraction, on aura une bonne idée des résultats à espérer en étudiant la variation de R_1 avec α_1. Nous n'étudierons pas ceci en détail, mais donnerons un exemple pour le cas d'une couche d'oxyde de titane déposée sur un verre d'indice $n_2 = 1{,}53$, et d'épaisseur $\alpha_1 = \pi$ pour $\lambda = 0{,}550\,\mu$ et une incidence $\varphi_0 = 74°25'30''$. $R_{1\|} = 0$ pour cette longueur d'onde, tandis qu'aux extrémités du spectre visible on a $R_{1\|} = 0{,}03$ pour $\lambda = 0{,}4\,\mu$ et $R_{1\|} = 0{,}02$ pour $\lambda = 0{,}8\,\mu$. En somme, la variation de $R_{1\|}$ entre les deux extrémités du spectre pourrait être rendue inférieure à 0,025. D'autre part, $R_{1\perp}$ qui est de 0,787 pour $\lambda = 0{,}550\,\mu$ sera de 0,73 pour $\lambda = 0{,}4\,\mu$ et de 0,75 pour $\lambda = 0{,}8\,\mu$. On voit que les polariseurs ainsi construits seront utilisables assez bien dans tout le spectre visible. Pour les mesures de grande précision, il sera préférable d'avoir plusieurs verres traités avec des couches d'épaisseurs différentes. Ceci ne présente pas de difficulté pratique, surtout que le prix de revient de telles lames est très bas.

Le procédé que nous venons de décrire pour polariser linéairement un faisceau de lumière naturelle présente un principal inconvénient : il dévie le faisceau incident. Le problème serait résolu si l'on pouvait utiliser une lame mince par transmission. Dans ce cas encore, il faut en somme améliorer une solution connue depuis longtemps : la pile de glaces. Cette solution est très médiocre, car un empilement de 12 lames donne un degré de polarisation d'à peine 96 pour 100. Nous avons vu qu'en traitant convenablement le support on peut avoir à la fois $R_{1\|} = 0$ et $R_{1\perp}$ assez élevé. Puisque $R_1 + T_1 = 1$, il s'ensuit que, dans ce cas, $T_{1\|} = 1$, tandis que $T_{1\perp}$ est petit. Le degré de polarisation pour la lumière transmise par une couche mince dans ces conditions sera

$$P = \frac{T_{1\|} - T_{1\perp}}{T_{1\|} + T_{1\perp}} = \frac{1 - T_{1\perp}}{1 + T_{1\perp}}$$

et il sera d'autant plus grand que $T_{1\perp}$ est plus petit. Or ceci correspond justement aux conditions optimum trouvées dans le cas des polariseurs par réflexion ($R_{1\perp}$ aussi grand que possible).

Dans le cas, que nous avons déjà examiné, d'une couche d'oxyde de titane ($n_1 = 2{,}5$) sur du verre ($n_2 = 1{,}51$), on a trouvé $R_{1\perp} = 0{,}8$ et, par conséquent,

$$P = \frac{1 - 0{,}2}{1 + 0{,}2} = \frac{0{,}8}{1{,}2} = 0{,}67.$$

Comme dans le cas des piles de glaces, P augmente très rapidement avec le nombre des surfaces traitées. Pour une lame de verre traitée sur les deux faces et assez épaisse pour qu'on puisse supposer qu'il n'y a pas d'interférences dans la lame, on a

$$P = \frac{1 - 0{,}04}{1 + 0{,}04} = \frac{0{,}96}{1{,}04} = 0{,}92,$$

et pour deux lames recouvertes d'oxyde de titane sur les deux faces et parallèles entre elles, $P = 99{,}7$ pour 100.

On a ainsi une solution bonne et peu coûteuse du problème qui consiste à polariser linéairement un faisceau de lumière incidente naturelle. Je n'insisterai pas sur les variations de P avec la longueur d'onde, dont la discussion est basée sur celle que nous avons donnée dans le cas de la réflexion. A titre d'exemple, indiquons que dans le cas de deux lames traitées sur les deux faces avec de l'oxyde de titane, P passe de 99,7 pour 100 au milieu du spectre visible, à 99,3 pour 100 aux extrémités du même spectre. D'une façon générale, on peut remarquer que si la solution par réflexion est meilleure (parfaite) lorsqu'on travaille en lumière monochromatique, celle par transmission sera meilleure lorsqu'on utilise une certaine étendue spectrale. Ce raison-

nement ne tient pas compte de la sensibilité spectrale du récepteur qui est utilisé avec notre dispositif. Elle intervient d'une façon bien connue chaque fois qu'on utilise un rayonnement non monochromatique. En choisissant convenablement la longueur d'onde pour laquelle on calcule le polariseur, c'est-à-dire en tenant compte de la sensibilité spectrale du récepteur qui lui est associé, on diminuera sensiblement son effet achromatique.

Dans le cas général, une couche mince transparente sur support transparent modifie l'état de polarisation de l'onde incidente, si celle-ci n'est pas polarisée dans l'un des deux plans de symétrie (plan d'incidence et plan normal à celui-ci). Si la couche mince transmet des ondes évanescentes, on peut trouver assez facilement des combinaisons introduisant une différence de phase de 90° entre les composantes de la vibration incidente situées dans le plan d'incidence et normalement à celui-ci. J'ai précisé ceci dans ma thèse. Je rappellerai que les deux vibrations principales ont des amplitudes modifiées dans des rapports différents.

Il est probable que les utilisations des couches minces en polarimétrie seront de plus en plus nombreuses. Il faudra pour cela réaliser des dépôts aussi peu diffusants que possible.

Note ajoutée à la correction des épreuves. — J'ai pris connaissance d'un article de H. Schröder sur le même sujet et aboutissant aux mêmes conclusions pratiques (*Optik*, 1948, **3**).

BIBLIOGRAPHIE.

[1] ABELÈS F. — *J. Physique et Radium*, 1949, **10**, 285.
[2] COTTON A. et MANIGAULT P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 648.

LES COUCHES MINCES DANS L'INFRAROUGE

Par Bruce H. BILLINGS,
Director of Research, Baird Associates, Cambridge, Massachusetts.

Summary. — Thin films have found use in infrared light as optical filters, as bolometers and for reducing the amount of reflected light. A thin metal film can also be designed so as to wholly absorb a given wave length in the infrared band.

Two types of filters are described. One is Dr Turner's frustrated reflection filter, which transmits a narrow band in the visible spectrum. The present author has extended its use to infrared and to ultra-short waves of 1 cm wavelength. A sample is demonstrated, transmitting a band 0,1 μ wide in the neighbourhood of 5 μ.

The second type is the Dennison-Hadley reflecting filter, which reflects a set of infrared bands; several such filters are shown. The principle of the Dennison Hadley filter is the following : a thin metal film of 377 Ω : □ resistance absorbs all the energy in a given wavelength, when placed a quarter wavelength in front of a perfectly reflecting mirror.

Such a thin film can constitute a bolometer, thus obviating the difficulty of having a satisfactory black body (all metallic black are grey in for infrared light) : Such a black is no longer needed when the thin film is of appropriate resistance.

J'espère que vous me pardonnerez si j'essaie de parler français et j'espère que mon accent effroyable ne va pas vous distraire du sujet de mon discours. D'abord je veux vous dire comme je suis content de me trouver ici à Marseille. Premièrement parce que j'ai désiré longtemps vous rencontrer tous : physiciens et opticiens de qui j'ai lu tant d'articles et qui m'ont inspiré. Enfin parce que je n'ai jamais vu ce beau pays de France.

Alors, je vous ferai maintenant un discours court au sujet des couches minces dans l'infrarouge et dans l'infrarouge lointain. Quand un physicien qui a fait des recherches sur des couches minces avec des longueurs d'onde visible se trouve dans l'infrarouge il pense d'abord qu'il se trouve au paradis. Toutes les tolérances deviennent énormes. Par exemple, si l'on fait par évaporation dans le vide un filtre dont les couches doivent avoir la même épaisseur avec une tolérance de 1 pour 100 à 5 000 Å cette tolérance est seulement de 50 Å. Ceci est très difficile, mais à 5 μ la même tolérance devient 500 Å ce que l'on peut observer avec les couleurs d'interférence. On peut faire ainsi des expériences exactes pour déterminer le comportement des filtres des couches minces diélectriques. Dans l'infrarouge il est aussi très simple de calculer le comportement optique des couches minces multiples avec des couches métalliques parce que les constantes des métaux sont en général les mêmes pour l'infrarouge que pour les courants électriques continus ou pour les courants de fréquence égale à 50 p : s.

Les filtres Dennison-Hadley. — Nous considérons d'abord les filtres Dennison-Hadley. Il est difficile de trouver l'inventeur de ces filtres. Je crois

THE DENNISON-HADLEY FILTER
J.O.S.A. 37, 451 [1947]; 38, 483 [1948]

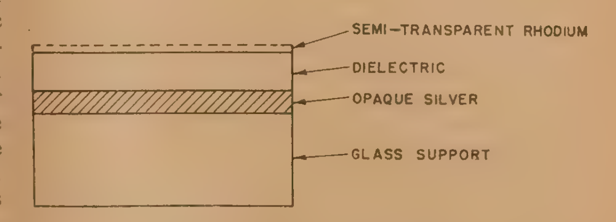


Fig. 1. — Le filtre Dennison-Hadley.

que c'est M. Salisbury qui cherchait une méthode pour rendre invisibles les sous-marins à des longueurs d'onde ultra-courtes de radar. Cependant ce sont les Docteurs Dennison et Hadley qui ont fabriqué les filtres pour l'infrarouge.

Fig. 2. — Réflexion mesurée d'un filtre Dennison-Hadley avec son deuxième ordre à 8 μ. La mesure était faite avec l'appareil enregistreur Baird Associates « Double Beam » spectrophotomètre infrarouge.

Le filtre Dennison-Hadley se compose de trois matériaux. Au fond se trouve un miroir d'argent, puis une couche diélectrique, enfin, une lame métallique d'une résistance de 377 $\Omega : \square$. On voit la construction dans la figure 1. Aux longueurs d'onde pour lesquelles la couche diélectrique a une épaisseur égale à un numéro impair de quartz de longueurs d'onde la réflexion du filtre devient nulle. Quand l'épaisseur est un nombre pair de quarts de longueurs d'onde la réflexion devient la même que celle du miroir. La figure 2 présente une courbe donnant la réflexion d'un tel filtre. La réflexion est donnée de 2 à 16 μ. La courbe est tracée avec l'appareil enregistreur Baird « Double Beam » spectrophotomètre infrarouge.

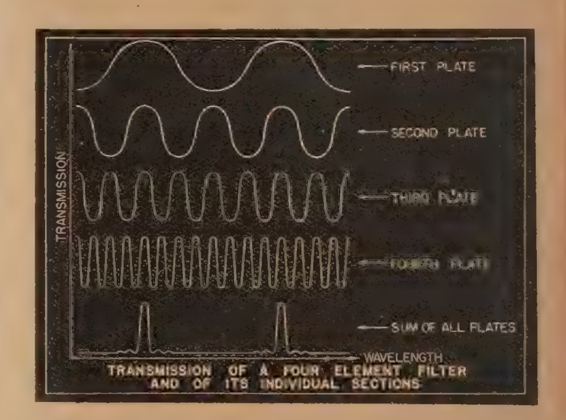


Fig. 3. — La méthode par laquelle on peut faire une combinaison de filtres Dennison-Hadley pour isoler une bande étroite de longueurs d'onde dans l'infrarouge.

On rencontre quelques petites difficultés dans la fabrication de ces filtres. Les couches minces sont beaucoup plus épaisses que celles qu'on utilise dans la lumière visible. Souvent elles sont 100 fois plus épaisses. Il n'y a pas beaucoup de matériaux avec lesquels on peut obtenir cette épaisseur par évaporation dans le vide. La surface de la couche se couvre de petites fissures et devient opaque. Il faut aussi que la lame métallique ait une résistance de 377 $\Omega: \square$. S'il y a des fissures cela devient difficile à obtenir. De plus il faut que les matériaux soient transparents dans l'infrarouge. Il existe par hasard deux matériaux qui sont très transparents dans l'infrarouge et avec lesquels on peut faire des couches de grandes épaisseurs. Ce sont Sb_2S_3 et AgCl. Bien qu'on puisse faire des couches diélectriques qui n'ont pas de fissures, la résistance d'une couche métallique qui est évaporée sur une telle couche n'est pas la même qu'une lame métallique évaporée sur verre. Pour fabriquer un filtre avec une réflexion nulle on mesure la réflexion périodiquement pendant l'évaporation de la lame métallique et en même temps on mesure

Fig. 4. — Le résultat d'une combinaison de trois filtres Dennison-Hadley avec la transmission à travers CaF_2 et Ag_2S.

la résistance d'une lame sur un verre témoin. Ainsi on peut faire un étalonnage et pour les autres filtres on peut mesurer la résistance sur le verre témoin seulement.

On peut calculer l'effet de plusieurs couches métalliques et diélectriques et l'on trouve que les bandes de grandes réflectivités deviennent plus étroites.

Avec ces filtres il est possible d'isoler une bande étroite de longueurs d'ondes infrarouges. Exactement comme dans le filtre de Lyot on peut faire des combinaisons qui éliminent tous les pics de grandes réflectivités, sauf celui que l'on désire.

Le premier filtre a des pics à ν_0, $2\nu_0$, $3\nu_0$; le deuxième à ν_0, $\frac{3}{2}\nu_0$, $2\nu_0$; le troisième à ν_0, $\frac{5}{4}\nu_0$, $\frac{3}{2}\nu_0$ et leurs sommes donnent des bandes seulement à ν_0, $2\nu_0$, $3\nu_0$, mais très étroites. Les ondes qu'on ne désire pas peuvent être éliminées avec des filtres d'autres types. Dans la figure 3 sont données les réflexions théoriques de quatre filtres et leurs sommes.

La figure 4 montre une combinaison de trois filtres en série avec la transmission à travers CaF_2 et Ag_2S.

Calcul des filtres par analogie avec l'impédance. — Je veux discuter ici un traitement mathématique qui rend le fonctionnement de ce filtre

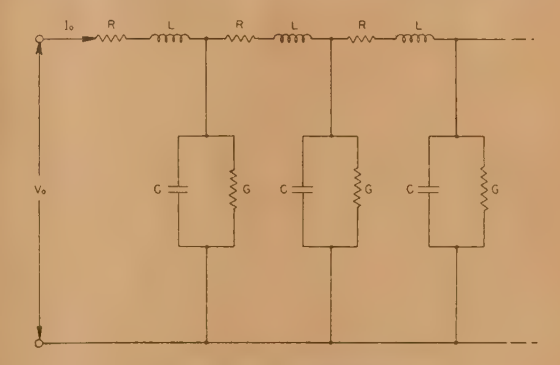


Fig. 5. — Ligne infinie électrique.

très simple à comprendre. Nous utilisons l'idée d'impédance. Cette idée est décrite par Schelkunoff [1] et par plusieurs autres physiciens [2]. C'est une méthode qui est bonne pour le physicien paresseux parce que quand on procède par analogie on trouve qu'il y a beaucoup de calculs qui ont été déjà faits par les électriciens et les mêmes formules s'appliquent aux couches minces. Considérons la ligne infinie électrique de la figure 5. Dans cette ligne R et L sont la résistance et la self-induction par unité de longueur, G et C sont la conductance et la capacité à travers

la ligne par unité de longueur. Les équations qui décrivent cette ligne sont

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -ZI, \qquad \frac{\partial I}{\partial x} = -YV;$$

où V est la différence de potentiel, I le courant, x la distance.

$$Z = R - i\omega L, \qquad Y = G - i\omega C.$$

Si $V = V_0 e^{-i\omega t}$ la solution de ces équations est

$$I = A_1 e^{i\gamma x - i\omega t}, \qquad V_0 = Z_0 I_0;$$

où

$$\gamma = i\sqrt{YZ} \qquad \text{et} \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{Y}{Z}}.$$

Il est évident que nous pouvons écrire les équations de Maxwell sous la même forme

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = i\omega\mu(\vec{H} \times \hat{n}), \qquad \frac{\partial}{\partial x}(\vec{H} \times \hat{n}) = i(\omega\varepsilon + i\sigma)\vec{E},$$

dans l'espace nous avons par analogie avec les équations de la ligne

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 377\ \Omega : \square.$$

Ceci est l'impédance d'une ligne infinie. Les couches minces sont analogues à des lignes terminées. L'expression pour une telle ligne n'est pas difficile, c'est

$$Z = Z_{02} \frac{Z_{02} \sinh \gamma d + Z_B \cosh \gamma d}{Z_{02} \cosh \gamma d + Z_B \sinh \gamma d},$$

où Z_{02} est l'impédance d'une ligne infinie, Z_B est l'impédance avec laquelle la ligne est terminée.

La réflexion à la limite d'une ligne terminée est donnée par l'équation

$$R = \left(\frac{Z_0 - Z}{Z_0 + Z}\right)\left(\frac{Z_0 - Z}{Z_0 + Z}\right)^*,$$

où l'astérisque représente le conjugué complexe. Nous pouvons maintenant calculer la réflexion d'une combinaison de couches minces. Dans l'infrarouge nous pouvons calculer très simplement le comportement d'une couche métallique ou d'une série de couches métalliques et diélectriques, parce que l'impédance de la couche métallique est simplement sa résistance en ohms par carré.

Considérez le filtre Dennison-Hadley. A certaines longueur d'ondes ce filtre a une réflectivité nulle. Nous voyons dans la formule (7) que l'impédance Z du filtre pour ces longueurs d'ondes doit être $377\ \Omega : \square$. Il est évident qu'une seule couche ne peut pas donner une telle résistance. L'impédance qu'une onde voit est la résistance de la couche en parallèle avec l'impédance de l'espace. Dans le filtre Dennison-Hadley l'impédance en parallèle avec la couche métallique est infinie. On achève cela avec un miroir parfait couvert d'une couche diélectrique d'un quart d'onde. La formule pour la ligne ainsi terminée devient

$$Z = Z_{02} \operatorname{tgh} \gamma d = i Z_{02} \operatorname{tg} \frac{2\pi n d}{\lambda}.$$

Quand d devient égal à $\frac{1}{4}\lambda$, Z devient infini. L'impédance de la couche métallique en parallèle avec cette impédance infinie sera seulement la résistance de la couche.

Filtre frustré pour l'infrarouge. — M. Turner a décrit son filtre frustré qu'il a fabriqué pour la lumière visible. Ce filtre est remarquable non

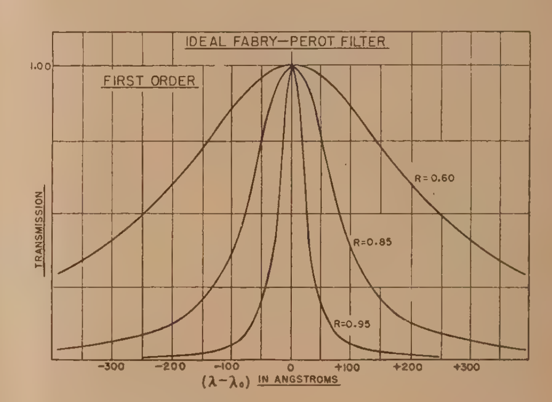


Fig. 6. — La transmission d'un filtre idéal de Fabry-Perot. Il n'y a pas d'absorption dans les couches métalliques.

seulement parce que la transmission ne change pas avec la largeur de la bande passante, mais aussi parce qu'on peut faire un tel filtre pour toutes les longueurs d'onde pour lesquelles il existe des matériaux transparents. Comme on l'a dit souvent à ce Congrès, la transmission du filtre solide de Fabry et Perot est limitée par l'absorption dans la couche métallique. A l'école on étudie les interféromètres sans cette absorption et l'on apprend que la transmission est indépendante de la largeur de la bande et que la largeur de la bande change seulement avec l'ordre et la réflectivité de la couche métallique. Dans la figure 6 on voit comment la transmission de ce filtre idéal change avec la réflection de la couche métallique.

Dans la figure 7 on voit la situation actuelle. Le filtre de M. Turner a échappé à cette difficulté. La réflexion qui a lieu dans un prisme pour les angles plus grands que l'angle limite est totale. Il n'y a pas d'absorption. Si l'on place un autre prisme près du premier, la lumière est seulement partiellement

réfléchie. Le pourcentage transmis dépend de l'épaisseur de la séparation. On peut le faire aussi petit que l'on désire. Le filtre de M. Turner est

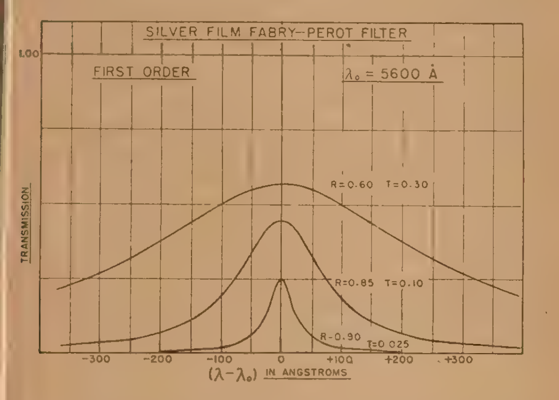


Fig. 7. — La transmission d'un filtre actuel de Fabry-Perot. Il y a de l'absorption dans les couches métalliques.

fabriqué de deux telles réflexions frustrées. Puisqu'il y a une différence de phase entre les deux états de polarisation à une réflexion totale, on a deux bandes de transmission et la transmission de chacune n'est que 50 pour 100 parce qu'elles sont polarisées.

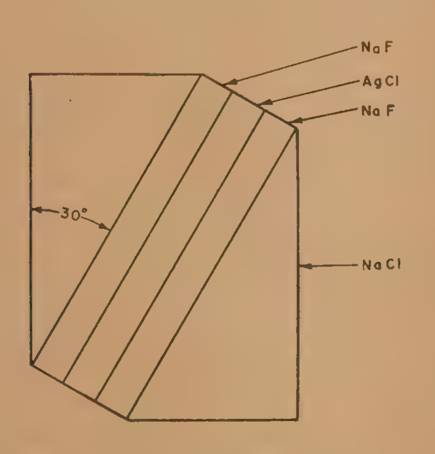


Fig. 8. — Filtre frustré pour l'infrarouge.

Dans la figure 8 on voit la construction d'un tel filtre que nous avons fabriqué pour l'infrarouge. Nous avons employé le sel gemme pour les prismes. En effet le prisme dans ce filtre est fabriqué avec un cristal naturel de sel gemme qui a été taillé en prisme pour un spectrographe et avec lequel M. Kemble à Harvard a fait ses mesures de HCl. Pour les couches minces nous avons utilisé le NaF et le AgCl. Dans la figure 9 on voit la transmission de ce filtre. Cette mesure a été faite par M. Pittman avec un spectromètre Perkin Elmer à M. I. T. Le maximum de la transmission était à 4,5 et 4,9 μ. La largeur de la bande était de 0,1 μ.

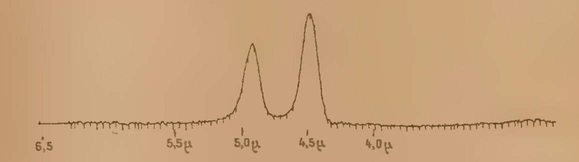


Fig. 9. — Transmission du filtre frustré de la figure 8. Le filtre était mesuré avec le spectromètre infrarouge de Perkin-Elmer.

Une grande difficulté avec ces filtres est que les bandes sont si étroites que le champ angulaire devient aussi très étroit. La longueur d'onde du maximum de la transmission change en première approximation avec $\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}$, où θ est l'angle d'incidence. Si l'on présente au filtre la lumière sous des angles tels que le maximum de la transmission pour une direction se trouve à une longueur d'onde éloignée du maximum par une distance plus longue que la largeur de la bande de transmission, la transmission totale tombe. Aussi, il faut que l'épaisseur de la couche centrale ne change pas plus que $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ où $\Delta\lambda$ est la largeur de bande.

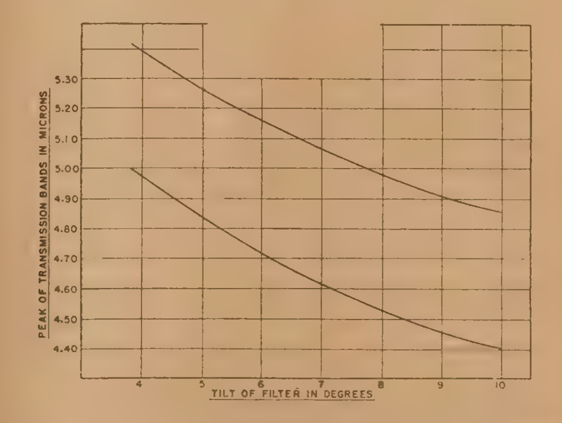


Fig. 10. — Variation de la position des bandes du filtre frustré avec l'angle d'incidence.

On montre dans la figure 10 la variation de la position des bandes, avec l'angle d'incidence. Pour démontrer que les deux bandes sont polarisées on a utilisé un polariseur de AgCl. Ce polariseur était fait de deux plaques qui étaient inclinées à un angle de 63° sur la lumière incidente. De tels polariseurs

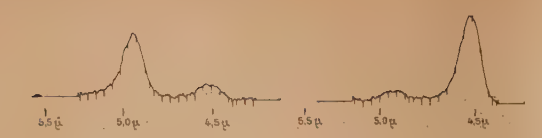


Fig. 11. — Transmission du filtre frustré en série avec un polariseur de deux plaques de AgCl.

sont décrits par Halford et Wright. Le spectre du filtre avec ce polariseur est montré dans la figure 11.

On peut faire avec ces filtres beaucoup de choses dans l'infrarouge. On peut utiliser les filtres dans les appareils pour l'analyse des gaz, pour l'étalonnage des spectromètres infrarouges, et pour la mesure des températures. Il y a aussi beaucoup d'autres choses qu'on peut faire dans l'infrarouge avec les couches minces mais peut-être si je ne parle pas en ce moment de ces choses j'aurai quelque chose pour un autre discours une autre année.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Schelkonoff. — *Bell Dept. of Tech. J.*, 1938, **17**,
[2] Stratton. — Electromagnetic theory, New-York, 1941, Mason, Electromechanical transducers and wave filters, New-York, 1942.

ÉTUDE THÉORIQUE DE COUCHES QUINTUPLES DU TYPE Ag—F_2Mg—Ag—F_2Mg—Ag

Par Ch. DUFOUR,
Ingénieur à la Compagnie des Compteurs (¹).

Summary. — The theory of the interferometric combination formed by the coupling of two Fabry-Perot etalons (with two films fused into one) can be applied to five-fold thin films of the type : metal, non-absorbing film, metal, non-absorbing film, metal.

Such complex films can form monochromatic interference filters if certain conditions are fulfilled.

Filters of maximum transparence and resolution are obtained if the two outer metal films together are identical with the one metal film in the middle which is much more dense. If the three semitransparent metal films are identical, a dichroitic filter is obtained.

The principal interest of this combination of thin films consists in the achievement of great optical density far from the transmission band.

Introduction. — Les filtres interférentiels usuels du type Ag-fluorure-Ag possèdent, loin de la bande de transmission, une transparence de l'ordre de 1/200 à 1/500e. Cette transmission est trop élevée pour certaines études et pour améliorer le rapport $\frac{\text{transmission maximum}}{\text{transmission minimum}}$ plusieurs solutions peuvent être retenues :

a. Filtres interférentiels du type classique dans lesquels chaque couche d'argent semi-transparente est remplacée par une couche triple Ag-F_2Mg-SZn (métal, bas-indice, haut-indice : MBH) ou quintuple Ag-F_2 Mg-SZn-F_2Mg-SZn (MBHBH). Ces couches complexes de substitution ont un facteur de réflexion plus élevé que la couche d'argent seule et le contraste est par suite amélioré en même temps que la finesse de la bande passante est augmentée [1, 2].

b. Filtres interférentiels usuels en série.

c. Filtres interférentiels en série rapprochés jusqu'à confusion des deux couches métalliques semi-transparentes en regard. C'est à ce type de filtre (Ag-F_2Mg-Ag-F_2Mg-Ag ou MBMBM) que se rapportent les considérations théoriques que nous allons développer [3, 4].

Filtre idéal à couches semi-transparentes non absorbantes (*fig.* 1 *a* et 1 *b*). — Si nous supposons les trois miroirs semi-transparents sans épaisseur $M_1M_2M_3$ de facteurs de réflexions $R_1 = r_1^2$, $R_2 = r_2^2$, $R_3 = r_3^2$ sans absorption, nous aurons pour les transmissions

$$T_1 = t_1^2 = 1 - r_1^2, \quad T_2 = t_2^2 = 1 - r_2^2, \quad T_3 = t_3^2 = 1 - r_3^2.$$

Nous considérerons uniquement le système dans

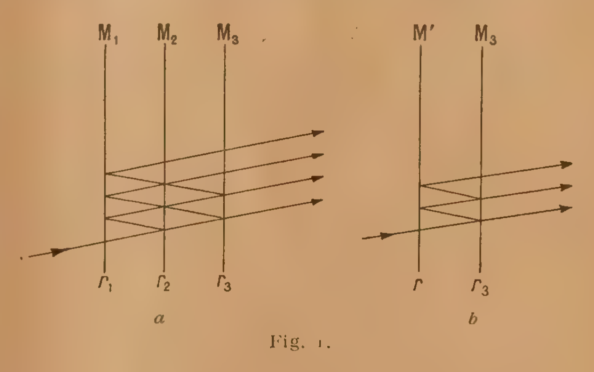


Fig. 1.

lequel les épaisseurs optiques des deux filtres sont identiques.

a. Condition de luminosité maximum. — Puisqu'il n'y a pas d'absorption, nous pouvons écrire que la transmission et le facteur de réflexion de l'ensemble des couches sont complémentaires : $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$. Pour connaître de façon simple la relation entre R_1, R_2 et R_3 qui donne une transparence unité pour le sommet de la bande passante du filtre, nous allons écrire $\mathcal{R} = 0$. Pour cela, nous remplaçons le filtre M_1M_2 par un miroir unique M′ qui possède

(¹) Ce travail a été effectué en majeure partie au laboratoire de M. P. Jacquinot à Bellevue en 1946-1948.

les mêmes propriétés. Pour le sommet de la bande de transmission du filtre

$$\sqrt{R'} = r' = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1 r_2}.$$

Le filtre fictif $M'M_3$ qui a les mêmes propriétés que le filtre $M_1M_2M_3$ a un facteur de réflexion nul pour $r' = r_3$, condition de transmission maximum de l'étalon interférentiel classique. Ceci nous permet d'écrire

$$r' = r_3 = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1 r_2}$$

ou sous une forme plus symétrique :

$$r_1 r_2 r_3 = r_1 - r_2 - r_3.$$

Nous voyons que le facteur de réflexion du miroir médian devra être le plus élevé puisque

$$r_2 = \frac{r_1 + r_3}{1 + r_2 r_3}.$$

b. Condition de contraste maximum. — De simples considérations de symétrie nous montrent que pour un miroir M_2 donné, le contraste sera maximum pour $r_1 = r_3$. r_2 est alors lié à $r_1 = r_3$ par la relation simple

$$r_2 = \frac{2 r_1}{1 + r_1^2}.$$

Le tableau suivant donne quelques correspondances numériques

$r_1 = r_3$.	R_1.	r_2.	R_2.	Contraste $\mathcal{C}$.
0,7	0,49	0,939	0,88	250
0,8	0,64	0,975	0,95	1600
0,9	0,81	0,995	0,99	–

Nous avons calculé l'expression du contraste en fonction de r_1 et r_2 dans le cas où les conditions de contraste et luminosité maximum sont remplies :

$$\mathcal{C} = \left(\frac{1 + r_1 r_2}{1 - r_1 r_2}\right)^2 \left(\frac{1 + r_1^2}{1 - r_1^2}\right)^2 \left(\frac{1 + r_1 \dfrac{r_1 + r_2}{1 + r_1 r_2}}{1 - r_1^2}\right)^2.$$

Comme l'expression numérique de la dernière parenthèse est toujours voisine de 1, nous pourrons écrire

$$\mathcal{C} = \text{contraste filtre simple } M_1M_2 \times \text{contraste filtre simple } M_1M_1.$$

Le contraste obtenu à l'aide de la couche quintuple $M_1M_2M_3$ correspond approximativement à celui qui serait obtenu à l'aide de deux filtres usuels en série (sans réflexions parasites entre eux) dont les couches semi-transparentes auraient pour facteur de réflexion $\sqrt{R_1 R_2}$ pour l'un et R_1 pour l'autre.

c. Forme de la courbe de transmission. — Pour calculer analytiquement la forme de la courbe de transmission du filtre idéal à couches semi-transparentes sans absorption, nous calculerons d'abord le facteur de réflexion et de transmission du filtre M_1M_2 supposé seul.

Si nous appelons φ le déphasage entre deux rayons émergents successifs, la théorie classique de l'étalon interférentiel nous permet d'écrire pour l'amplitude des rayons transmis par ce premier filtre :

$$t' = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 e^{j\varphi}},$$

et pour les rayons réfléchis :

$$r' = \frac{r_2 e^{j\varphi} - r_1}{1 - r_1 r_2 e^{j\varphi}}.$$

Il suffit d'appliquer à nouveau ces relations au filtre $M'M_3$ pour avoir les facteurs de transmission ou de réflexion de l'ensemble $M_1M_2M_3$ en fonction de φ (rappelons que l'épaisseur de M_2M_3 est égale à celle de M_1M_2).

On trouve finalement pour la partie réelle de la transparence (²)

$$\mathcal{T} = \frac{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)}{1 + 4 r_1^2 r_2^2 + r_1^4 - 2 r_1^2 (4 \cos\varphi - \cos 2\varphi)},$$

avec $r_2 = \dfrac{2 r_1}{1 + r_1^2}$ pour le filtre de transparence et contraste maximum ($\mathcal{T}_{max} = 1$).

Sans effectuer la réduction complète de l'expression de $\mathcal{T}$ en fonction de r_1, on voit que le coefficient de $\cos 2\varphi$ est quatre fois plus faible que celui de $\cos\varphi$. Par suite, la dérivée du dénominateur :

$$4 \sin\varphi + 2 \sin 2\varphi = 4 \sin\varphi (1 + \cos\varphi)$$

ne s'annule que pour

$$\varphi = 0 \quad \text{et} \quad \varphi = \pi.$$

La fonction $\mathcal{T}(\varphi)$, c'est-à-dire $\mathcal{T}(\lambda)$ si nous supposons r_1 et r_2 constants dans le domaine de longueur d'onde considéré, ne possède donc *aucun maximum secondaire* et conserve l'allure habituelle des courbes de transmission des filtres interférentiels usuels.

Il est évident que ce résultat n'est plus atteint si le miroir M_2 possède un facteur de réflexion inférieur à la valeur $R_2 = \left(\dfrac{2 r_1}{1 + r_1^2}\right)^2$. Il se produit alors un dédoublement de la bande de transmission comme le montre l'étude analytique plus complète. A la limite, pour $R_2 = 0$, nous retrouvons la courbe de transmission du filtre d'épaisseur double M_1M_3. Nous reviendrons sur ces résultats lors de l'étude des filtres réels à couches semi-transparentes absorbantes.

Filtres réels à couches semi-transparentes absorbantes. — A. Remarquons tout d'abord que

(²) Les méthodes plus générales de F. Abelès permettent aussi d'établir rapidement cette expression [5].

l'absorption des couches extrêmes M_1 et M_3 ne perturbe pas la forme de la courbe de transmission. La valeur absolue de $\mathcal{T}$ pour chaque longueur d'onde est simplement affaiblie. Nous pourrons donc nous borner à considérer le rôle de l'absorption de la couche médiane M_2. Malgré cela, le calcul complet pour des couches quintuples du type : métal, bas indice, métal, bas indice, métal (MBMBM) s'avère extrêmement complexe. Nous allons élaborer une théorie simplifiée en tenant compte :

a. des résultats acquis dans la première partie pour des couches sans absorption;

b. des approximations permises lors du calcul de la réflexion sur un filtre usuel MBM

La théorie du filtre à couches non absorbantes développée dans la première partie nous montre en effet que, si nous désirons une bonne transparence, un bon contraste et une seule bande de transmission, la couche centrale M_2 devra posséder un facteur de réflexion très élevé, par exemple $R_2 = 0{,}95$, lorsque $R_1 = 0{,}64$. Bien que la relation $r_2 = \frac{2r_1}{1 - r_1^2}$ ne soit plus valable rigoureusement dans le cas des couches absorbantes, nous pouvons conserver les ordres de grandeur indiqués par cette relation pour un filtre réel à couches d'argent par exemple. Les constructions graphiques indiquées dans le précédent exposé nous permettront de calculer les propriétés du miroir fictif M′ qui a les mêmes propriétés optiques que le filtre réel M_1M_2 : argent-F_2Mg-argent.

Par exemple, nous avons effectué le calcul de M′ pour

$$R_1 = 0{,}725, \qquad R_2 = 0{,}95, \qquad T_2 = 0{,}025.$$

Cette deuxième couche correspond à une couche semi-transparente d'argent améliorée par deux couches de cryolithe et sulfure de zinc :

$$\text{Filtre} \quad \underset{M_1}{\underline{M}} \; \underbrace{B\; H\; B\; M\; B\; H\; B}_{M_2} \; \underset{M_3}{\underline{M}}.$$

La construction graphique donne les résultats schématisés figure 2 dans le cas le plus défavorable ($\gamma = \gamma_{\text{limite}}$) [1]. Les variations de phase $\Delta\psi$ sur M′ sont, nous le constatons, extrêmement faibles quand λ varie autour de la longueur d'onde moyenne de transmission du filtre. Ici, elles ne dépassent pas 4°.

Cette construction nous montre que dans les cas qui nous intéressent, c'est-à-dire, avec R_2 toujours très élevé, le calcul simplifié de M′ avec $\gamma = 0$, c'est-à-dire, en négligeant les changements de phase à la réflexion sur M_2 sera toujours légitime dans la recherche des valeurs optimum de R_1, R_2 et R_3 pour un filtre réel à couche quintuple.

[1] Ch. DUFOUR, Application aux couches minces de la théorie de l'étalon par réflexion (*J. Physique et Radium*, 1950, **11**, 327).

C'est seulement pour expliquer la dissymétrie de $\mathcal{T}(\lambda)$ que nous devrons faire intervenir les changements de phase $\gamma \neq 0$.

B. *Calcul de la valeur optimum de R_2 dans le cas des couches absorbantes.* — Après avoir ainsi légitimé l'emploi de la théorie élémentaire de l'étalon par réflexion pour le calcul des propriétés de M′, il est facile d'établir la nouvelle relation entre R_1 et R_2 dans le cas des couches absorbantes.

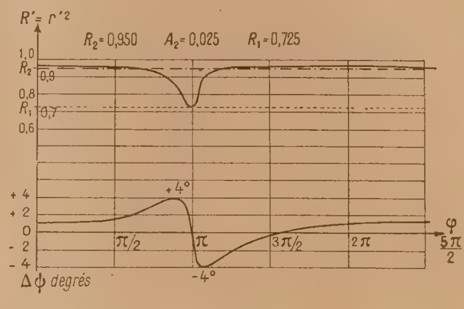


Fig. 2.

Soit A_2 l'absorption $A_2 = 1 - R_2 - T_2$ du miroir M_2. Lorsque le filtre M_1M_2 a sa transparence maximum, son facteur de réflexion est minimum :

$$r'_{\text{min}} = \frac{r_2 - r_1(1 - A_2)}{1 - r_1 r_2},$$

d'après la théorie élémentaire de l'étalon par réflexion.

Comme la condition de transparence maximum du filtre $M'M_3$ est $r'_{\text{min}} = r_3 = r_1$:

$$r_1^2 r_2 = r_1(2 - A_2) - r_2,$$

d'où

$$r_2 = \frac{r_1(2 - A_2)}{1 + r_1^2}.$$

Lorsque la valeur numérique de A_2 est assez faible pour qu'on puisse négliger A_2^2 devant A_2 :

$$R_2 = r_2^2 = \left(\frac{2r_1}{1 + r_1^2}\right)^2 (1 - A_2),$$

et comme $\left(\frac{2r_1}{1 + r_1^2}\right)^2$ est voisin de 1 dès que $r_1 > 0{,}8$ on pourra écrire

$$1 - T_2 = R_2 + A_2 = \left(\frac{2r_1}{1 + r_1^2}\right)^2.$$

Nous aboutissons donc à un résultat extrêmement simple : L'expression de $(1 - T_2)$ est restée la même que pour les couches non absorbantes. Par exemple, la condition de transparence maximum qui donnait $R_2 = 0{,}95$ pour $R_1 = 0{,}64$ avec les couches non absorbantes, permet d'écrire maintenant pour

un filtre réel à couches d'argent :

$$R_2 = 0{,}90\,; \quad A_2 = 0{,}05,$$

soit

$$1 - T_2 = 0{,}95 \quad \text{pour} \quad R_1 = 0{,}64.$$

C. *Expression du contraste et de la transparence maximum.* — L'expression du contraste est très voisine de celle que nous avons déjà donnée pour les couches non absorbantes :

$$\mathcal{C} = \left(\frac{1 + r_1 r_2}{1 - r_1 r_2}\right)^2 \left(\frac{1 + r_1^2}{1 - r_1^2}\right)^2 \left(\frac{1 + r_1 \dfrac{r_2 + r_1(1 - A_2)}{1 + r_1^2}}{1 + r_1^2}\right)^2,$$

expression très peu différente de

$$\mathcal{C} = \text{contraste filtre } M_1M_2 \times \text{contraste filtre } M_1M_1.$$

Remarquons que cette expression suppose que r_1 et r_2 ne varient guère avec la longueur d'onde, ce qui est mieux réalisé avec les couches d'aluminium qu'avec les couches d'argent.

La transparence maximum, pour le sommet de la bande passante, n'est plus égale à 1 comme pour les couches non absorbantes. Nous avons

$$\mathcal{T}_{\max} = \frac{T_1^2}{(1 - R_1)^2}\,\frac{T_2}{(1 - r_1 r_2)^2} = \frac{T_1^2}{(1 - R_1)^2}\,\frac{T_1 T_2}{(1 - r_1 r_2)^2}\,\frac{1}{T_1}.$$

C'est le produit de la transparence d'un filtre M_1M_1 et d'un filtre M_1M_2 pour lequel les rayons incidents ne subiraient pas la traversée de la première couche semi-transparente. On a donc un gain $\frac{1}{T_1}$ par rapport à deux filtres M_1M_1 et M_1M_2 en série (en supposant toute réflexion parasite supprimée entre les deux filtres).

Ainsi, à pouvoir de résolution égal on peut concevoir des filtres dont le contraste est notablement amélioré, c'est-à-dire, la densité accrue loin de la bande de transmission tandis que la transparence reste aussi bonne que celle des filtres MBM usuels.

D. *Forme de la courbe de transmission* $\mathcal{T}(\lambda)$. — Lorsque la condition $1 - T_2 = \left(\frac{2 r_1}{1 + r_1^2}\right)^2$ est remplie, nous avons déjà montré que les changements de phase à la réflexion sur M′ qui pourraient perturber le fonctionnement du filtre $M'M_2$ par rapport à celui d'un filtre réel usuel sont négligeables. Par suite, il n'y a qu'un seul pic de transmission et la forme de la courbe $\mathcal{T}(\lambda)$ n'est pas modifiée.

Il n'en est pas de même lorsque $1 - T_2$ a une valeur très inférieure à $\left(\frac{2 r_1}{1 + r_1^2}\right)^2$, par exemple dans le cas $R_1 = R_2 = R_3$ pour un filtre Ag-F_2Mg-Ag-F_2Mg-Ag. En effet, le miroir M′ présente alors un facteur de réflexion minimum très faible $r'_{\min} = \frac{r_1 A_2}{1 - r_1^2}$ (avec A_2 de l'ordre de quelques pour-cents).

En même temps, le changement de phase à la réflexion sur le miroir fictif M′ varie très rapidement et avec une grande amplitude pour les longueurs d'onde voisines de celle qui correspond à $r'_{\min}$. Pour nous rendre compte aisément des conséquences sur la forme de $\mathcal{T}(\lambda)$, nous allons tracer la courbe des variations du déphasage entre deux rayons émergents successifs en fonction de λ.

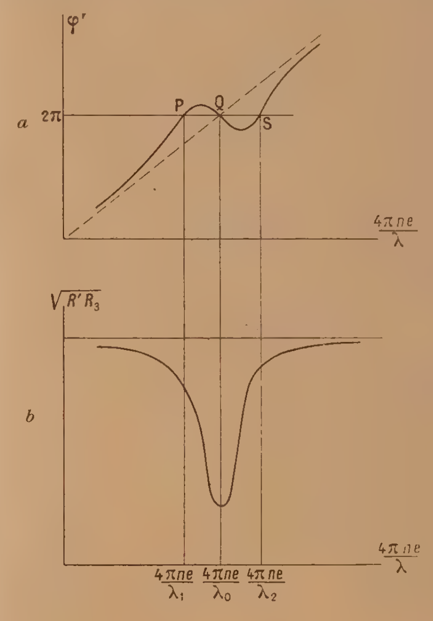


Fig. 3.

Pour un filtre usuel M_1M_2, ce déphasage est

$$\varphi = \frac{4\pi ne}{\lambda} + \alpha + \psi_0,$$

en appelant α le changement de phase à la réflexion sur M_2 et ψ_0 sur M_1. Ici, pour le filtre $M'M_3$, on aura

$$\varphi' = \frac{4\pi ne}{\lambda} + \alpha + \psi(\lambda).$$

Si nous portons en abscisses $4\pi ne \frac{1}{\lambda}$ la courbe

$$\varphi = f\left(\frac{4\pi ne}{\lambda}\right)$$

est une droite parallèle à la première bissectrice. La courbe $\varphi' = f\left(\frac{4\pi ne}{\lambda}\right)$ s'en écarte d'autant plus que les variations de $\psi(\lambda)$ sont rapides et importantes. En particulier pour $R_1 = R_2 = R_3$ l'amplitude de $\psi(\lambda)$ est suffisante pour que la courbe ait l'allure indiquée figure 3 *a*.

On a alors des rayons émergents en phase ($\varphi' = 2k\pi$) pour trois longueurs d'ondes différentes. La longueur

l'onde centrale λ_0 est très voisine de celle du pic de transmission d'un des filtres M_1M_2 ou M_2M_3 considérés isolément. Nous avons indiqué figure 3 *b* l'allure de la courbe des facteurs de réflexion efficaces $\sqrt{R'R_3}$ du filtre $M'M_3$.

A l'aide des figures 3 *a* et 3 *b*, nous pouvons donc construire par point la courbe de transmission de $M'M_3$ puisque nous connaissons pour chaque λ le déphasage et le facteur de réflexion.

La courbe de transmission de $M'M_3$ possédera visiblement deux pics de transmission pour des longueurs d'ondes très voisines des λ extrêmes λ_1 et λ_2 qui satisfont à $\varphi' = 2k\pi$ (points P et S, *fig.* 3 *a*). La courbe cherchée $\mathcal{E}(\lambda)$ sera le produit de la transmission de l'étalon usuel M_1M_2 qui possède un seul maximum pour la longueur d'onde λ_0 (voisine de celle du point Q, *fig.* 3 *a*) et de la transmission de l'étalon fictif $M'M_3$ que nous venons d'établir. Finalement, $\mathcal{E}(\lambda)$ possédera deux pics de transmission pour des valeurs de λ comprises entre λ_0 et λ_1 d'une part, λ_0 et λ_2 d'autre part.

Ce résultat théorique est confirmé par les résultats expérimentaux de M. A. F. Turner sur de tels filtres Ag-MgF_2-Ag-MgF_2-Ag à trois couches d'argent identiques.

Il est possible de voir sans difficulté par voie graphique ce que devient la courbe $\mathcal{E}(\lambda)$ quand on diminue progressivement l'épaisseur de la couche centrale d'argent. Le dédoublement va naturellement en s'accentuant et à la limite $R_2 = 0$, on retombe sur le cas du filtre usuel d'épaisseur double.

Nous avons délibérément laissé de côté le cas où les deux filtres M_1M_2 et M_2M_3 n'ont pas la même épaisseur mais les méthodes utilisées en permettraient le calcul.

Conclusion. — Il est probable que les résultats généraux sur la forme de la courbe de transmission auraient pu être obtenus par d'autres méthodes, notamment par l'emploi d'analogies avec les circuits oscillants couplés. D'autre part, la méthode que nous avons utilisée n'est peut être pas la plus logique puisqu'elle n'est pas symétrique alors que les couches multiples considérées présentent un plan de symétrie. Elle nous a permis cependant de déterminer presque sans calcul la condition fondamentale à remplir :

$$1 - T_2 = \frac{4R_1}{(1-R_1)^2},$$

pour obtenir des filtres à un seul pic de transmission, avec un contraste et une transparence optimum ce qui suffit pour légitimer son emploi dans notre cas particulier.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Dufour Ch. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 2132-2133.
[2] Turner A. F. — *Colloques de Marseille* : Some current developments in multilayer optical films (*J. Physique et Radium*, 1950, **11**, 444).
[3] Turner A. F. — *J. O. S. A.*, 1948, 662.
[4] Dufour Ch. — *Thèse*, Paris, 1949 et *Ann. Physique* à paraître en 1950.
[5] Abelès F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 891 et 1112.

THE CONSTRUCTION OF INTERFERENCE FILTERS FOR THE TRANSMISSION OF SPECIFIED WAVELENGTHS

By K. M. GREENLAND, B. Sc., Ph. D., A. Inst. P., F. R. M. S.
and C. BILLINGTON, B. A.
British Scientific Instrument Research Association, Chislehurst, England.

Sommaire. — Un filtre interférentiel consiste en deux films métalliques semi-transparents séparés par une couche d'un matériau transparent. Ces trois couches sont déposées sur un verre-support par évaporation dans un vide élevé. Les longueurs d'onde des maxima de transmission dépendent principalement de l'épaisseur de la couche transparente, tandis que l'épaisseur des couches métalliques détermine le facteur de transmission et n'a qu'un effet réduit sur la longueur d'onde transmise.

Les méthodes exposées permettent de repérer l'épaisseur optique de la couche transparente et la densité optique des couches métalliques pendant l'évaporation, de telle façon que les longueurs d'onde de transmission prédéterminées puissent être obtenues à 20 Å près.

Introduction. — The interference filter is composed of two semi-transparent metal films separated by a film of transparent material. A full mathematical and experimental analysis of their properties is given by Hadley and Dennison [1]. In the construction of an interference filter intended to transmit light of a particular wavelength, it is essential that the thickness of the transparent film should be adjusted as accurately as possible to the value determined by that wavelength. The films are deposited on a glass base by slowly volatilizing the materials in a high vacuum; methods of control of film thickness may therefore depend either on the evaporation of a predetermined amount of material (measured by weight or by time and temperature of evaporation) or on an observed indication of the film thickness as the film grows.

Methods of the first kind rely on a degree of constancy in the conditions of volatilization which is in practice almost impossible to obtain. We have, therefore, devised an optical system by means of which the increasing optical thickness of the film in the vacuum chamber may be estimated visually with an accuracy sufficient to place the transmission band of the filter within 20 Å or less of the required wavelength.

The filters used in the work on which this paper is based were made of two semi-transparent silver films separated by a layer of zinc sulphide. It will be convenient to refer to silver and ZnS films, but the use of other materials is not precluded. It may be mentioned, in passing, that films of magnesium fluoride, a material commonly used for interference filters, are found to behave in an erratic manner after deposition; their optical thickness changes irregularly when air is admitted to the vacuum chamber and when a cover glass is cemented to the filter. Zinc sulphide is not subject to these irregularities.

Principle of the method. — The transmission interference filter is also a highly reflecting mirror, but the spectrum of a white light source reflected by the filter exhibits, in general, dark bands. These absorption bands are due to " destructive " interference in the wave system set up between the semi-transparent silver films, and in a transmission filter they are complementary to the transmission bands. Owing to the high reflectivity of the silver films, the absorption bands, like the transmission bands, are very sharply defined.

The transmission bands cannot, of course, be observed during the critical stage of construction, that is, while the ZnS is being deposited, because they do not appear until the second silver layer has been formed. The absorption bands, on the contrary, are observable at this stage because it is possible so to direct the incident beam that total internal reflection at the growing ZnS surface may perform the function of the absent silver film. If, then, the relation between the wavelengths of the absorption bands and transmission bands is known, the wavelengths of one or more of the absorption bands may be used as an accurate measure during the evaporation of the ZnS.

The essence of the method is the achievement of total internal reflection at the growing ZnS surface; without this the absorption bands are so broad that accurate estimation of their mean wavelength is impossible. This condition is quite simply

realised by introducing the illuminating beam into the filter plate through a right-angled prism, so that the angle of incidence on the filter itself is 45°.

For a thickness t of ZnS film, absorption bands will occur in the monitoring beam with maximum absorption at wavelengths λ_a satisfying the condition

$$\frac{\pi}{\lambda_a} 2nt \cos\theta + y = m\pi,$$

where n is the refractive index of the ZnS film, y represents phase shifts in reflection at the ZnS boundaries and transmission through the silver, θ is the angle of refraction in the ZnS and m is the order of interference. The transmission bands of the complete filter, observed at normal incidence, will be centred on wavelengths λ_0 given by the condition

$$\frac{\pi}{\lambda_0} 2nt + y_0 = m\pi,$$

y_0 is the phase shift at either ZnS-silver boundary (the two silver films are assumed to be identical). If the values of y_0 and of y were known with sufficient accuracy, a filter having a transmission band centred at any desired wavelength λ_0 could be constructed by calculating from these two equations the wavelength λ_a of the appropriate absorption band. As it is, these values for phase shifts are not yet known; the procedure is, therefore, to construct a number of filters for which both λ_a and λ_0 are measured and so to derive an empirical relationship between these two wavelengths. This does not require a knowledge of the phase shifts, but it is necessary that the factors which determine their magnitude should be under control. From the point of view of controllable variables these factors are (for y_0 and y) the reflectivity of the silver films and (for y) the polarization of the monitoring beam. We assume that there is no variation in the experimental conditions such as purity of materials, degree of vacuum, rate of evaporation, temperature of filter base and angle of incidence of viewing beam.

Reflectivity of the silver layers. — The reflectivities of the silver films are set within fairly close limits by whatever transmission factor is required for the filter. For film reflectivities giving a filter transmission factor of 25 per 100 (a typical value) or less the value of the reflection phase shift is not very sensitive to small changes in reflectivity, so that control of reflectivity is not such a critical matter as control of the ZnS film thickness. The easiest way to obtain a measure of control over the reflectivity of the silver films is to evaporate completely a fixed weight of silver for each film. This was, in fact, the method finally adopted for the present investigation, and results have shown that a sufficient uniformity of reflectivity is usually, but not always, obtained. It is essential to ensure that the silver vapourizes smoothly without spitting molten metal.

An optical method (*fig.* 1) was devised by one of us (C. B.) for matching the density of the silver film being deposited with that of a " standard " films of the required density. This method was tried but abandoned owing to the difficulty of keeping the optical system, which is entirely within the vacuum chamber, free from deposits of ZnS which disturb the essential optical " balance " of the system. This tendency to evade all attempts at screening is a peculiar property of ZnS : it is probable that the method to be described would be successful if ZnS were not being used.

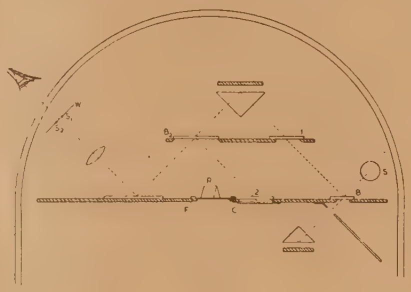


Fig. 1.

Light from a filament lamp S is divided into two beams by a beam-splitting glass B_1 (coated with a quarter-wave film of ZnS). One component passes through the monitor glass 1 carrying the " standard " silver film and is then reflected and focussed to form an image of S at S_1. The other component is transmitted through a glass disc 2 close to the disc F on which the interference filter is to be formed; it is then reflected by a second beam-splitting plate B_2 (cut from the same plate as B_1 after coating) to form a second image S_2. The optical system, excepting the discs F and 2, is shielded from the evaporators which are vertically below F.

The relative brightnesses of the images S_1 and S_2 thus depend on the losses in the two optical paths. Now, apart from the losses in transmission through the discs 1 (already silvered) and 2 (initially clear) these paths are optically identical. If, then, the brightnesses of S_1 and S_2 are compared during deposition of the silver, S_2, initially brighter than S_1, will diminish in brightness as silver deposits on 2 until the films on 1 and 2 are equally dense; S_1 and S_2 will then be of equal intensity.

A sensitive indication of the attainment of equal brightness of S_1 and S_2 is obtained by utilizing the principle of the disappearing-filament pyrometer. A thin tungsten wire W is supported so that it passes through the real images S_1 and S_2; it is

heated electrically until the contrast between S_1 and W disappears. Then when, during the silver evaporation, the contrast between S_2 and W also disappears, S_1 and S_2 will be of equal brightness, and the silver films on 1 and 2 of equal density.

In order that both the silver films of the interference filter may be controlled in this way without changing the monitor disc 2, this glass is partly covered by a movable shutter C operated by a rotating shaft which passes through a vacuum gland in the baseplate of the vacuum chamber. The shutter covers one half of the disc during the first evaporation and is then moved to expose the clear area after evaporation of the ZnS.

Polarization of the monitoring beam. — The values of the phase shifts affecting reflection of the monitoring beam at the two boundaries of the ZnS film depend on the direction of polarization of the light in the monitoring beam relative to the plane of the filter. If this beam is " unpolarized ", the absorption bands will occur in pairs (which we shall call the *p*-absorption and *s*-absorption bands) due to the differing phase shifts for the *p*- and *s*-components. The bands will then be ill-defined, because each band is seen against a bright background of light of the same wavelength, but polarized at right-angles to that being absorbed. It is therefore necessary to polarize the beam in either the " parallel " or " perpendicular " plane relative to the filter in order to remove this undesirable background illumination. It is in practice convenient to be able to make observations with light polarized in both these planes since for filters of low order for certain wavelength regions, one or other of the absorption bands falls near or outside the limit of spectral visibility. There is, in fact, a small region for which filters of the first order cannot be monitored directly (this difficulty might be overcome by using a separate monitor prism and placing the filter blank at a greater distance from the evaporator than the prism; a special calibration would, of course, be necessary).

The optical system. — The optical system is shown diagrammatically in figure 2. The glass filter blank F is supported over a hole in a horizontal shield near the top of the vacum bell-jar B, vertically above the silver and ZnS evaporators. Light from a Pointolite lamp L is focussed on the filter blank; the angle of incidence is 45°. In order that the angle of incidence at the ZnS-vacuum boundary may be high enough for total internal reflection a right-angled prism R is placed with its hypotenuse face in contact with the top surface of the filter blank : a film of high vacuum oil between the surfaces ensures optical continuity. The beam reflected from the underside of the blank is reflected again by a mirror M and focussed on the slit of a grating spectrometer G adjusted for the diffraction spectrum of first order. In front of the spectrometer slit is the polarizer P. This is made of two

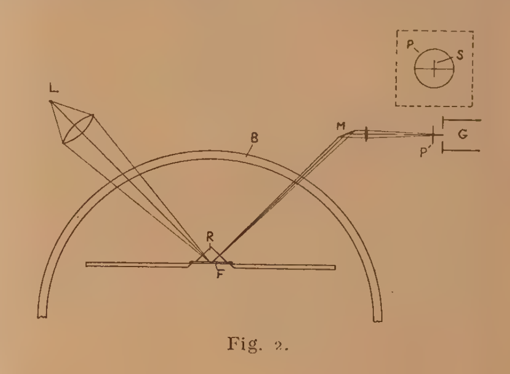


Fig. 2.

pieces of Polaroid mounted as shown in the insert of figure 2, so that the edges of the two pieces are at right-angles to the spectrometer slit S. The pieces are cut so that the upper half of the device passes only the *p*-component of the monitor beam while the lower half passes only the *s*-component. Two correspondingly polarized spectra, one above the other, are seen in the spectrometer.

Experimental procedure. — For the purpose of calibrating the instrument, that is, of determining the relationship between λ_a and λ_0, a number of filters are made with various thicknesses of ZnS films. The wavelength of the centre of either the *p*-or *s*-absorption band (λ_a) is read after the ZnS evaporation; the filter is then completed by evaporation of the second silver layer, removed from the vacuum chamber and the wavelength of the centre of the transmission band (λ_0) measured at normal incidence.

We find that the relation between the experimental values of λ_a and λ_0 may be expressed in the form

$$\lambda_a = A\lambda_0 + B.$$

Values of *A* and *B* for various orders are given in Table I. The figures relate to wavelengths measured in microns and to λ_a measured for the *s*-absorption band.

TABLE I.

Order.	*A.*	*B.*
3.......	0.995	—0.003
4.......	0.972	—0.002
5.......	0.917	+0.020

The experimental results used in calculating the values of *A* and *B* for the fourth order are shown graphically in figure 3.

In addition to the results plotted, there were a few filters which gave points far away from the approximating line. The same is true of measurements of filters of other orders. These discrepant

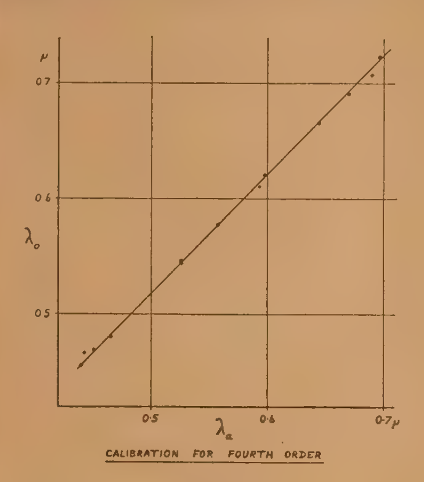


Fig. 3.

filters occur, sometimes singly, sometimes in a batch. It has not so far been possible to correlate this effect with any observed variation in the conditions of evaporation. Our experience seems to indicate that divergence from the average is greatest among filters of low order : this suggests that it is possibly one or more of the reflection phase shifts which occasionally take on a different value. It is hoped that the work now in progress will explain these discrepancies. As the investigation is not complete, the results summarized in Table I are given only as examples of the kind of relationship to be expected. The transmission factors of the silver films in the filters used for these measurements were not measured accurately but were about 0.04 (for silver bounded by air on one face and glass on the other face). There is reason to believe that, as already stated, small variations in this value, due to inconsistencies in evaporation, do not effect the relation of λ_0 to λ_a. Experimental evidence of this is afforded by the behaviour of the absorption band when the second silver film is deposited. The band at wavelength λ_a moves away towards the red end of the spectrum as the silver begins to form a film, and fades away. After it has disappeared a new band appears at a lower wavelength and moves towards the blue end of the spectrum. The interesting point is that the final position of the absorption band is reached some time before all the silver has evaporated; this suggests that the phase shift due to reflection by the film is independent of the film thickness in the range of thicknesses used in these experiments.

Acknowledgement. — The authors desire to thank the Council of the British Scientific Instrument Research Association for permission to publish this paper.

REFÉRENCE.

[1] Hadley L. N. and Dennison D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 451.

THE REFLECTIVITY OF THIN SILVER FILMS AND THE PERFORMANCE OF THE FABRY-PEROT INTERFEROMETER

By H. KUHN.
Clarendon Laboratory, Oxford.

Sommaire. — La largeur des franges d'interférences de Fabry-Perot a été mesurée par photométrie, dans des conditions telles que la lumière pût être considérée comme pratiquement monochromatique. Les lames étaient recouvertes d'argent, déposé par évaporation dans le vide. Les valeurs du facteur de réflexion R ont été déduites, pour différentes longueurs d'ondes, par la formule d'Airy. Le facteur de transmission T a été mesuré pour ces mêmes couches. La somme $R + T$ semble dépendre peu de l'épaisseur des couches pour $T < 0{,}2$. Les valeurs trouvées pour $R + T$ croissent de 0,84 à 3 900 Å à 0,97 à 6 400 Å. Les imperfections des lames, ou la résolution imparfaite de la plaque photographique ou du photomètre tendent à augmenter la largeur des franges : les valeurs déterminées pour R sont donc des limites inférieures. Mais tous ces effets semblent petits, sauf pour quelques mesures de valeurs très élevées de R dans le rouge.

Des mesures directes et précises de facteurs de réflexion ont été aussi entreprises, non sur les mêmes couches, mais sur un certain nombre de couches préparées dans des conditions très semblables. T fut aussi déterminé dans chaque cas, et les valeurs trouvées pour $R + T$ concordent bien avec les valeurs déduites des largeurs des franges. Pour le rouge des valeurs de $R + T$ ont été trouvées jusqu'à 0,98.

Ces résultats peuvent être utilisés pour choisir l'épaisseur des couches d'argent qui donnent le meilleur compromis entre le pouvoir de résolution et la luminosité pour une longueur d'ondes donnée. Dans le rouge, par exemple, on peut résoudre à peu près 1/50e d'ordre, avec une intensité des franges égle au quart de l'intensité en l'absence de l'étalon.

The performance of the Fabry-Perot interferometer, the most important of all instruments of high resolving power, depends very critically on the reflectivity of the metal coatings-thin, transparent films of silver for the visible, of aluminium for the ultraviolet spectral range.

The optical properties of a silver film will, no doubt, depend on the conditions under which it is made, possibly even on the material on which it is deposited (glass, quartz or fused silica). Let us assume for the moment that the method of producing the films by evaporation in vacuo is sufficiently standardised so that the only variable is the thickness of the film. The reflectivity R, defined as the proportion of reflected intensity, increases as the film thickness is increased, and approaches asymptotically a value R_∞ which is smaller than 1. At the same time the proportion of transmitted light, T, decreases to zero.

The resolving power of the Fabry-Perot interferometer can be calculated by means of Airy's formula. If we define the limit of resolution by a dip of 20 per 100 in the intensity curve, such as it occurs in a prism or grating spectroscope when Rayleigh's condition is fulfilled, the resolving power can be expressed by a very convenient approximation formula which is accurate enough for most practical purposes :

$$\text{Res. power} = \text{order} \times N_{\text{eff}} \approx \text{order} \times \frac{3}{1-R}.$$

A theoretical limit of the resolving power is then given by the factor $\frac{1-R}{3}$. How closely this limit can be approached in practice is a question of intensity. For monochromatic light, the intensity in the maxima of the fringes, relative to that in the absence of any silver films, is given by

$$I_{\max} = \left(\frac{T}{1-R}\right)^2.$$

For an „ ideal " films with no absorption, i. e. for $T = 1 - R$, this intensity is always 1. For an actual metal film, however, it is always smaller. If the value $1 - R$ approaches the limiting value $1 - R_\infty$, any further increase in thickness causes a drop of intensity approximately proportional to T^2, with little gain in resolving power.

In order to balance the conflicting requirements of resolving power and intensity, it is therefore necessary to know the relation between T and R for any given wavelength, and then to choose the thickness of the film according to the conditions of the experiment. For the purposes of high resolution spectroscopy, a knowledge of R, for given values of T and given wavelength, is required for values of R of the order of 0.9. An accuracy of 0,01 in R (i. e. 1 per 100 of the incident light), giving an accuracy of about 10 per 100 in the factor $1 - R$ represents roughly the requirements of the spectroscopists. It is doubtful if any of the published values [1] for

silver and aluminium can claim this accuracy.

I should like to report briefly on some results obtained in Oxford by two different methods. In either case the silver films were deposited by evaporation in vacuo.

In the first method [2], a Fabry-Perot interferometer has been used with very small spacing (1 mm), and fringes are produced with light from sources giving very narrow lines. Under these conditions the light can be considered as practically monochromatic, and the width of the fringes is almost entirely the instrumental width, from which the reflectivity can be calculated. Defects in the surfaces of the plates and any other experimental imperfections will tend to broaden the fringes, so that the resulting values of R must be regarded as lower limits.

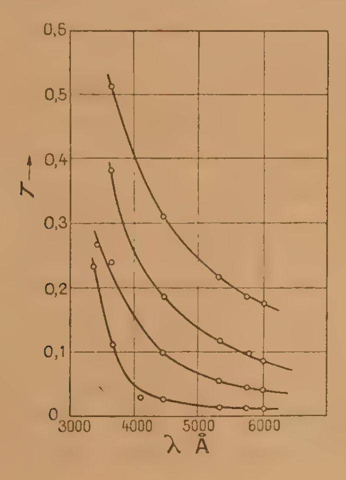


Fig. 1.

Some fringes were measured by direct photographic photometry, while for others a quicker, relative method was used; by means of a Wollaston prism, the fringes were turned into artificial " doublets ", of known and controllable splitting. The limit of resolution could then be estimated visually. The method was calibrated by the use of a set of standard doublet fringes, whose intensity distribution had been measured photometrically.

For each silver film, the transmission T was also measured for light of different wavelengths. Five pairs of films of different thickness were used. Figure 1 shows the well known increase of the transmission of silver with decreasing wavelength.

In figure 2, the values of R calculated from the observed half-value widths of the fringes, and also $R + T$, are plotted as functions of T. Each point represents an average derived from a number of fringes.

Within the accuracy of these measurements, $R + T$ can be considered as at least roughly independent of the film thickness, i. e. equal to a constant R_∞ which depends only on the wavelength. This slight drop of $R + T$ for red light, with decreasing T, is probably due to the fact that for very narrow fringes the mentioned imperfections of the etalon plates and other experimental errors are no longer negligible. The highest value of R in the figure, e. g., corresponds to a measured half-value width of 1/50 order.

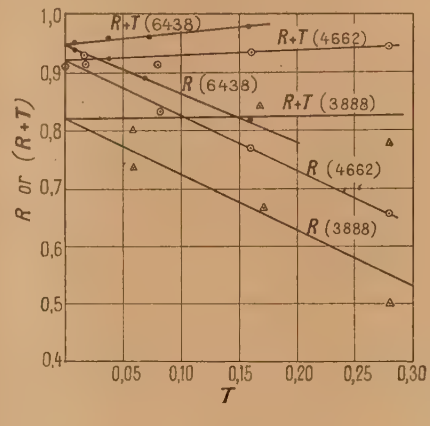


Fig. 2.

The main results of these measurements can then be summarised by a single table of $R + T$ as a function of λ :

λ (Å).......	6500	6000	5500	5000	4500	4000	3800
$R+T=R_\infty$..	0.97	0.96	0.95	0.94	0.92	0.86	0.82

From these data, the resolving power obtainable for a given wavelength and a given permissible loss of intensity can be derived. As a rough, practical rule, the value of T should not be much below $1 - R_\infty$ if serious loss of intensity is to be avoided. For $T = 1 - R_\infty$, e. g., the resolving power has half its limiting value for $T \to 0$, and the intensity is 1/4 of that in the absence of the etalon. In the red, this corresponds to a value of $N_{eff} = 75$.

More recently, we have constructed an instrument (*fig.* 3) which allows a direct and accurate measurement of R and T at nearly normal incidence for any given colour, and we have obtained some results with it [3].

A photomultiplier M is mounted on the moveable arm of a spectrometer, and the silvered glass plate P (e. g. interforemeter plate) is fixed vertically on the spectrometer table so that the axis of rotation passes through the reflecting surface. The glass plate is clamped to a vertical metal plate which has a circular aperture of diameter 2 cm. A cons-

tant point source of light S is placed about 2 m from the instrument, exactly level with the photocell and the centre of the stop. *f* is a colour filter.

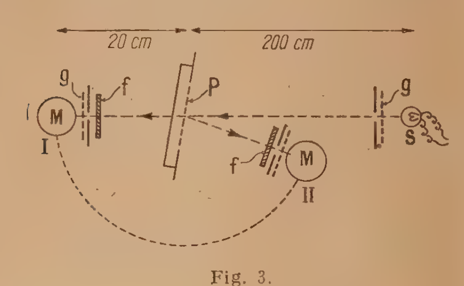


Fig. 3.

Three readings are taken, one with source, stop and photocell in line (I in figure 3), without the reflecting plate, the second in the same way with the reflector in position, and the third after the photocell has been moved into position II in which the light reflected at a small angle reaches the photocell. The ratio of the second to the first reading is equal to T, that of the third to the first equal to R. Reflection from the clear glass surface causes corrections which are negligible for small values of T. Apart from the usual precautions of avoiding scattered light, it was found necessary to place ground glasses (*g* in figure 3) close to the source and close to the photocell, in order to ensure uniform angular distribution of the light. In this way, an accuracy of 0.5 per 100 of the incident light was obtained. Figure 4 shows the values for silver films with the use of red light, $R + T$ being plotted as function of T. The number of points is, unfortunately, not large so that any conclusions drawn are of a tentative nature. The scatter is much greater than the error of measurement and represents a genuine scatter in the properties of the films. It seems justified to look for a relationship between T and the highest values of $R + T$, and the line in figure 4 has been drawn though these. The measurements show strong evidence for $R + T$ to rise with increasing film thickness. The value of R_∞ found by Edwards and Petersen [4] is also entered in the figure and lies well on the curve.

The classical theory of the reflectivity of thin silver films, using values of the optical constants shows a similar drop of $R + T$ with increasing T though the absolute values are much too low. The broken curve in the figure is drawn through values calculated by Barns and Czerny [5].

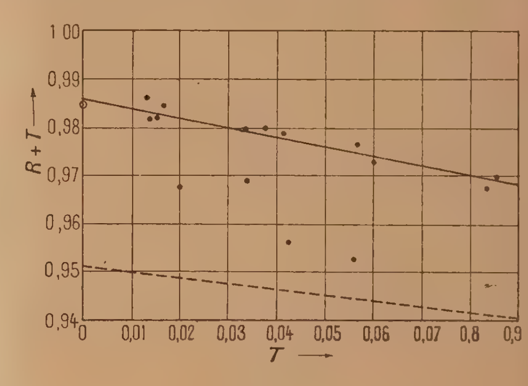


Fig. 4.

It is difficult to say what causes the scatter in the values of R for a given T, and on this point I can only report some isolated experiences. We have definitely found that in some cases the reflectivity of a silver film increased in the course of weeks or months, when it was kept in moderately clean air. It appears that this increase only takes place when the initial value of $R + T$ is not very high. Certainly, the stability of silver films is often underrated. For one pair of plates which had been in use for more than 1/2 year, values of $R + T$ of 0.968 and 0.982 were measured. The air in the room had been kept free from contamination by flames, chemicals and tobacco smoke.

As a measurement of reflectivity, the direct method is obviously the more accurate one. But the value of the interferometric method lies in the fact that it is more direct as a measurements of the resolving power which can be achieved in reality, under good, experimental conditions.

The results gained by the two methods agree within their limits of accuracy.

REFERENCES.

[1] Goos F. — *Z. Physik*, 1936, **100**, 95. — Romanowa M., Robzow A. and Pokrowsky G. — *Physik Z. Sowjet*, 1934, **5**, 46. — Strong J. and Dibble B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1940, **30**, 431. — Krautkramer J. — *Ann. Physik*, 1938, (5), **32**, 537.

[2] Bright R. J., Jackson D. A. and Kuhn H. — *Proc. Phys. Soc.*, 1949, A, **62**, 225.

[3] Bradley L. C., Kuhn H. and Series G. W. — Unpublished.

[4] Edwards H. W. and Petersen R. P. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 871.

[5] Barns R. B. and Czerny M. — *Phys. Rev.*, 1931, **38**, 338.

THE USE OF TWO FABRY-PEROT INTERFEROMETERS IN SÉRIES FOR THE DETECTION OF FAINT SATELLITES

By H. KUHN.
Clarendon Laboratory, Oxford.

Sommaire. — Dans l'interféromètre Fabry-Perot avec lames argentées, le facteur de contraste (rapport de l'intensité du sommet des anneaux à l'intensité du fond exactement entre deux anneaux) peut difficilement dépasser 500, même dans le rouge. Un étalon simple n'est donc pas bien adapté à la recherche des satellites faibles. En utilisant deux étalons de même épaisseur en série, le facteur de contraste devrait être le produit de ceux des étalons individuels. Il est nécessaire, cependant, d'éviter les réflexion parasites particulièrement celles qui se produisent entre les deux étalons. Cela peut être obtenu en prenant une distance entre les étalons suffisamment grande par rapport à leurs diamètres. Le contraste qui peut être obtenu en pratique est beaucoup plus petit que la valeur calculée à partir des facteurs de réflexion, parce que les largeurs spectrales des raies ne sont généralement pas négligeables par rapport à la largeur instrumentale. D'autres facteurs tendent aussi à réduire le contraste.

Pour la raie verte du cadmium, un facteur de contraste de 3 000 a été obtenu avec deux étalons d'épaisseur 0,5 mm.

Dans de l'hélium contenant l'isotope de masse 3 à la concentration de 1 : 700, les raies de He_3 sont nettement visibles sur des clichés pris avec deux étalons d'épaisseur 3,2 mm.

The use of the ordinary Fabry-Perot interferometer for the detection of faint satellites is very limited. For strictly monochromatic light, the ratio of the intensity of the maxima to that of the minima is given by the relation

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2.$$

For a value of $R = 0.95$ which is near the upper limit of what can be obtained in the red without too much loss of intensity, this " contrast factor " is about 1 500. In most cases, however, the light cannot be regarded as monochromatic, the spectral width not being negligible compared with the instrumental width. This fact decreases, as one can easily see, the contrast factor considerably. Partly owing to this fact and partly owing to imperfections in the surfaces, contrast factors greater than a few hundred cannot be obtained in practice.

The use of two interferometers in series is, of course, well known. Houston [1] and Gehrcke and Lau [2] have introduced the method, but very few spectroscopicts have used it. By employing two étalons of different spacings, the advantage of the greater resolving power of the larger étalon is combined wth the advantage of the greater spectral range of the smaller one. The function of the smaller étalon, in this method, is the suppression of the unwanted orders of the larger étalon.

An entirely different purpose can be achieved if two interferometers of equal spacings are used. For strictly monochromatic light, an étalon can be considered as a filter, the variable being not the wavelength but the angle of the rays. The contrast factor is therefore the product of the contrast factors of the individual étalons. Again, the light cannot, in most practical cases, be regarded as monochromatic. This, and also some other causes reduce the contrast factor. Nevertheless, contrast factors of several thousand can be achieved with comparative ease, and probably much more in favourable cases. Thus, satellites many thousand times weaker than the main line can be observed.

This application of the double étalon [3] appears to be new, though Mr Dufour [4] has used the same principle in a modified form.

If very large intensity ratios are used, care must be taken to exlude false light. Reflections from the unsilvered surfaces of the plates can be eliminated easily if the plates are made sufficiently wedge shaped. Special consideration must be given, however, to the rays which are reflected from the first silvered surface of the second étalon and subsequently from the second silvered surface of the first étalon. These rays can be made to miss

the second étalon if the ratio of the distance between the two étalons to the aperture is made sufficiently large (*fig.* 1). Only the rays with very nearly normal incidence, i. e. the fringes very close ty the centre, have to be avoided.

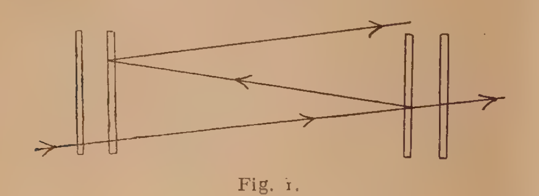


Fig. 1.

In actual fact, this back reflection, even if it is not eliminated in this way, is not as serious as it might appear, as a more detailed discussion shows.

The isotope effect in the atomic spectrum of helium offered a good opportunity for applying the double étalon in this form. The helium first available tu us contained one part of He_3 in 700 parts of He_4. The isotope splittings in the visible lines which could be expected from theoretical estimates are of the order of 1 cm^{-1}. Even with very large prism spectrographs, faint satellites so close to the main line could only be detected by the use of such special methods as have been devised by Professor Jacquinot [5].

The line 5 015 Å ($2^1S — 3^1P$) was examined with two étalons, each of spacing 3.2 mm. The photometer tracing of the fringes [3] shows clearly the weak lines due to He_3 between the strong, overexposed fringes of He_4. The ratio of 700 : 1 of the intensities does not represent the limit of the method. The strong background in the photograph is largely due to the Doppler broadening of the lines.

In a photograph of the red Balmer line taken in ordinary hydrogen, i. e. with a concentration of 1 : 5 000 of deuterium, the satellite due to deuterium was just visible.

Some direct photometric measurements of the contrast ratio were also made with the cadmium green line. Even in this experiment, the spectral width was not negligible, but conditions were more favourable than for helium. The table shows reflectivity and calculated and observed contrast ratio for the two étalons individually and for the combination. The value in brackets is the contrast ratio for the combination calculated from the experimental values for the single étalons.

		Contrast ratio	
	R.	calculated.	observed.
Etalon 1........	0.91	500	260
» 2........	0.92	520	220
Combination....	–	250 000 (58 000)	3000

It is quite possible that more careful elimination of false light and photographic scattering would have increased the contrast ratio considerably, and further experiments in this direction are planned.

The results show that the method has considerable possibilities, even with ordinary silvered étalons. It is, however, necessary to use silver films of the correct thickness if prohibitive loss of light is to be avoided. The use of multiple films such as described by Mr Dufour and Professor Jacquinot should greatly reduce these difficulties.

REFERENCES.

[1] Houston W. V. — *Phys. Rev.*, 1927, **29**, 478.
[2] Gehrcke E. and Lau E. — *Z. Techn. Phys.*, 1927, **8**, 157.
[3] Bradley L. C. and Kuhn H. — *Nature*, 1948, **162**, 412.
[4] Dufour, Ch., verbal communication.
[5] Couder A. et Jacquinot P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1939, **208**, 1639.

UTILISATION DES COMBINAISONS DE LAMES MINCES EN INTERFÉROMÉTRIE

Par Pierre JACQUINOT et Charles DUFOUR.

Summary. — The properties of all interference systems using multiple reflections between partially reflecting films are connected with the reflectivity and absorption of the latter. The important improvements are pointed out which one can obtain by using multiple films of dielectric substances (range of reflectivities below 0.90) or combinations of metallic and dielectric thin films (range of relectivities over 0.90). Analysis of the main results obtained.

L'interféromètre à lames semi-argentées de Fabry et Pérot (F.-P.) a certainement constitué la première application importante des lames minces semi-transparentes en Optique. Le jeu des interférences entre rayons réfléchis un très grand nombre de fois entre deux surfaces rend l'intensité résultante sensible à de très faibles différences de marche. Le calcul de ces interférences qui conduit à la formule bien connue d'Airy, a été utilisé depuis dans de nombreux cas où interviennent des réflexions multiples aux frontières d'une lame mince, et toute combinaison de lames minces peut se traiter, par récurrence, en utilisant les propriétés de l'étalon F.-P. Par un juste retour des choses, l'interféromètre F.-P., qui est le plus efficace et le plus utilisé des spectroscopes interférentiels, peut bénéficier d'importantes améliorations grâce à certaines combinaisons de lames minces récemment étudiées.

Nous nous proposons d'exposer sommairement ici les améliorations qui, aux Laboratoires de Bellevue, ont été apportées aux interféromètres et qui seront prochainement publiées en détail [1].

1. Caractéristiques essentielles de l'interféromètre Fabry-Pérot.

— Ce sont :

la transmission $\mathcal{T}$ ou luminosité, correspondant aux sommets des anneaux;

le coefficient de finesse F, rapport de la largeur à mi-hauteur à la distance de deux anneaux successifs;

le contraste C, rapport de la transmission maximum $\mathcal{T}$ à la transmission minimum entre deux anneaux.

Quant au pouvoir de résolution $\mathcal{R}$, il est, pour un ordre d'interférence p, $\mathcal{R} = pF$.

Les grandeurs $\mathcal{R}$, F et C se calculent facilement à partir de la formule classique

$$I(\varphi) = \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\varphi}{2}}, \quad \text{où} \quad m = \frac{4R}{(1-R)^2},$$

R et T étant les facteurs de réflexion et de transmission des deux surfaces réfléchissantes (supposées identiques) et $\varphi = \frac{4\pi ne \cos i}{\lambda}$ la différence de phase entre deux rayons successifs.

En introduisant l'absorption des lames

$$A = 1 - (T + R):$$

$$\mathcal{T} = \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 = \left(1 - \frac{A}{1-R}\right)^2,$$

$$C = \left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2, \qquad F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}.$$

En tenant compte du fait que R est toujours supérieur à 0,7 dans les cas que nous considérons, les deux dernières formules peuvent s'écrire approximativement :

$$C \sim \frac{4}{(1-R)^2}, \qquad F \sim \frac{3}{1-R}, \qquad C \sim \frac{F^2}{2}.$$

Le problème est d'avoir un appareil donnant une finesse et un contraste aussi élevés que possible, tout en conservant une luminosité raisonnable. On voit, d'après les dernières formules approchées que la finesse maxima, celle pour laquelle la luminosité devient nulle, s'obtient en faisant $A = 1 - R$ et est

$$F_M = \frac{3}{A}, \qquad \text{avec un contraste} \qquad C_M = \frac{4}{A^2}.$$

Si l'on veut avoir $\mathcal{T} = \frac{1}{4}$ on aura

$$F_{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2A}, \qquad C_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{A^2}.$$

Ainsi si $A = 0{,}10$:

$$F_M = 30, \qquad C_M = 400, \qquad F_{\frac{1}{4}} = 15, \qquad C_{\frac{1}{4}} = 100.$$

On voit d'après ces formules que c'est avant tout

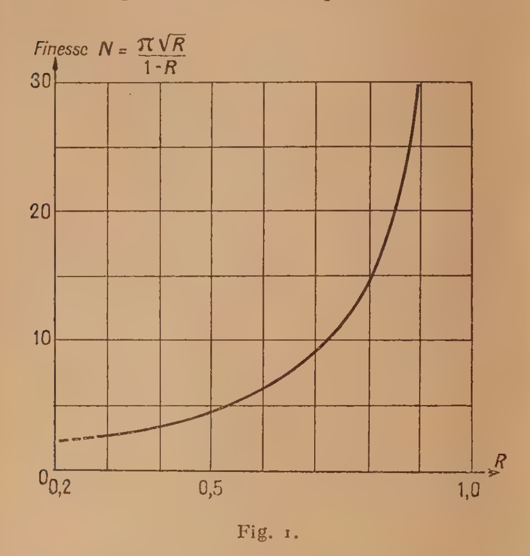


Fig. 1.

l'absorption A des lames semi-réfléchissantes qui fixe ses limites aux performances de l'appareil.

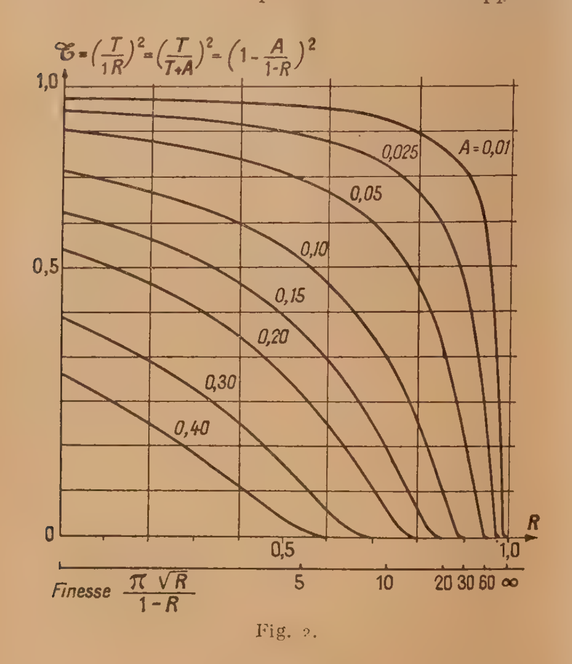


Fig. 2.

Les résultats complets sont donnés dans les figures 1 et 2 qui indiquent les variations de $\mathcal{T}$ et de F en fonction de R et de A. En réalité si l'absorption A devenait nulle la finesse et le contraste seraient limités par d'autres causes, telle l'imperfection de la planéité des surfaces. La figure 3 montre que dans le cas des lames argentées la transmission passe par un maximum accentué pour une certaine

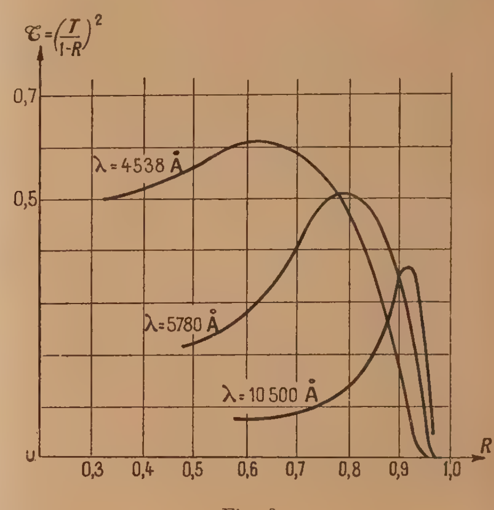


Fig. 3.

valeur du pouvoir réflecteur et ne peut guère excéder 0,6 dans le cas le plus favorable (certains auteurs, notamment Tolansky et Kuhn indiquent cependant des valeurs supérieures). Avec l'aluminium les résultats sont encore moins bons, sauf dans l'ultraviolet. De toute façon les lames simples métalliques ne permettent d'obtenir ni de très grandes finesses, ni de très grandes luminosités.

2. **Cas des finesses moyennes : emploi de lames diélectriques.** — Une simple lame d'un corps transparent d'indice suffisamment élevé et d'épaisseur optique convenable constitue déjà un miroir transparent dans lequel $A = 1 - (T + R)$ peut être pratiquement négligeable. Si cette lame d'indice n_1 est déposée sur un verre d'indice n_2, l'application de la formule classique de l'étalon F. P. à cet ensemble conduit immédiatement à

$$R = \left[\frac{n_2 - n_1^2}{n_2 + n_1^2}\right]^2, \qquad \text{avec} \quad n_1 e = \frac{\lambda}{4} \quad \text{puisque} \quad n_1 > n_2.$$

La plus commode des substances à indice élevé est le sulfure de zinc SZn avec $n = 2{,}3$ et une absorption très faible. On peut obtenir, à l'aide d'une seule couche de SZn en $\frac{\lambda}{4}$ un facteur de réflexion $R = 0{,}31$, ce qui est très insuffisant pour l'interférométrie à grand contraste.

Mais si l'on recouvre cette première couche de SZn

en $\frac{\lambda}{4}$ d'une lame de bas indice, puis d'une lame de haut indice, toutes deux en $\frac{\lambda}{4}$, tous les rayons réfléchis avec des amplitudes notables aux interfaces, ajouteront leurs amplitudes, et l'on peut s'attendre à un facteur de réflexion élevé. Le calcul du facteur de réflexion maximum obtenu ainsi se fait très simplement : il suffit d'assimiler l'ensemble des deux dernières surfaces de séparation à un miroir unique dont le facteur de réflexion maximum est donné par la formule précédente et d'introduire ensuite les lames une à une dans le calcul par le même procédé.

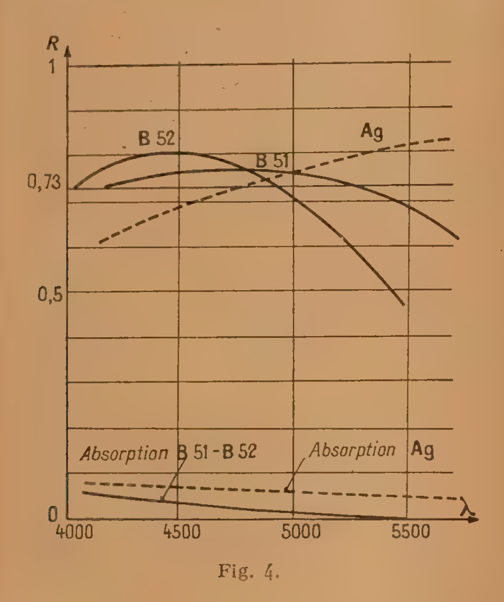


Fig. 4.

Le calcul des facteurs de réflexion obtenus avec différentes combinaisons de lames haut-indice-bas-indice montre, d'une part, que les combinaisons à nombre impair de couches sont les plus intéressantes, et, d'autre part, que l'influence de l'indice faible est peu marquée entre $n = 1{,}25$ et $n = 1{,}40$ si l'indice fort est de l'ordre de 2. Avec le sulfure de zinc ($n = 2{,}3$) et la cryolithe ($n = 1{,}35$), les lames sont faciles à préparer et peu altérables. On obtient pour R, au milieu du spectre visible, les valeurs théoriques suivantes :

		R.
Une couche....	S Zn	0,31
Trois couches..	S Zn-Cry.-S Zn	0,67
Cinq » ..	S Zn-Cry.-S Zn-Cry.-S Zn	0,87
Sept » ..	S Zn-Cry.-S Zn-Cry.-S Zn-Cry.-S Zn	0,95

Quant à l'absorption on ne peut rien prévoir *a priori*; la cryolithe est très peu absorbante, mais le sulfure de zinc est plus ou moins absorbant suivant la pureté du produit et la façon dont il est évaporé.

Les résultats effectivement obtenus peuvent être

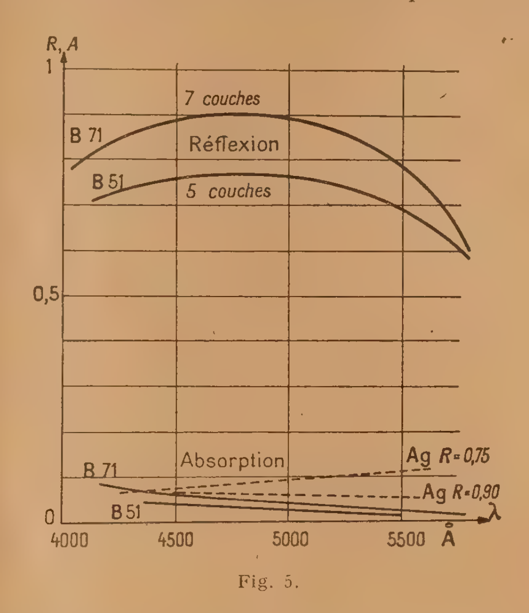
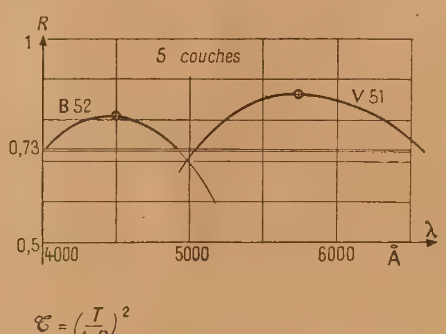


Fig. 5.

jugés d'après les courbes des figures 4, 5 et 6, relatives à des lames à cinq et sept couches, et qui



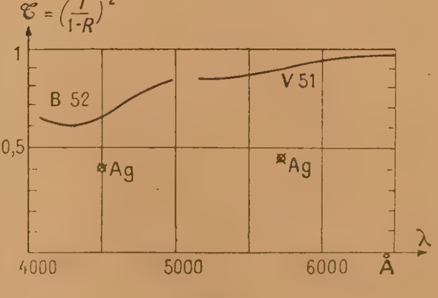


Fig. 6.

montrent les valeurs de A, R et de la transparence $\mathfrak{T}$ de l'interféromètre réalisé avec un couple de ces

lames, ainsi que les valeurs des mêmes paramètres pour des couches d'argent simples *fraîchement préparées*.

On voit que le facteur de réflexion varie peu avec la longueur d'onde, mais que cependant, si l'on veut couvrir tout le spectre visible avec un facteur de réflexion supérieur à une valeur donnée (par exemple 0,73 sur la figure 6), il peut être nécessaire d'utiliser plusieurs jeux de lames. Les facteurs de réflexion obtenus sont un peu inférieurs aux valeurs théoriques données précédemment; on voit en outre que l'absorption commence à devenir gênante pour le miroir à sept couches, surtout pour les courtes longueurs d'onde. Cela peut très bien n'être dû qu'aux imperfections de la technique, et il n'est pas impossible que l'on puisse obtenir, avec sept ou neuf couches, des miroirs de facteurs de réflexion très élevés et d'absorption très faible. On peut dire cependant que, dans l'état actuel de nos moyens techniques, l'emploi des couches diélectriques multiples en interférométrie est limité aux valeurs de R inférieures à 0,90, ce qui correspond à

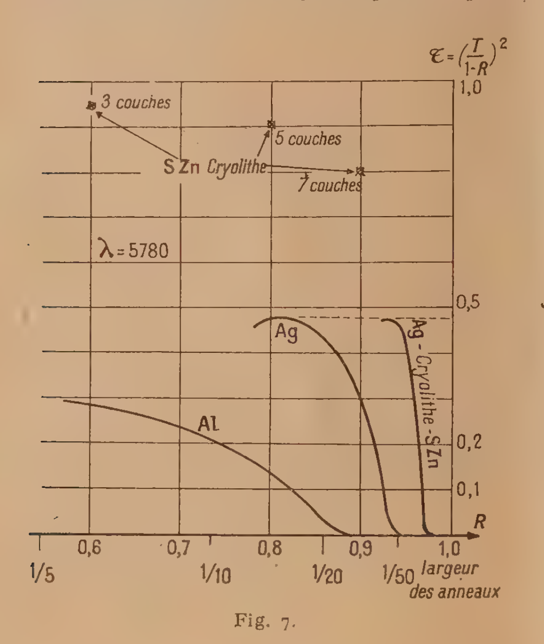


Fig. 7.

des finesses inférieures à 30 et à des contrastes inférieurs à 400. Mais dans ce domaine on peut affirmer, en gros, que la luminosité des interféromètres peut être au moins doublée, ce qui est un résultat très appréciable dans de nombreux cas; cela permet, en particulier, d'utiliser plusieurs interféromètres en série sans perte excessive de lumière.

Plusieurs lames d'interféromètres ont été ainsi préparées et ont donné d'excellents résultats; leur tenue dans le temps est très supérieure à celle des lames argentées. (Certains échantillons n'ont subi aucune modification de leurs propriétés optiques au bout de 18 mois.)

3. **Cas des grandes finesses. Emploi de couches composites métal-diélectrique.** — La figure 3 montre que, pour l'argent ($\lambda = 5\,780$ Å), pour $R > 0,90$, la luminosité tombe très vite, et s'annule pour $R = 0,94$ (finesse 50). Mais on peut accroître le facteur de réflexion du métal en le recouvrant d'une ou plusieurs paires de couches





Fig. 8.

transparentes haut-indice-bas indice d'épaisseurs telles que tous les rayons réfléchis ajoutent leurs amplitudes. La considération du changement de phase à la réflexion sur le métal montre que la lame de bas indice qui est à son contact doit avoir une épaisseur un peu inférieure à $\frac{\lambda}{4}$. Ainsi en recouvrant une lame semi-transparente d'argent d'une lame de cryolithe et d'une lame de sulfure de zinc, on pourra

porter son facteur de réflexion de 0,86 à 0,94, ou de 0,94 à 0,97 [2, 3, 4].

Or ces combinaisons ont, pour les usages interférentiels, une importante propriété [5].

Si l'on compare leur absorption A à l'absorption « propre » A_0 de la lame de métal qui les constitue, on voit que, à condition que la lumière se propage dans le sens diélectrique métal, on a $\frac{A}{1-R} = \frac{A_0}{1-R_0}$ puisque la lumière n'est pas absorbée dans les lames diélectriques, et que l'absorption « propre » du métal n'agit plus que sur la fraction $1 - R$ de l'intensité incidente au lieu d'agir sur la fraction $1 - R_0$. On peut donc dire que la quantité $\frac{A}{1-R}$ ou, ce qui revient au même, $\frac{T}{1-R}$ ou $\frac{A}{T}$, est un invariant pour une lame métallique, qu'elle soit ou non recouverte de couches transparentes si la lumière traverse cette lame en dernier lieu. En toute rigueur la propriété précédente n'est vraie que si la lame métallique reste dans tous les cas entourée des mêmes milieux, car son absorption « propre » dépend de ces milieux; il en est quelquefois ainsi pratiquement (cas des filtres interférentiels) et dans les autres cas la différence est faible. Le traitement augmente R, il diminue donc A, quantité qui conditionne la finesse maximum que peut donner un interféromètre; on peut dire aussi que, puisque $\frac{T}{1-R}$ reste constant quand R augmente, la finesse peut être augmentée tout en conservant la même luminosité; on a d'ailleurs bien dans le cas de l'interféromètre, le sens de propagation qui convient puisque les lames diélectriques sont en regard. Ce traitement fait donc subir aux courbes de la figure 3 un déportement vers la droite, sans que toutefois leur ordonnée maximum soit augmentée. C'est ce que montrent les courbes, relatives à l'argent, de la figure 7; elles illustrent l'amélioration considérable apportée ainsi à l'interféromètre F. P. dans le domaine des grandes finesses et des grands contrastes.

Ce résultat est évidemment applicable à tous les systèmes interférentiels faisant intervenir un grand nombre de réflexions successives. C'est ainsi qu'en remplaçant, dans le filtre interférentiel F. P. les lames d'argent par des lames d'argent recouvertes d'une couche de cryolithe et d'une couche de sulfure de zinc, on peut réduire la largeur de bande passante tout en conservant la même luminosité.

De même, les franges d'égale épaisseur de Fizeau, si brillamment utilisées par Tolansky pour l'étude très fine des surfaces peuvent être rendues plus fines et plus lumineuses. A finesse égale, on peut les obtenir avec des sources monochromatiques moins brillantes, donc donnant des raies plus fines, ce qui permet d'opérer avec des ordres d'interférence plus élevés afin de n'avoir pas à rapprocher exagérément les surfaces en regard. La figure 8 donne un exemple de telles franges, dans lesquelles le coefficient de finesse est supérieur à 50.

La figure 7 résume l'ensemble des résultats que l'on peut obtenir pour la luminosité et la finesse à l'aide des différents types de combinaisons semi-réfléchissantes.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] DUFOUR CH. — *Thèse*, à paraître aux *Annales de Physique*.

[2] TURNER A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 710.

[3] COTTON P. — *Ann. Physique*, 1947, **2**, 209-232.

[4] ABELÈS F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 733.

[5] DUFOUR CH. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 2132.

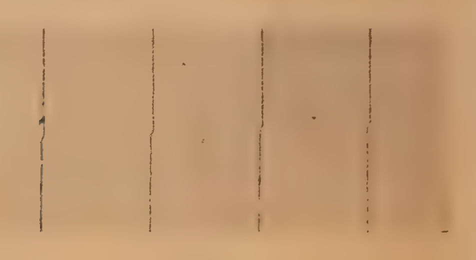
SOME FURTHER APPLICATIONS OF MULTIPLE BEAM INTERFEROMETRY I. INTERFEROMETRIC METHOD FOR MEASURING DIFFERENTIAL POLARISATION PHASE CHANGE AT METALLIC REFLECTION

By S. TOLANSKY.

Sommaire. — Cet effet est étudié par observation du dédoublement des franges en lumière blanche d'égal ordre chromatique, qui apparaissent pour les incidences autres que la normale. La précision est plus élevée qu'avec les observations précédentes utilisant les franges de Fizeau. Aucun effet de vieillissement n'a été détecté.

Introduction. — In an earlier publication (Tolansky, *Phil. Mag.*, 35, 1944, p. 149) it was shown that with the sharp multiple-beam Newton's rings which are formed with monochromatic light when the lens-plate combination of Newton is suitably silvered, a fringe doubling takes place due to differential phase on reflection at the metal surface.

Although non-polarised incident light is used, two distinct fringe patterns are formed, each of mutually perpendicularly plane polarised light. From the fringe displacements the differential phase change is readily calculated and the figures for a silver film 500 Å thick in the incidence range 0—80° have already been reported using this technique.



Pl. 1.

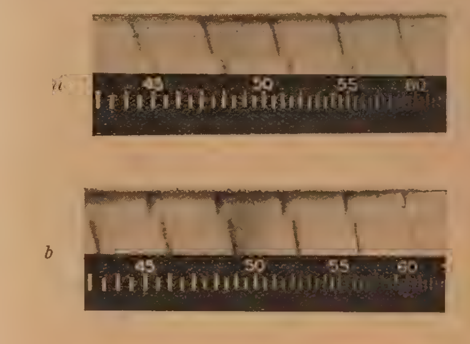
There are three factors which increase the difficulty of observation and reduce accuracy when a Newton's rings system is used, and these are :

(1) local errors in figure affect local dispersion;

(2) the high sensitivity shows that the lens is rarely (if ever) sufficiently spherical for the spherical formula to hold exactly;

(3) the Feussner surface of localisation is a complex curve and it is not easily possible to secure more than one or two fringes in focus.

The experiments have therefore been repeated using (*a*) a wedge between optical flats, (*b*) fringes of equal chromatic order. With these arrangements,

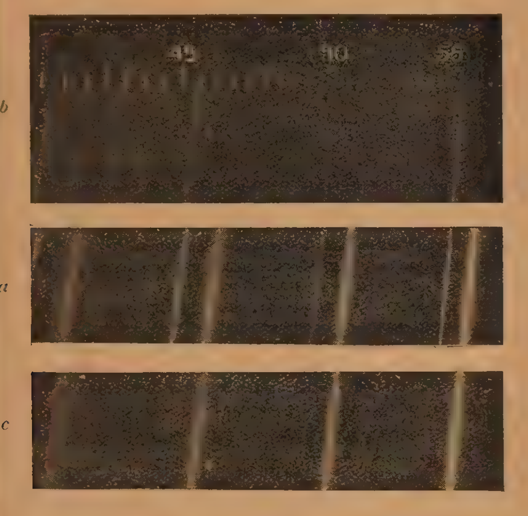


Pl. 2.

much superior definition results and furthermore, one is able to measure the effect over a wide wave length range. These experiments have also been carried out by D. G. Avery.

Observations. — The silvered wedge is mounted before a spectrograph, and illuminated with parallel white light. The edge of the wedge is set parallel to the slit. The wedge system can be rotated to alter the plane of light incidence. Plate 3 shows the appearance of the doubled fringes of equal chromatic order at a selected angle of incidence. In the centre at 3 *a* are the fringes as seen and above and below at 3 *b*, 3 *c* the appearance when sheets of polaroid are introduced with their pola-

rising directions set mutually perpendicularly. The sharpness of the fringes is clear, and the fraction of an order separation (which gives the differential phase change) can be determined with



Pl. 3.

considerable precision and over a wide wavelength range, too. The fringes have, of course, differing sharpness because the reflecting coefficients (Fresnel reflecting coefficients) differ appreciably for the two types of vibration. It will be noted further that the sharper component is weaker than the broader.

Figure 1 gives results showing the relation found between the angle of incidence and the differential phase change for a silver thickness d a little greater than 350 Å. This is very close indeed to the classical electromagnetic value calculated for the film thickness used and shown in the figure by the curve.

It should be pointed out that in the earlier experiments using Newton's rings, the corresponding curve showed a distinct kink point of inflection at 65°, the phase change increasing here. There is no such definite kink in the present curve, although there is a faint suspicion of one.

Both the earlier and the newer silver surfaces were produced by evaporation, but under totally different experimental conditions (e.g. one used an old apiezon oil diffusion pump, the other a recent silicon diffusion pump, etc. But perhaps the major physical difference was that the Newton's rings silver films were aged and at least six months old, whereas the data in figure 1 were given by a freshly prepared silver surface.

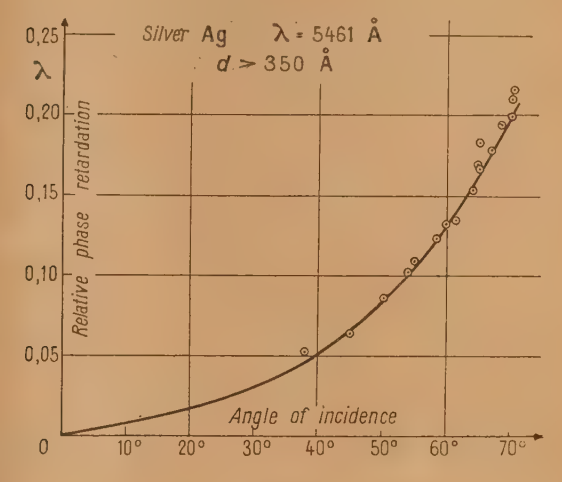


Fig. 1.

It has long been established that surface films affect polarising reflecting properties and it may be that the (quite small) secondary effect leading to the observed kink was due to some such ageing cause. The films used for figure 1 are being held over for a long period in order to age and will be re-examined. An examination after 3 months has revealed so far no effect.

The more recent experiments have fully confirmed the notable change in the intensity ratio of the two mutually perpendicularly polarised components, to which attention was formely given. The evidence hardly proves a differential absorption effect and it will be noted that at the higher incidences (> 80°) the system transmits virtually pure plane polarised light.

II. NEW MULTIPLE-BEAM LOCALISED FRINGES FORMED BY STRONGLY CURVED SILVERED THIN PLATES

By S. TOLANSKY.

Sommaire. — Si une feuille mince de mica doublement argentée est courbée suivant un cylindre de quelques centimètres de rayon et éclairée en lumière monochromatique parallèle, il se forme un système de franges rectilignes très fines, localisées dans un plan passant par le centre de courbure. Les propriétés des franges sont décrites. Il apparaît d'intéressants effets de dédoublement par biréfringence. Les marches de clivage dans le mica sont révélées avec une haute précision. On peut utiliser la cryolithe et d'autres couches pour produire le système. Les variations du système sont discutées.

Introduction. — In this section an account is given of a new system of fringes which the writer has developed. The experiments have been made with the assistance of Mr N. Barakat, and a very brief preliminary descriptive Note has already appeared elsewhere (*Nature*, 1948, 162, p. 816). If a thin flexible plate, such as a sheet of mica, or celluloid, or thin blown glass is silvered on both sides and then bent cylindrically into a curve (a radius of curvature of 5 cm is a convenient value, but the precise value is of no importance), very sharp strictly localised fringes can be obtained, either on a plane, or on a curve, according to he directions of illumination and curvature.

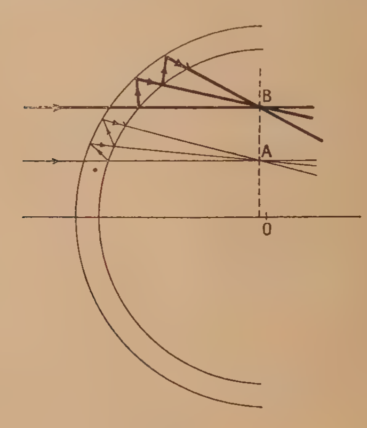


Fig. 2.

Various modifications of the fringes under discussion have been obtained both in transmission and in reflection, both with monochromatic and with white light, with thick films and with thin films, with birefringent and isotropic films, also with cylindrical and with spherical films. It is not the intention here to analyse in detail the various complexities met with and the simplest case only will be treated. The mode of formation and the origin of localisation are shown in the simplified diagram figure 2, and which refers to a thin cylindrical film, illuminated with strictly parallel monochromatic light (green mercury) produced by using a point source at the focus of a good lens. The surfaces of the curved film are silvered ($R > 90$ per cent) and as a result multiple-beam interference takes place. An incident ray suffers multiple reflections, and provided the film thichness t is small, all the beams effectively unite at one point, in accordance with principles already developed (*see* M. B. I.).

It is clear that with a cylindrical film, a fringe will form at the point A. At the appropriate position B where the total path difference alters by a wavelength, another fringe will form. By means of a simple geometrical construction, which it is hardly worth while giving here, it can readily be demonstrated that to a very close approximation fringes will form, localised on a plane passing through the centre of curvature, and if t is small the surface of localisation deviates only very slightly from a true plane.

Experimental. — The fringes given by a flexed piece of muscovite mica are shown in plate 4. They can be seen on a screen placed passing through the centre of curvature, or seen directly with a low power microscope. They exhibit certain interesting features, as follows :

(1) The fringes are double. This is initially due to the birefringence of the mica, for the dual fringes are plane polarised mutually perpendicularly.

(2) The fringes are highly sharply localised, but only if the mica is thin, preferably less than 1/10 th mm.

(3) The fringes have a highly sharpened multiple-beam intensity distribution. This is due, not only to the usual multiple-beam Airy distribution, but is much enhanced by the fact that the outer orders involve quite high angles of incidence, since incidences range from normal to above 80°. The effective reflecting coefficient of the silver surface is very high for the higher incidences, with consequent increase in fringe sharpness.

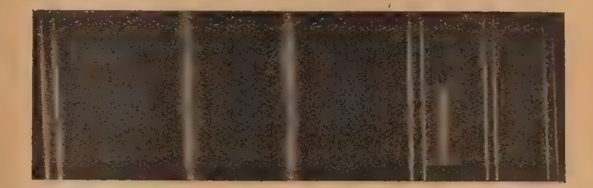
(4) An approximate calculation of the « diameters » of the fringes leads to an expression of a form resembling that of Fabry-Perot fringes. A calculation, which is a close approximation can be made if dispersion effects are neglected, and errors due to the large angles involved are disregarded. One then arrives at an expression for diameter d which is

$$d = 2R\sqrt{\frac{\mu\lambda(p+\varepsilon-1)}{t}}$$

in which R is the radius of curvature, μ the refractive index, λ the wavelength p the fringe order and ε the fractional order at centre. This closely resembles the formula for Fabry-Perot fringes.

When a spherical film is used, the fringes seen are circles, not straight lines. It is evidently clear from the geometry that each fringe arises from the locus of points at which the angles of incidence of beams contributing to any one specific fringe, make the same angle with the tangent to the curved surface. Furthermore, the fringe appearance and fringe formation can be regarded as more or less closely related (almost intermediate) to the classical systems of Lummer, now usually called either fringes of equal thickness or fringes of equal inclination. I therefore propose naming these new fringes as " *Fringes of equal tangential inclination* ".

The birefringent fringe doubling. — The fringe doubling is a complex matter involving two distinct features (*a*) crystallographic, (*b*) metal optics. It will be noticed from plate 4 that the fringe doubling, as a fraction of an order, actually increases on moving away from the centre. It is thus not a simple constant in terms of order separation. It is found that with increasing θ the fringe doubling diminishes and practically ceases, but then begins once



Pl. 4.

more. The explanation is simple when one recalls that moving across the fringe system corresponds effectively to a change of incidence from —90° to + 90°. Thus the birefringence alters and one finds the optical axes where the crystal is effectively no longer biaxial, and at these sections the fringes are single.

As to which particular fringes become single is entirely dependent on how the mica has been bent relative to its own optic axes.

Differential phase change effect. — It will be noticed that as the incidence increases, two additional features affect the fringe doubling (*a*) one of the fringe pair sharpens, (*b*) it also weakens. It will be immediately recognised that here we have in reality a very complex situation, for this is merely a repetition of the differential phase change effect already described in Paper II. It will be recalled that angles of incidence are high. Thus the observed fringe separation is a combined effect representing the birefringent displacement and added numerically is the phase change displacement. Now the latter, having already been determined, can be deducted, and the true birefringence effect obtained.

That this explanation of the observed effect is indeed correct has been firmly established by making use of an effectively isotropic film of cryolite.

III. A FURTHER APPLICATION OF LOCALIZED WHITE-LIGHT FRINGES OF SUPERPOSITION

By S. TOLANSKY.

Sommaire. — Les franges de superposition localisées qui apparaissent en lumière blanche dans un dispositif à franges de Fizeau sont utilisées pour mettre en évidence de faibles inclusions et changements d'indices dans le mica. On coupe en deux une feuille de mica argentée sur les deux faces et l'on utilise les deux morceaux pour produire un système de franges. Une différence de marche de 2,5 Å seulement peut être détectée à l'œil. Cette technique se recommande par sa simplicité.

Introduction. — The principle of superposition of fringes has been long in use, since in fact their discovery early last century by Brewster. Two types can be used, either fringes of equal inclination or fringes of equal thickness, and they can be used either with two beams or with multiple beams. The Brewster and Jamin fringes are typical two beam arrangements and the classical superposition system of equal inclination fringes used by Fabry, Perot and Buisson in the metre determination was the first use of multiple-beams for such fringes. More recently Sears and Barrell determined the refractive index of air with a closely similar optical arrangement.

By far the larger number of studies using multiple-beam fringes of superposition have been made with the fringes of equal inclination, and apart from very brief mention by Fabry in his book " *Les applications des interférences lumineuses* " very little use of the system using fringes of equal thickness appears to have been made.

It is the purpose of this Note to describe such an application, highly specific it is true, yet none the less of much interest because of its great power and simplicity. The method is applied to studying " invisible " inclusions in mica sheets. The illustrations used were taken for me by my assistant, Miss Austin.

Experimental. — The arrangements are of the simplest possible. The mica is cleaved and silvered on both sides (reflectivity $90 \rightarrow 95$ per cent). The piece of mica is cut in two, and the pieces held close together, i. e. effectively parallel. This is illuminated with a parallel beam of white light from an arc or pointolite and following the mica is a lens of focal length $25 \rightarrow 50$ cm. On placing the eye at the principal focus *localised* white light fringes of superposition are seen.

The results are striking. If the mica had consisted of a truly parallel-sided sheet, then one would only have seen a uniformity of illumination. But in general, mica sheets have minute steps on them, cleavage steps, and it has already been established that these are integral multiples of the crystal lattice spacing 20 Å, often only a single lattice spacing (*see* M. B. I.) yet possibly extending over quite large areas. Thus in the field of view one sees beautifully tinted areas, separated by cleavage lines. Plate 5 is a photograph of such a region and gives only a very poor impression indeed of what the eye actually sees, for the different regions have great purity of colour and are also very brightly differently coloured, e. g. green, red, blue, etc.



Pl. 5.

It is immediately obvious from the superposition principle that that in effect one has white-light multiple-beam interference over the path lengths which are the minute *differences* in thickness between the two mica sheets, i.e. over the cleavage areas. It has been shown elsewhere by the author (*see* M. B. I.) that when using single parallel-sided stepped films (in the " crossed Fizeau fringe technique ") a change of height of but one crystal lattice spacing in mica can make a 50 per cent change in the intensity of transmission. Indeed, it requires only the remarkably small alteration of 3.5 Å in optical path difference to produce a detectable 10 per cent change in intensity of illumination. Thus even with a *single* double-silvered film, and *monochromatic light*, a single lattice change is easily detected *providing one adapts the angle of incidence to give correct transmission*, as has been already fully discussed.

Now it is well known from the theory of the

compound Fabry-Perot interferometer (*see* Tolansky, *High Resolution Spectroscopy*, Methuen 1947) that the fringe width of a double interferometer, both identical, is $\frac{1}{\sqrt{2}}$ times that of either alone. Hence the sensitivity of the fringes of superposition to small changes in path is $\sqrt{2}$ times as great as in the case of a single mica film. Furthermore, one always finds a suitable colour available, and in addition, the eye is certainly far more sensitive to a slight *colour-tint* alteration than to a slight *intensity* alteration.

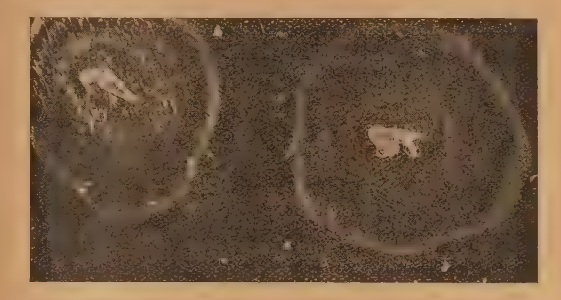


Pl. 6.

One recognises therefore that the sensitivity of the method is such that one should be able to detect optical path differences of only 2.5 Å, i.e. 1/2 000 th of a green light wave. This being so, even very slight variations in chemical composition of mica should show up. Any " invisible " inclusions should be revealed with very great contrast if they have a refractive index differing even slightly from that of mica. In plate 5 a mass of unsuspected secondary inclusions appear. These cannot be seen normally.

Plate 6 shows typical " invisible " inclusions. Two features may be remarked upon, namely, (*a*) the fringe sharpness, (*b*) the reproduction is only in monotone and gives a very inadequate picture of what is actually seen by the eye.

Plate 7 is another characteristic example. Here one sees that the inclusions have often a small crystalline nucleus, and one notices, too, the revealing secondary structure surrounding the nucleus. On other plates continuous variations appear in patchy areas, indicating secondary changes in chemical composition.



Pl. 7.

Conclusion. — The method has many obvious applications to the study of thick and thin films. For example, if films are put down in a selected piece of mica and then silvered, a means for studying film uniformity becomes available. This should find application in evaporated films, grown films, even crystalline deposits and probably organic monolayers.

It also becomes a means of matching thick optical specimens for exact equality (or equating two equal Fabry-Perot interferometers), for it is the differential effect which leads to the interference, but with thick specimens collimation will be critical. The fact that a special monochromatic source is not needed is a considerable attraction.

The rapidity and simplicity of the technique has much to commend it. White light sources (arcs) are so bright that one can tolerate quite heavy silverings and thus obtain maximum sensitivity. With thin specimens very crude collimation can be used with little loss in sensitivity.

It is re-emphasised that the monotone reproductions given here fail entirely to give an idea of the real sensitivity a colour reproduction reveals.

Intervention de M. O. S. Heavens.

The limit to the sharpness of the fringes of equal chromatic order would appear to be set by the statistical fluctuations in thickness of the deposited silver film.

This will in turn set a limit to the magnification which may be used between the interferometer and the dispersing system.

Intervention de M. Kuhn.

This beautiful method of detecting local inclusions and variations in refractive index is, of course, closely related to the interference microscope.

These fringes which are of the Brewster type are, however, entirely different from those used in the double interferometer. In the latter instrument, no interference takes place of any two rays which have suffered reflection in different etalons.

IV. THE OSCILLATIONS OF QUARTZ CRYSTALS AS REVEALED BY MULTIPLE-BEAM INTERFEROMETRY

By S. TOLANSKY.

Sommaire. — On forme des franges de Fizeau à ondes multiples entre un plan argenté et la surface argentée d'un cristal de quartz. Quand le cristal oscille, les franges donnent un tableau complet des nœuds et des ventres et des amplitudes locales. On a étudié des fréquences entre 100 000 et 3 000 000 Hz pour différents types de coupe. En argentant les deux faces d'un cristal approximativement plan-parallèle, on obtient des franges à l'intérieur du cristal oscillant. Par strosboscopie on peut obtenir les phases et les amplitudes locales. Les couches d'argent ne semblent pas affectées par les oscillations.

Introduction. — In this note a brief description is given of some striking experiments now being carried out by me, together with my assistant, Mr Bardsley. It was realized that it should be possible to employ multiple-beam Fizeau fringes to reveal the surface vibrations of an oscillating quartz crystal. Work was begun with some trepidation and doubts, for it was feared that the very vibration would prevent observation. When a fringe system is being employed in which a change of thickness of a few angströms produces an appreciable shift, it would at first appear foolhardy to attempt observations on a rapidly vibrating system. It has, of course, been axiomatic in multiple-beam interferometry to avoid vibrations and disturbances at all costs, yet as will be shown the experiments have proved to be highly successful and have yielded already considerable information.

The technique has up to now been applied in various modifications to a number of crystals ranging in frequency from 100 000 to 3 000 000 vibration per second. It has, of course, revaled information about the oscillating crystals, but at the same time it offers a new procedure for studying thin films, for we have here for the first time the possibility of studying the dynamics of moving films.

Experimental. — A. *Surface studies.* — The technique is simple. The selected crystal is optically worked so that the surfaces have a good polish. The surface to be examined is left with a small residual curvature, and is silvered suitably for multiple-beam interferometry. It rests on a similarly coated optical flat. Contact is made to the electric oscillating circuit in one of several possible ways, all of which function. Thus one electrode rests on the silvered flat, which is larger than the crystal. For the other electrode one can use (*a*) a light open mesh wire grid above, but not touching,



Pl. 8.

the crystal, or (*b*) a plate clamped on the crystal, as is often done in electrotechnics practice, or (*c*) the back face of the crystal is lightly silvered and a light spring contact touches it.

Multiple-beam monochromatic Fizeau fringes (white light fringes of equal chromatic order have also been used both in transmission and reflection)

are formed between the silvered crystal face and the silvered flat, and when the crystal is at rest, these show the contour of the crystal surface, as sharp fringes, and of course, their distribution is determined by the relative inclination of the two silvered surfaces.

As soon as the crystal is set into vibration, the fringes take on a remarkable appearance, and plates 8 and 9 are typical examples. The fringe pattern which appears is determined by the particular modes of vibration, which are fixed by the electric constants of the circuit and are readily altered by a variable condenser.



Pl. 9.

Without going into detail it is clear that the interference picture clearly reveals nodal regions and also one can readily calculate the exact amplitude of vibration at any position. The pictures are remarkably stable and remain unchanged for hours.

It is emphasised that there is no stroboscopic, only simple illumination, and it will be appreciated that the success of the experiments is in part due to deliberately keeping down the maximum amplitude of vibration to about at most 1.5 orders, say 4 000 A.

A remarkabke feature is the sharpness of the nodal regions which are certainly at rest to less than 50 Å, probably much less.

B. *Body vibration.* — Perhaps of equal interest to vibrations on the surface is the study of vibrations within the body of the crystal itself, and to do this a modified technique is required. A crystal was polished plane parallel (1.5 mm thick) and then one face deliberately worked into a slight curvature. With such a set-up, Fizeau fringes within the crystal were formed and because of the large separation of the two faces (1.5 mm) they are inevitably appreciably broadened.

The source to be used requires special consideration for the system is practically equal in resolving power to a corresponding Fabry-Perot interferometer, i. e. a resolving power of some 200 000 or so. Hence a water-cooled vacuum mercury arc suitable for hyperfine structure studies must be used and in fact, the hyperfine structure of the green line appears in the Fizeau fringes. The method has been gound quite successful and has yielded information.

Stroboscopic technique. — A successful stroboscopic technique has also been developed. In this a fraction of the electrical energy of the vibrating system is tapped off and used to excite a discharge tube either with internal electrodes, or by high frequency electrodeless discharge. The end result is to illuminate the oscillating system with a source of the same frequency. The fringes therefore appear at rest. But they no not have the same shape as the surface contour when at rest, for they reveal the relative phase effects and indeed show which regions are moving in opposite directions.

A further advantage of the stroboscope method is that bigger amplitudes can be employed. Yet the direct steady illumination procedure is the more revealing.

Conclusion. — It need not be emphasised that we have here a very powerful weapon for the study of the oscillations of the crystals and this is of course being very actively pursued, yet at the same time it is clear that the technique gives information (and can give much more) about the silver film. For clearly the film is also vibrating and when the surface shows multiple nodes some regions are quite at rest whilst nearby regions are moving through amplitudes perhaps 10 or 20 times the film thickness itself. Yet the reflectivity does not appear to suffer and this clearly indicates the non-continuous nature of the silver film. Since the fringes can be studied in reflection, it is possible to put a very heavy film on the crystal and investigate such films.

It is of interest to point out that even with a frequency of 10^6 times per second, since the maximum amplitude may only be, say, 5 000 Å, the actual velocities are very slight indeed, and only of the order of cms per second and no question either of Doppler effect or refractive index changes due to pressure in the air film can at all influence the observations.

Intervention de M. Roig.

Les expériences de M. Tolansky sur la vibration du quartz utilisent des franges fines à faible différence de marche. Je veux signaler la possibilité d'une expérience de nature différente : si une radiation monochromatique se réfléchit sur un miroir de quartz animé d'un mouvement d'oscillation, les déplacements de la surface provoquent par effet Döppler une modification de la radiation réfléchie. Si N est la fréquence de la radiation incidente, ν la modification de fréquence dans la radiation réfléchie, la distribution lumineuse obtenue sera

$$I(\nu) = \frac{I_0}{\sqrt{\alpha^2 - \nu^2}} \qquad (-\alpha < \nu < +\alpha),$$

$$\alpha = 4\pi f \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \qquad \text{(pour l'incidence normale)},$$

f est la fréquence d'oscillation du miroir, ε_0 l'amplitude d'oscillation, λ la longueur d'onde de la lumière.

Comme on n'a jamais de radiation incidente rigoureusement monochromatique on observera non pas les branches asymptotiques $v = \pm \alpha$ mais deux maxima (*fig.* 3 *b*).

Le résultat est-il observable expérimentalement ?

Prenons $f = 10^7$, $\lambda = 0{,}6\,\mu$, le pouvoir de résolution nécessaire serait

$$\alpha = \frac{2{,}5 \cdot 10^6}{\varepsilon_0} \qquad \text{(si } \varepsilon_0 \text{ est en microns)}.$$

Il paraît difficile pour une fréquence de 10^7 de dépasser l'amplitude de $1\,\mu$ sans amener la rupture du quartz.

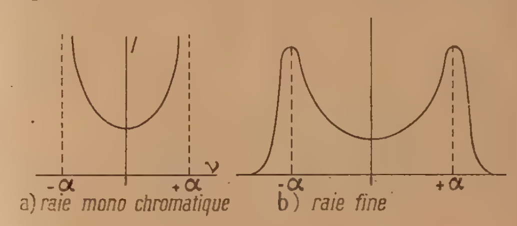


Fig. 3.

Il semble que l'expérience soit possible, mais à la limite des réalisations expérimentales; un pouvoir de résolution de plusieurs millions est réalisable avec un étalon de Pérot et Fabry; une source donnant une raie incidente suffisamment fine pourrait être fournie par un jet atomique.

PRACTICAL APPLICATIONS OF HIGH AND LOW-REFLECTING FILMS ON GLASS

By John STRONG.
Johns Hopkins, University, Baltimore, Maryland.

Sommaire. — Description (accompagnée de projections) des équipements d'évaporation thermique utilisés pour aluminier les grands miroirs de télescope, en particulier le réflecteur Crossley de l'Observatoire Lick, les miroirs de 60 et de 100 pouces du Mont Wilson et, enfin, le miroir de 200 pouces de l'Observatoire Palomar.

L'aluminiure des miroirs de célestat et des réseaux est discutée.

Discussion d'un procédé pour réduire la réflexion sur le verre, au moyen de couches déposées par évaporation thermique. Ce procédé utilise une première couche à gradient dont l'indice au contact du verre est le même que l'indice N du verre. Cette première couche a une épaisseur indéterminée $\left(\text{environ } \frac{\lambda}{2}\right)$ et son indice superficiel est voisin de N^2 : elle ne présente pas de couleurs d'interférences. Une deuxième couche d'indice N et d'épaisseur $\frac{\lambda}{4}$ est déposée sur la première, réduisant ainsi efficacement la réflexion. On utilise, pour former ces couches, des substances qui adhérent fortement au verre et présentent une grande résistance à l'abrasion. Ce procédé a été découvert aussi par Nadav (brevet canadien n° 418.289).

Introduction. — The purpose of this article is to supplement my former publications on applications of thin films to astronomical telescopes [1], to enhance their reflectivity. This activity began with my discovery of a practical method to evaporate aluminum films. Owing to the support of the Observatory Council at California Institute of Technology, it was possible for me to coat many mirrors extending from amateurs 6 inch mirrors to the Crossley Reflector of Mt Hamilton, and the 60 inch and 100 inch mirrors of Mt Wilson, and finally to the 200 inch mirror of Mt Palomar.

In addition to a report of aluminizing the last I shall report here, briefly, on a novel method of decreasing the reflection of glass which supplements my original publication on that art.

The 200 inch mirror. — Figure 1 shows the vacuum chamber in which the 200 inch mirror was aluminized. It is 19 feet inside diameter and 7 feet high inside. The walls and ends are made of 0.5 inch steel plate, the ends being reinforced with twelve radial 13 inch I-beams. It weighs 30 tons.

The gasketed seal between the chamber and its base plate appears in figure 1 at the third rung down from the top on the ladder.

The two Westinghouse 1 000 cubic feet per minute pumping units, on the top of the chamber, produced the necessary vacuum (about 10^{-5} mm of mercury).



Fig. 1.

One of the five platform arcs which surrounded the mirror, and afforded a walk from which workmen could wash the mirror face, is shown standing between the chamber and the open hatch of the observing floor in the telescope dome. Two of these platforms appear again in figure 2.

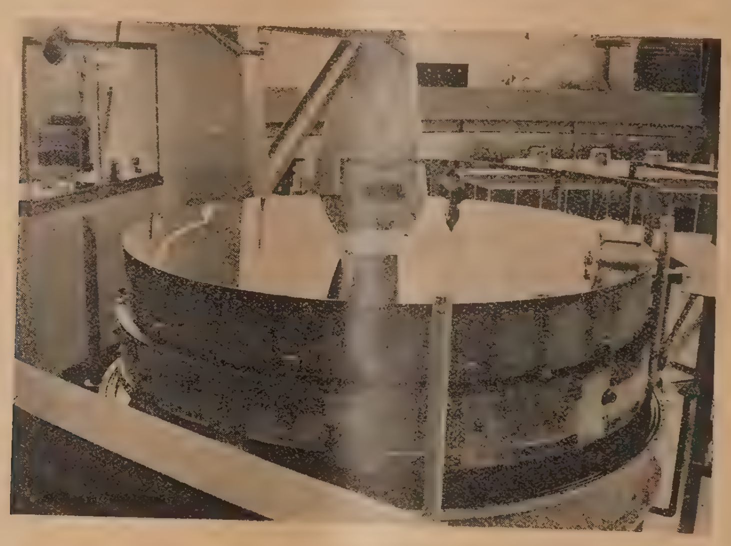


Fig. 2.

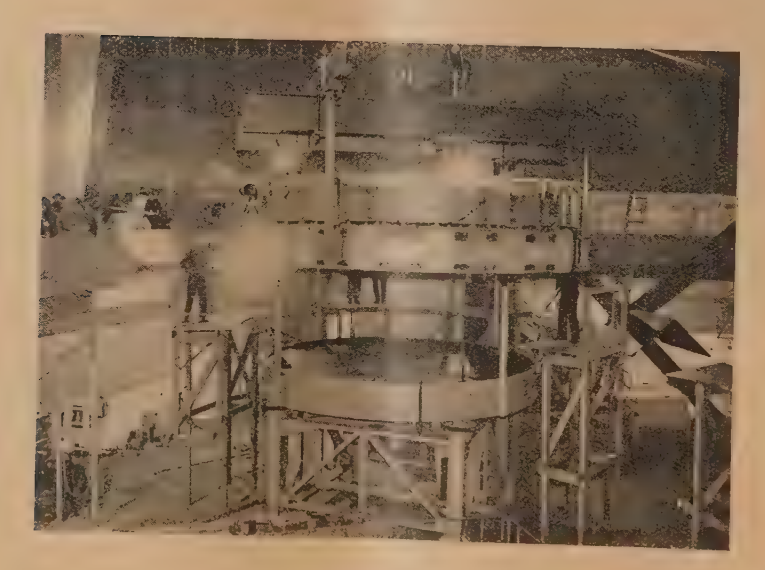


Fig. 3.

Figure 2 shows the mirror after being aluminized. Mr D. O. Hendrix, of Mt Wilson Observatory, cooperated with me during the summer and fall of 47 and future aluminizations are now his responsibility.

The bottom and top volumes in the chamber are separated by the mirror face, and a rubber gasket between the mirror and the chamber wall. The necessary high vacuum was thus obtainable in the upper volume of the chamber, while only a moderate vacuum was possible in the lower part, because of the many lubricated working parts

in the permanently attached mirror support.

The use of a silicon monoxide overcoat [2] was considered but this was abandoned when Dr Babcock's measurements showed only about 1 per 100 deterioration of the reflectivity of the 100 inch mirror in seven years. (This mirror was re-aluminized in 1947. Incidentally, the primary mirror of the 48 inch Schmidt telescope was first aluminized at the same time.)

The oil cleaning method of Colbert and Weinrich [3] was used. One of the holders of felt pads, used to rub the mirror face, is shown in figure 2 sticking in the elevator-motor cage, and also, in reflection, at the left side of the mirror face.

Aluminum was evaporated from 175 tungsten coils, all in a plane 20 inches above the face of the mirror. One half inches of 40 mil aluminum wire was evaporated from each coil. The coils were in circular arrays of 20, 40, 60, 70 and 100 inches radius with 10, 20, 14, 36 and 95 coils in each array.

I do not use a chromium substrate film either for astronomical mirrors or for our diffraction gratings here at Hopkins.

Non-reflecting film. — The novel procedure for making glass of index 1.5 " non-reflecting " employs a graded substrate film whose index next to the glass is nearly the same as that of the glass, N. This substrate film has an indefinite thickness $\left(\text{about } \frac{\lambda}{2}\right)$ and its index increases gradually and approximates N^2 at its outer surface. The substrate shows only feeble interference colors and it is presumed an ideal film would show no color. This affords a surface whose reflection, although much higher than formerly, can now be effectively eliminated by a $\frac{\lambda}{4}$ film of index N.

I succeeded in making such a film at first attempt which reduced the visual reflection of plate glass from 4 per 100 to 0.5 per 100. The graded film was deposited from two separate sources the first was a quartz source [4] and the last was a titania source. The evaporation periods of these sources were overlapped to effect the necessary gradation in the film from pure quartz (N) to pure titania (N^2). Finally the usual magenta film of quartz was deposited on the titania surface. Although I believe this was the first such evaporated film, the principle was subsequently found to have been recognized by Nadeau [5].

REFERENCES.

[1] *Astroph. J.*, 1936, **83**, 1 and references cited therein.
[2] John Strong. — *U. S. Patent*, **2**, 456, 899.
[3] Colbert and Weinrich. — *U. S. Patent*, **2**, 383, 469.
[4] Morgan. — *U. S. Patent*, **2**, 386, 875.
[5] Nadeau. — *Canadian Patent*, 418, 289.

SOME CURRENT DEVELOPMENTS IN MULTILAYER OPTICAL FILMS

By A. F. TURNER.
Bausch and Lomb Optical Co. Rochester, New York.

Sommaire. — 1. *Films antireflets achromatiques.* — On peut obtenir un facteur de réflexion nul pour deux, trois ou plusieurs longueurs d'onde en utilisant une combinaison de deux, trois ou plusieurs couches d'indices convenables, chaque couche est plus épaisse que la précédente d'un quart de longueur d'onde, la couche de départ étant quart d'onde.

2. *Miroirs froids.* — Les couches de germanium ont une réflexion métallique dans le visible, mais transmettent l'infrarouge. Le facteur de réflexion dans le visible peut être amené jusqu'à 90 pour 100 en employant deux paires de couches quart d'onde bas indice, haut indice, réalisant ainsi un miroir qui peut être utilement introduit dans un système optique, pour éliminer la chaleur.

3. *Réflecteurs métalliques sélectifs.* — En recouvrant un miroir d'aluminium d'un certain nombre de couches doubles (aluminium semi-transparent, diélectrique), on obtient une courbe de réflexion présentant des pics dont la finesse croît avec le nombre de couches doubles. Le facteur de réflexion pour chaque pic est celui du miroir support pour la longueur d'onde considérée.

4. *Filtres interférentiels à couches diélectriques multiples.* — Le facteur de réflexion des couches d'argent d'un filtre interferentiel est accru par l'emploi de couches doubles quart d'onde haut indice, bas indice. Il en résulte un grand accroissement de finesse de la bande passante.

5. *Filtres à réflexion totale frustrée.* — La couche métallique d'un filtre interferentiel peut être remplacée par des couches non absorbantes présentant le phénomène de la réflexion totale frustrée. En lumière polarisée la transmission du filtre est de 100 pour 100. On peut théoriquement obtenir des bandes passantes aussi fines que l'on veut, mais la rugosité des couches évaporées semble imposer pratiquement une limite.

The principal use of optical films is in the control of the reflection and transmission characteristics of surfaces in optical systems. For instance, if the reflectance of a glass surface is to be decreased, we apply a quarter wave low index film. If the reflectance is to be increased, we can employ a quarter wave high index film, or we may use a film of a metal. Many simple problems can be solved with these single films. However, as the demands upon the behavior of the coating become more complicated, it is necessary to use multilayer films. For example, if the coating be required to reflect or transmit strongly at only one narrow region in the spectrum, a multilayer film construction would certainly be involved.

In the following, we have chosen five current problems in multilayer films to survey. They are independent of each other.

1. Achromatic anti-reflection coatings. — The single quarter wave low index film at best suffers from the fact that zero reflectance can be obtained at only one wavelength. In practice, moreover, it is generally not possible to obtain a durable film of sufficiently low refractive index to satisfy the requirement for zero reflectance.

Various multilayer combinations involving two or more films have been proposed to overcome the index limitation of available filming materials. Usually, however, zero reflectance is obtained at only one wavelength [1]. This indicates that the design possibilities have not been fully exploited. With a double layer film we have sufficient independent variables (two indices plus two thicknesses) to give two points of zero reflectance; with a triple layer film, three points, etc.

P. J. Leurgans [2] has recently outlined a general method of designing anti-reflection film combinations which are " chromatic " in the sense that zero reflectance is obtained at two or more neighboring wavelengths. The analogy between this terminology and that used in lens design is apparent.

A qualitative method of determining the elements of an achromatic combination is illustrated in

figure 1 for a double film. The amplitude reflectance of a single quarter wave film on glass is first plotted (dotted curve). It is concave up if the amplitude is arbitrarily called positive. If we can add a second film, the curve of which is concave down, two points of zero reflectance will be obtained.

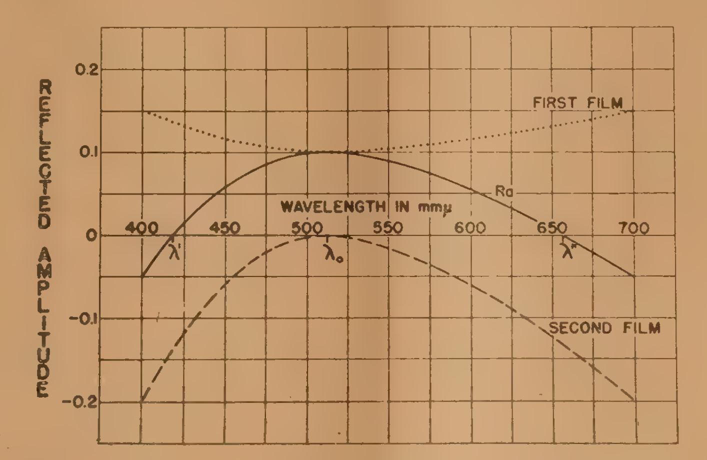


Fig. 1. — Method of designing an achromatic anti-reflection double film combination (not to scale).

A high index half wave film (dashed curve) introduced between the glass and the first film will produce this result. Analysis shows that its reflected amplitude contribution must be represented by a

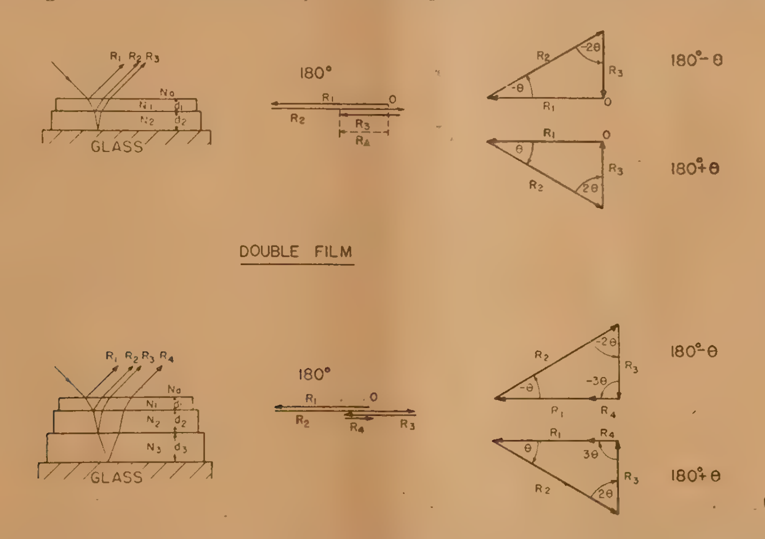


Fig. 2. — Vector diagrams for a double and a triple achromatic anti-reflection film combination.

curve which is concave down and which goes to zero at the half wave position. The resultant amplitude from this combination of quarter wave plus half wave films has zero amplitude at two wavelengths λ' and λ'' (Ra, solid curve).

This method of representation may be extended to other film combinations, and is very convenient as a guide in their design. Actually it is a variation of the more common vector treatment shown in figure 2 for both a double and a triple achromatic anti-reflection film. The length of each vector is given by the appropriate Fresnel amplitude reflectance coefficient and the angles between them by the optical film thicknesses. Zero reflectance results whenever a vector diagram closes. The requirement for achromatization is that the diagram

close in symmetrical positions on both sides of a reference phase position. This symmetry is introduced by using film thicknesses in the ratios 1 : 2 : 3 : . . . : N for a system of N films, the first film always being a quarter wave thick at the desired center of symmetry. Thus a double film is made up of a quarter wave plus a half wave film, as above; a triple film of a quarter wave, plus a half wave, plus a three-quarter wave film, etc.

With the film thicknesses given, the refractive indices may then be computed by exact methods. They will depend not only upon the index of the glass, but also on the phase angle θ at with the reflectance is to be zero. In figure 2 the angle θ was arbitrarily chosen as 30°. The double film will have a resultant amplitude reflectance vector of Ra at the quarter wave or 180° phase position of the top film. The reflectance here will be the same as if the quarter wave film alone were present. At phase angles of 180° $\pm \theta$, the reflectance drops to zero, and then rises for greater angles. A computed curve for a double film is given in figure 3.

A triple film has zero reflectance at the central 180° phase position and also at the symmetrical positions 180° $\pm \theta$ [3].

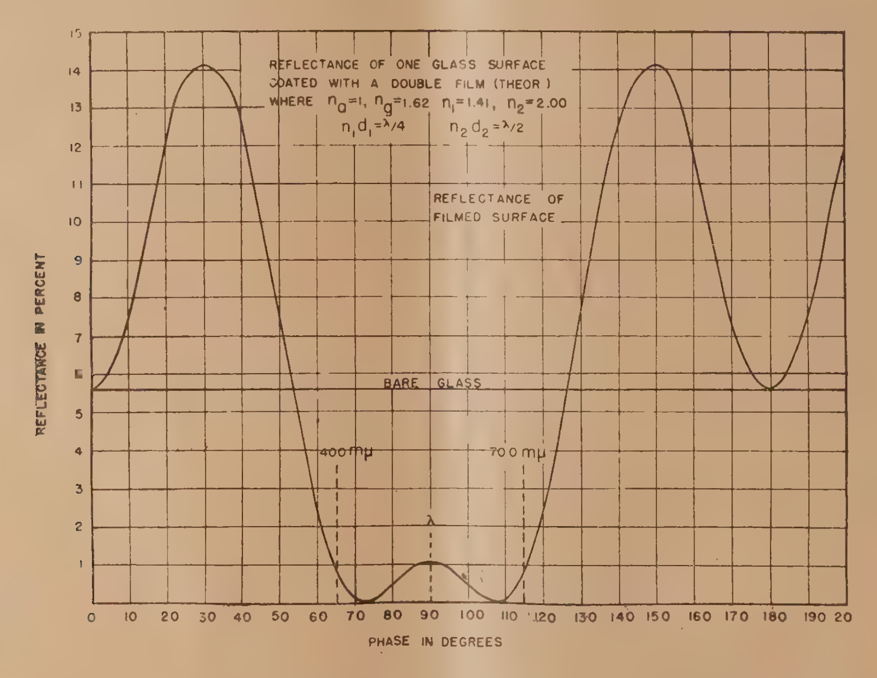


Fig. 3. — Calculated reflectance curve of an achromatic anti-reflection double film on flint glass.

Polar diagrams of the resultant amplitude reflectance vector for several multilayer anti-reflection films are compared with that of a single film in figure 4. This resultant vector is a line drawn from the center of a diagram to a point on the dotted curve, which is the locus of end points of the component vectors as the phase angle is changed.

For a single film, upper left, this locus is simply a circle. To be achromatic a film combination must have a polar diagram which not only passes through the center point (zero reflectance) more than once, but which in addition consists of two symmetrical branches about the 180° phase position. In the examples, these conditions are fulfilled only in the double and triple films (lower center, lower right) where both indices and thicknesses are determined.

Simple vector diagrams of the kind discussed are of definite advantage as guides in visualizing film behaviour, and can often be used to give quantitative results to a good first approximation. In Table I, however, the refractive indices of double and triple achromatic anti-reflection films have been computed by exact methods. The angle β is one-half the former angle θ. To select one example for a double film on crown glass of index 1.52 and $\beta = 15°$, the top quarter wave film must have an index of 1.31, the second, half wave film, an index of 1.78. If the quarter wave position were located at 510 mμ, such a filmed surface would

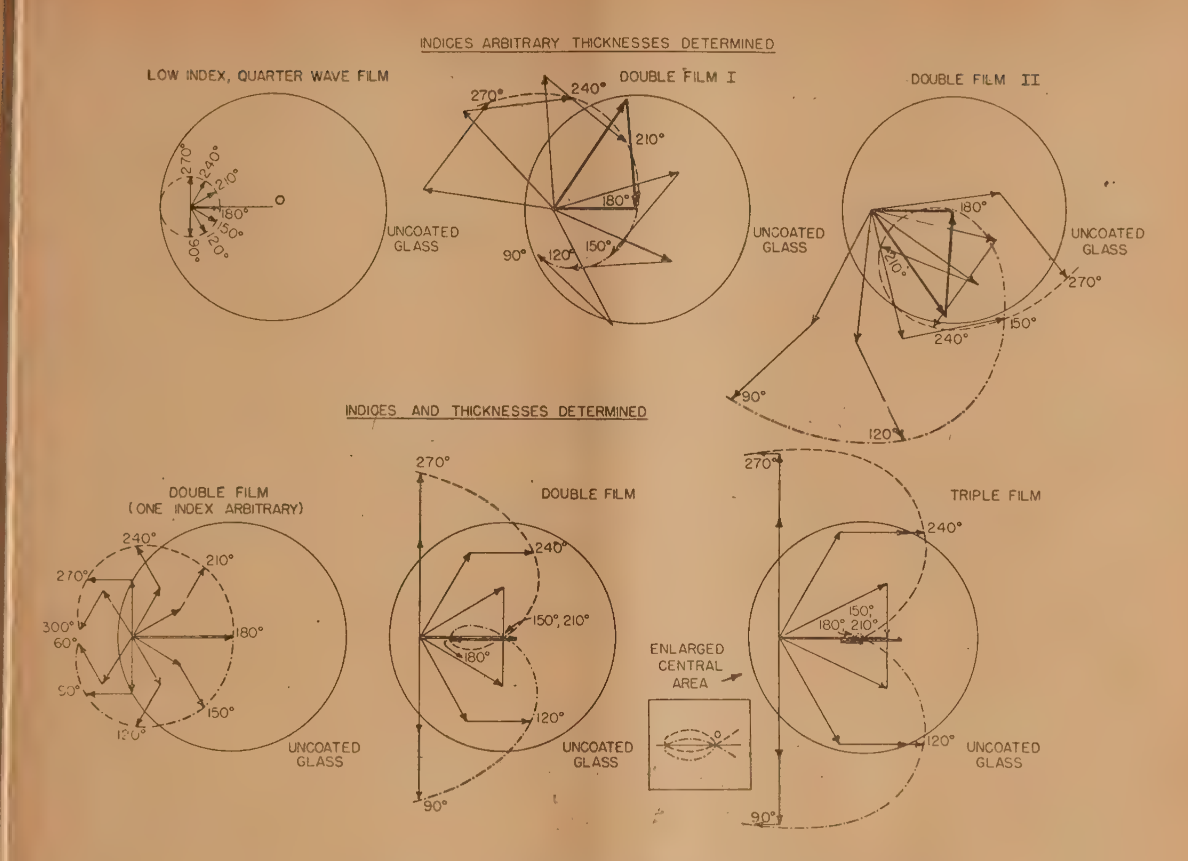


Fig. 4. — Polar vector diagrams of representative anti-reflection coatings.

Table I. — *Calculated refractive indices for achromatic anti-reflection film combinations.*

Table of film indices for a double anti-reflection film

where $Na = 1$, $N_1 d_1 = \frac{\lambda_0}{4}$, $N_2 d_2 = \frac{\lambda_0}{2}$,

$$\lambda'(90^\circ + \beta) = \lambda_0 . 90^\circ = \lambda''(90^\circ - \beta).$$

Ng.	β.	N_1.	N_2.
1.52	12.5°	1.28	1.74
	15	1.31	1.78
	17.5	1.35	1.83
1.62	12.5	1.33	1.90
	15	1.36	1.94
	17.5	1.41	2.00
1.72	12.5	1.38	2.06
	15	1.41	2.10
	17.5	1.48	2.19

Table of film indices for a triple anti-reflection film where $Na = 1$,

$N_1 d_1 = \frac{\lambda_0}{4}$, $N_2 d_2 = \frac{\lambda_0}{2}$, $N_3 d_3 = \frac{3\lambda_0}{4}$,

$$\lambda'(90^\circ + \beta) = \lambda_0 . 90^\circ = \lambda''(90^\circ - \beta).$$

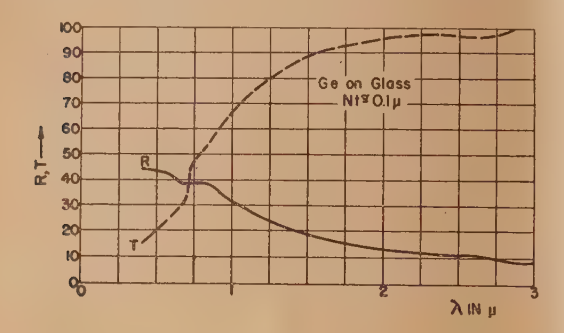
Ng.	β.	N_1.	N_2.	N_3.
1.52	10°	1.31	2.06	1.62
	15	1.33	2.03	1.64
	20	1.41	2.12	1.72
1.62	10	1.37	2.32	1.75
	15	1.39	2.27	1.775
	20	1.49	2.41	1.90
1.72	10	1.43	2.57	1.87
	15	1.46	2.53	1.91
	20	1.59	2.73	2.08

show a small peak here, with zero reflectance at 425 and 600 mμ.

The required refractive indices appear to lie within a reasonable range, but in attempting to make these achromatic films one is hampered by the lack of suitable materials to provide films with a variety of refractive indices. It is to be hoped that some day we may know many more different

filming materials than today. We need a film catalog, analagous to the glass catalogs of the optical glass manufacturers. As a matter of fact, the development in film design is paralleling, in a certain sense, that which took place in lens design. In filming, we are progressing from single films to multiple films, and this corresponds to the period of transition from singlets to achromats and apochromats in lens design history. And just as lens designers were faced at that point with the need for a greater choice of optical materials, we face the same problem with films.

2. **Cold mirrors.** — In projection systems, especially of the high intensity type, the elimination of heat often becomes a problem of the greatest importance. The mirror coating to be



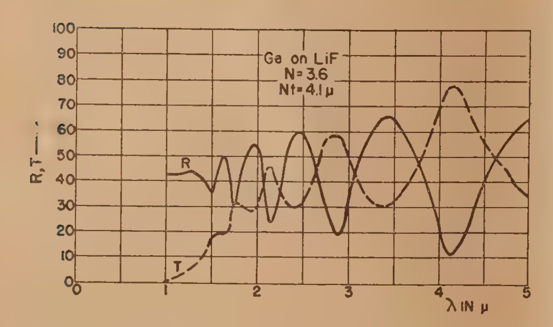


Fig. 5. — Measured reflectance and transmittance curves of two germanium films.

described now is an attempt at a solution of this problem by providing a film combination which will reflect efficiently the visible but transmit the infrared. This combination makes use of the fact that germanium, and other semi-conductors, reflect metallically in the visible, but become quite transparent in the infrared.

A thick film of germanium on LiF is found to have spectrophotometric reflectance and transmittance curves of the kind shown at the top of figure 5. This film transmits practically nothing below 1 μ. Above 1 μ the transmission increases rapidly, and both the transmittance and reflectance curves show the typical interference maxima and minima of a thin film having a small amount of absorption. In the region of transparency of this film, its refractive index was about 3.6, and the optical thickness 4.1 μ [4]. A much thinner film of germanium on glass gave the curves in the lower half of the slide. The transmission is nearly 100 per 100 beyond 2 μ. (The reason that $R + T$ adds up to more than 100 per 100 in some cases is because the reflection in the infrared was measured against gold as the 100 per 100 standard.)

Although the high infrared transmission of the thin germanium film meets one of the requirements for a " cold mirror ", the visible reflectance of 45 per 100 is too low to be useful. It can be built up to a much higher value by applying low index-high index quarter wave " LH " films pairs [5]. Directly on glass [6], such alternate low and high index quarter wave films raise the reflectance to a very high value at the quarter wave positions (*fig.* 6). (Actually, three-quarter wave films were used here in order to survey a greater phase angle range within the available wavelength range of the spectrophotometer.) As more films are added, the peak reflectance rises (e. g. from 41 to 72 per 100 on going from GLH to GLHLH), the dispersion of the reflectance increases, and secondary maxima appear, such as at 650 mμ in the GLHLH combination. The reflectance of metals may be enhanced in a similar manner, the present problem being to secure a sufficient increase before the dispersion of the reflectance becomes too strong for the use of the mirror in white light.

In figure 7 are both visible and infrared spectrophotometric curves which result from adding LH quarter wave film pairs to a germanium film.

For the top curves a quarter wave MgF_2 film plus a quarter wave ZnS film were applied to a Ge film originally transmitting 5 per 100 at 440 mμ. (The transmission near this wavelength is used as a measure of the metallic film thickness. The transmission of the Hg line at 436 mμ is employed to control film thicknesses during evaporation.) From 500 to 700 mμ the reflectance is above 80 per 100, and in the infrared, the transmission is near 70 per 100.

The addition of another LH pair increases the visible reflectance to over 90 per 100 at the peak (middle curves). However, in the infrared a secondary reflectance peak now appears at 1 μ where the LH films are 1/8 wave thick. This peak is unfortunately located at the wavelength of maximum energy emission of a tungsten lamp, where for some purpose it would be desirable that

a cold mirror have a minimum reflectance. A somewhat more favorable curve is had by making the germanium lighter (transmission at 440 = 17 per 100). A visible peak reflectance of 90 per 100 is retained, but the secondary maximum at 1 μ is cut in half to 30 per 100. In this last set of curves the individual reflectance of the germanium film component of the combination, $R = 41$ per 100, as well as of the LHLH quarter wave film subassembly alone are included. Comparison of the latter with the solid curve of the composite coating, shows that the presence of the germanium film contributes an additional 20 per 100 or more visible reflectance.

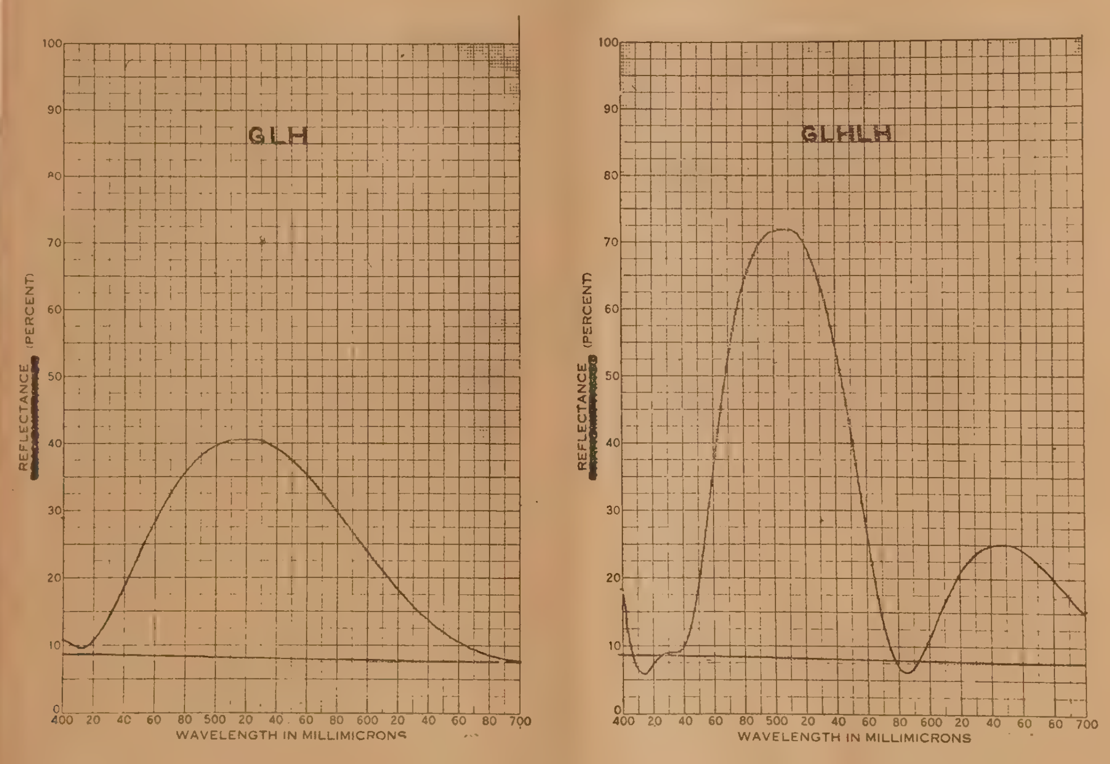


Fig. 6. — Measured reflectance curves of uncoated glass plates (straight curves) and of glass plates coated on one side with alternate low index-high index films.

It may be of interest to mention some preliminary results obtained using 14 s elliptical cold mirrors in comparison with standard silver mirrors in a high intensity carbon arc movie projector. Let the ratio of total units energy at the gate to the projected units of visible light be arbitrarily set equal 1 for the projector with the silvered mirror. With a cold mirror, the ration drops to less than 2/3. In other words, with a cold mirror, the amount of light projected could be increased 50 per 100, by increasing the brightness of the arc, without increasing the gate temperature above that now produced using a silvered mirror.

To speculate on the possibilities of an ideal cold mirror with complete infrared transmission and complete visible reflectance consider for example a black body at the temperature of the sun. It has more than 30 per 100 of its total energy at wave lengths within the visible. An ideal cold mirror in a projector using such a source would have a heat to light ratio, as defined above, of about 0.3. We might expect to be able to triple the visible light flux through the projector without increasing the heating at the gate above that found with a silvered mirror.

3. **Selective metallic reflectors.** — Multi-layer films offer many possibilities for making optical band pass filters. One important type operates in reflection. If a transparent metallic film is located in front of a metal mirror, the reflected spectrum is crossed by dark bands. This is observed, for instance, when testing metal flats with a lightly metallized test glass. It suggests the possibility of

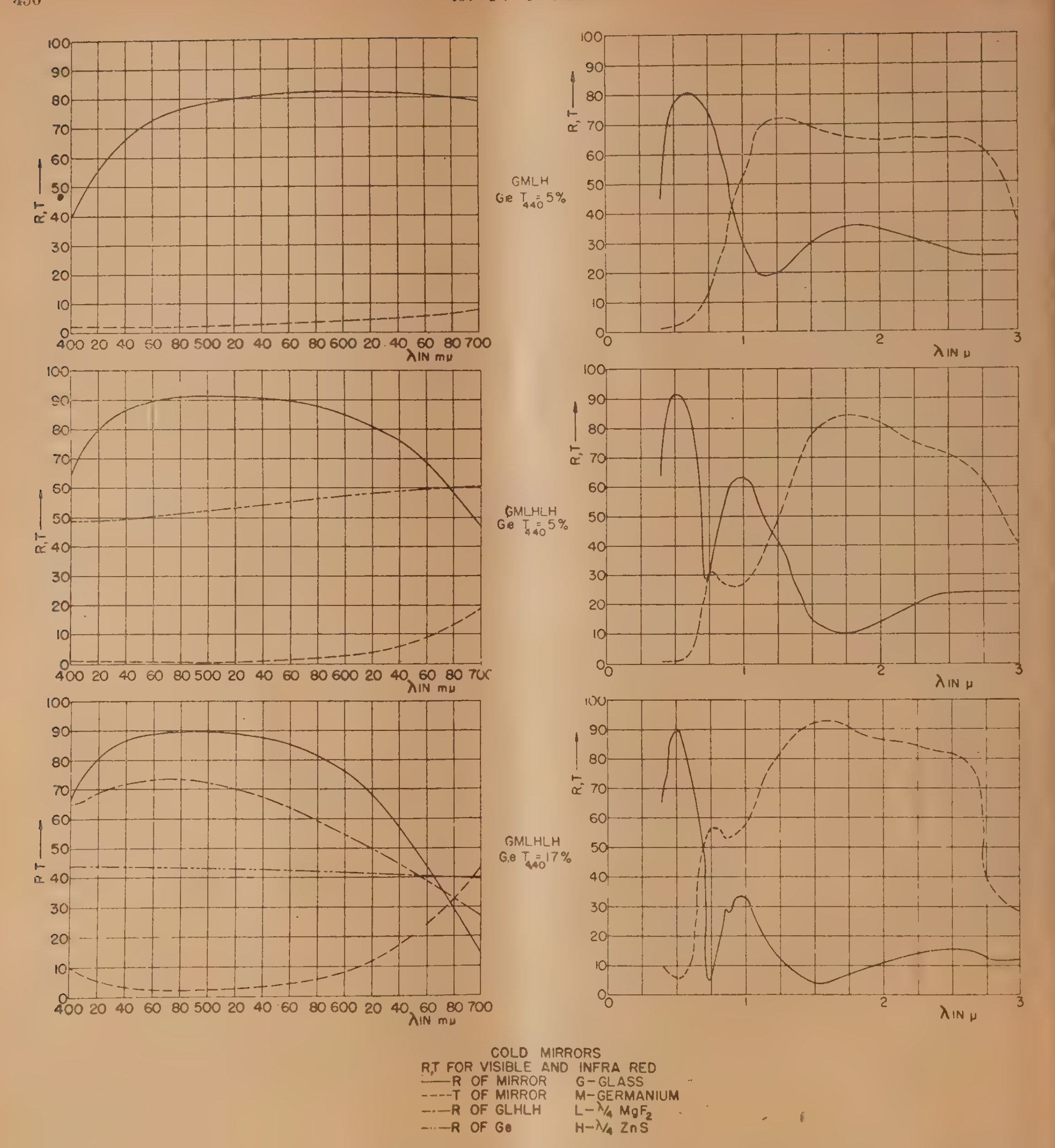


Fig. 7. — Measured reflectance and transmittance curves in the development of a cold mirror coating. Left-hand curves, visible region, right-hand curves, visible and infrared regions.

constructing a reflecting type interference filter by evaporating a dielectric spacer plus a transparent metal films onto a metal reflector. Hadley and Dennison [7] have pointed out the requirements on the semi-transparent top metallic film if the reflectance at the dark bands in the infrared is to be zero : it should have an electrical resistance of 377 Ω : □. We have concerned ourselves with the properties of an extension of this type of filter, using aluminum for the metal films and MgF_2 for the dielectric films.

Figure 8 is the calculated curve of a simple

reflecting filter in which the average optical constants of aluminum in the visible have been used [8.] The percent reflection is plotted against phase angle in the dielectric. The curve brings out several very typical characteristics of this film combination

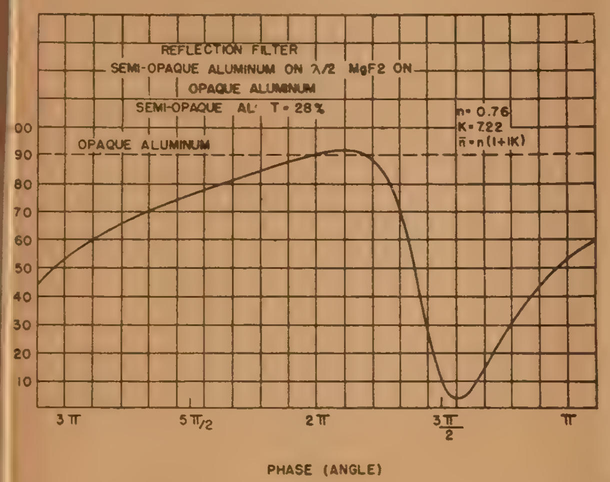


Fig. 8. — Calculated reflectance of an opaque aluminum mirror coated with a " half wave " film of magnesium fluoride, plus a semi-transparent aluminium film of 28 per 100 transmissionn.

First, at a phase angle in the dielectric of exactly 2π the reflectance is equal to that of the bare aluminum, an example of the general rule that the presence of a half wave film leaves the reflectance of any combination, of which it is a part, unaltered. For increasing phase angles, the reflectance drops slowly. For decreasing phase angles, it first rises to a maximum slightly above the reflectance of the bare aluminum and then drops suddenly. The minimum may be made zero by proper thickness of the top transparent aluminum film. Furthermore, the curve becomes more symmetrical as this aluminum film is made thinner.

Figure 9 is a measured spectrophotometric curve of such a reflection filter. The fluoride film was three half waves thick in the blue, giving a third order peak here, and a second order peak in the red. The two peak reflectances are over 90 per 100 and very nearly reach their theoretically expected value slightly above the reflectance of the bare opaque aluminum film, the curve of which is shown. The reflectance at the minimum goes practically to zero, a result which depends on the transmission of the top transparent aluminium film, 35 per 100 in this case.

In all interference phenomena, the resolving power increases with the number of coherent amplitude vectors which come into play. Hence, we would expect to produce sharper reflectance peaks by adding more dielectric-metal (DM) film pairs. Moreover, the peak reflectance should theoretically remain at least as great as the reflectance of the bare metal mirror at the wavelength of the peak. This follows because the peaks occur very close to the half wave positions of the dielectrics, where the filter reflectance equals that of the base metal film, independent of the number of DM pairs.

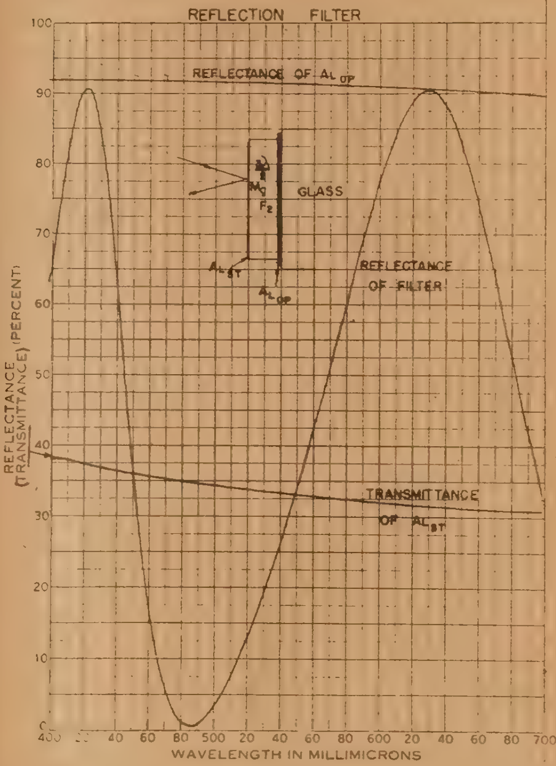


Fig. 9. — Measured reflectance of an opaque aluminum mirror coated with a magnesium fluoride film plus a semi-transparent aluminum film. The reflectance and transmittance curves of the two aluminum films respectively are also shown.

These predictions are borne out in practice, as the measured curves of figure 10 show. Three cases are depicted : opaque aluminum with one, two, or three DM pairs. Wavelengths in the origiinal spectrophotometric curves have been converted to phase angles to bring the peaks under one another for ease of comparison. However, the original peaks were all close together in wavelength, the second orders ($\theta = 4\pi$) near 400 mμ, and the first orders ($\theta = 2\pi$) near 800 mμ. Figure 11 is an original spectrophotometric curve of a double DM

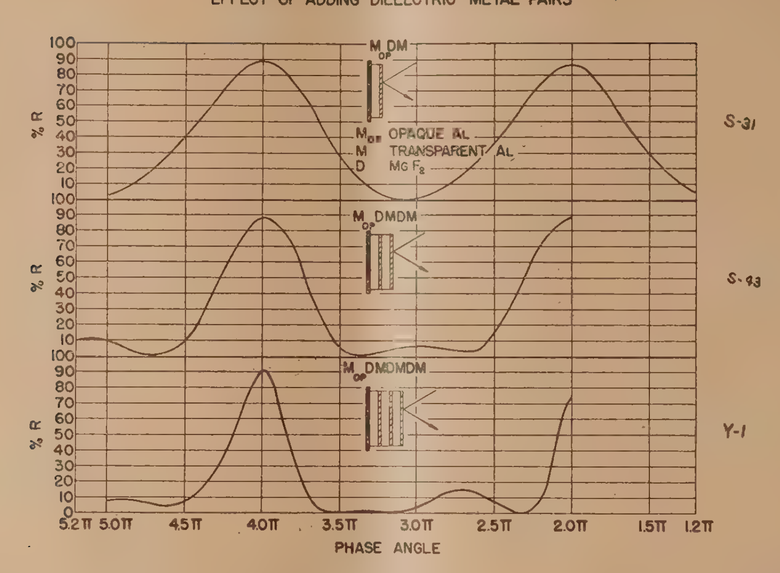


Fig. 10. — Decrease of half width in aluminum reflection filters resulting from additional DM film pairs. Measured curves.

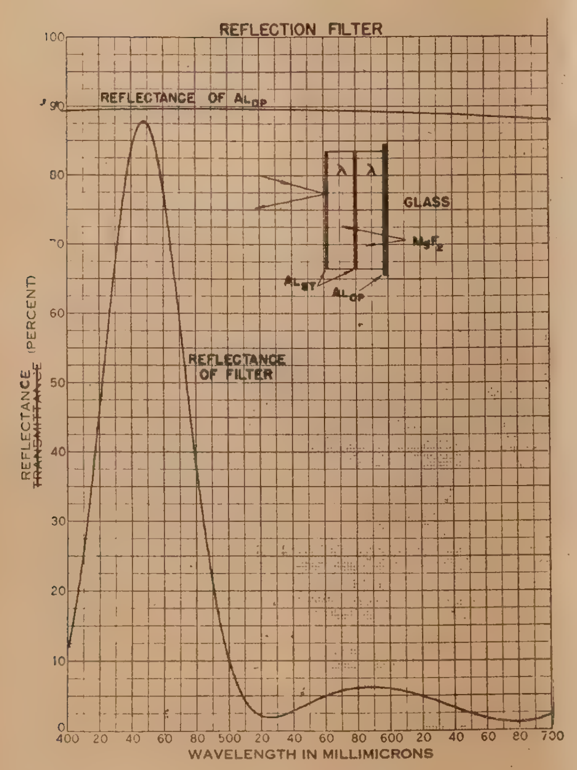


Fig. 11. — Measured reflectance of second order aluminum reflection filter with two DM film pairs.

filter, second order in the blue. (The low reflectance of the bare aluminum, top curve, is apparently due to the use here of a columbium boat for the evaporation of the aluminum. It possesses several technical advantages over tungsten, but seems to produce aluminum films of somewhat less reflectance.)

One DM pair results in one minimum between the peaks of successive orders; two DM pairs, two minima; three DM pairs, three minima, etc. While the peak reflectances remain at 90 per 100, the peaks become increasingly sharper. In terms of phase angle, the alf widths in the single, double, and triple DM filters are $0.8\,\pi$, $0.6\,\pi$ and $0.4\,\pi$ respectively.

Still narrower half widths have been obtained by adding more DM film pairs, but the experimental difficulties mount sharply, especially in the determination of the thicknesses of the transparent aluminum films which is done empirically at present. In the triple filter figure 10, for instance, the adjustment was still not quite correct to obtain equal heights of the secondary maxima. The delicacy of this adjustment of the aluminum film thicknesses will be apparent, qualitatively at least, when we consider that at the minima we are attempting to obtain vector diagrams which close completely. To a crude approximation, these diagrams will be made up of an amplitude vector from each aluminum surface. A change in the thickness of any one aluminum will, in general,

affect all the vectors. Each addition of a DM pair requires readjustment of all transparent aluminum films.

A practical limit is reached in the number of DM pairs which it is feasible to use for aluminum reflection filters. This limit is set by the fact that thin aluminum films of transmission greater than 30 per 100, such as are required for the top DM pairs, oxidize rather rapidly on exposure to air. The use of some less easily oxidizable metal, such as rhodium, should extend this limit.

In passing, the parallel between the interference peaks obtained with these film structures and the peaks at the Bragg angles in X-ray diffraction work may be pointed out. The transparent aluminum films in the optical case take the place of planes of atoms in the X-ray case.

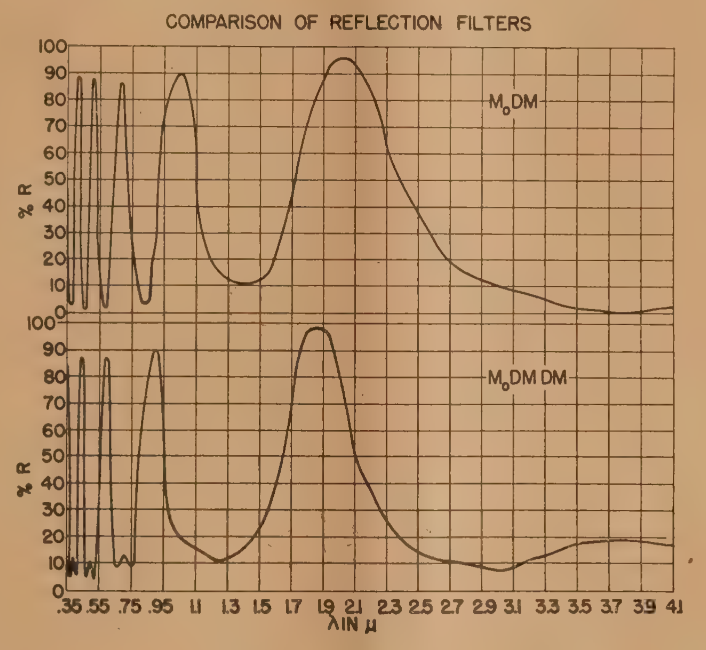


Fig. 12. — First order infrared aluminum reflection filters.
Measured curves showing the decrease in half width resulting from one additional DM film pair.

Figure 12 compares the spectrophotometric curves of a single and of a double DM filter, each having a first order peak near $2\ \mu$, and shows the narrower half width obtained with the double. The expected secondary maximum near $1.3\ \mu$ does not appear in the double, possibly because of incorrect adjustment of the aluminum thicknesses for this spectral region.

A further development in these reflection filters aims at the elimination of some of the principal interference reflectance peaks. In all of the filters thus far, there are peaks of 90 per 100 reflectance (since aluminum is being used) at phase angles of 2π, 4π, 6π, etc. This results because the dielectric films are all of equal thickness. If unequal dielectric thicknesses are used, it can be expected that some of these peaks will disappear, or at least be depressed. This is illustrated in figure 13. At the top, we have a normal double DM filter. Reflectance peaks occur at phase angles 2π, 4π, etc. In the filter of the second curve, the inner dielectric film has been made half as thick as the top dielectric film. The former was first order in the blue, the latter second order. The phase angles now refer to the top dielectric film. This combination of mixed order spacers has the effect of eliminating the first order principal peak at a phase angle of 2π in the top spacer film.

For the filter of the lower curve, a third DM pair was added with the thickness of its dielectric film three times that of the first. In the blue, the three dielectric films were first, second, and third order, respectively. A strong reflectance peak appears here, considerably sharper than in the preceding filter. But of special interest is the fact that again no peak appears at the phase angle 2π referred to the middle film. It seems probable that by better adjustment of the transparent aluminum film

thicknesses, the secondary maxima can be made lower and more uniform. This use of mixed order DM pairs appears to offer promise of obtaining pass band filters with well isolated peaks of high reflectance.

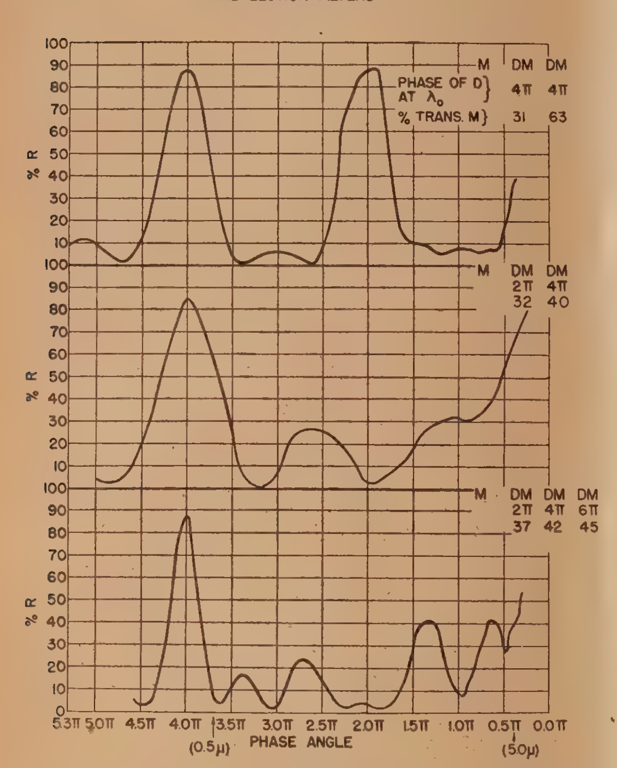


Fig. 13. — Suppression of principal maxima in aluminum reflection filters by mixed order DM film pairs.

Since the peak reflectances with aluminum are so high, it would be practical to use two or more different filters in series if a better background is needed than obtainable with a single filter. They would be chosen with principal peaks in register at the desired wavelength, but with secondary peaks out of register to provide a low resultant background.

Although the experimental work reported has been carried out in the visible and near ultraviolet and infrared regions for convenience in making measurements to establish principles, these filter constructions are suitable over a very much greater spectral range.

4. **Interference filters with multiple dielectrics.** — The efficiency of the simple Fabry-Perot type interference filter is very sensitive to variations in the reflectance and transmittance of the silver films. The higher the reflectance, the narrower will be the half width of the pass band and the higher the transmittance or, more correctly, the lower the absorption, the higher the peak. Now the reflectance of metal mirrors can be increased by the use of low index-high index quarter wave LH film pairs as discussed in connection with cold mirrors above. Since these LH films are of non-absorbing materials, their use in interference filters results in narrower half widths for a given peak transmission.

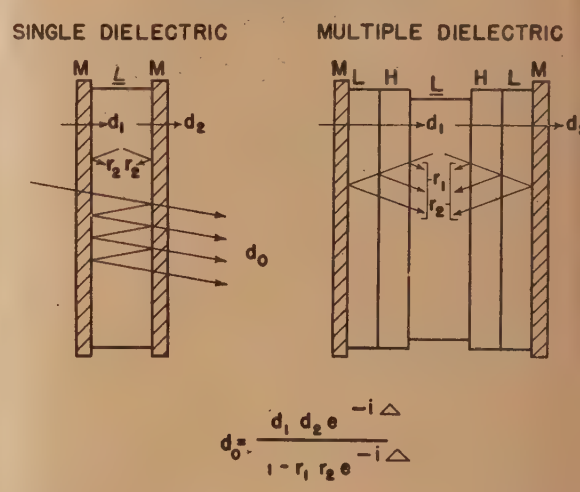


Fig. 14. — Film sequence in single and multiple dielectric interference filters, and resulting amplitude transmittance do. The amplitude vectors *d* and *r* are in general complexe. Δ is the phase shift produced by the optical thickness of the spacer film.

Figure 14 is a schematic representation of the construction of an ordinary interference filter, on the left, in comparison with a multi-dielectric type, on the right. In the latter, quarter wave LH film pairs are introduced between the half wave spacer film and the silver films. Only one pair on either side is hown, but more may be used. Their function is to increase the effective reflectance at the two surfaces of the half wave spacer film as illustrated in figures 15 and 16.

Figure 15 gives the spectrophotometric *R* and *T* curves of a transparent silver film on glass before and after the application of a single LH pair (three quarter wave films were used to provide a greater phase angle range within the wavelength limits of the spectrophotometer). At the (three) quarter wave position, $\lambda = 490\ m\mu$, the effect of the LH pair was to decrease the transmission

by 5 per 100, but at the same time, the reflectance increased by 8 per 100. The advantage thus gained is limited to the wavelengths in the neighborhood of the quarter wave region. For changes in phase by $\pm \frac{\pi}{2}$ ($\lambda = 420$, 590 mμ) from this position, the reflection is much less than from a single silver

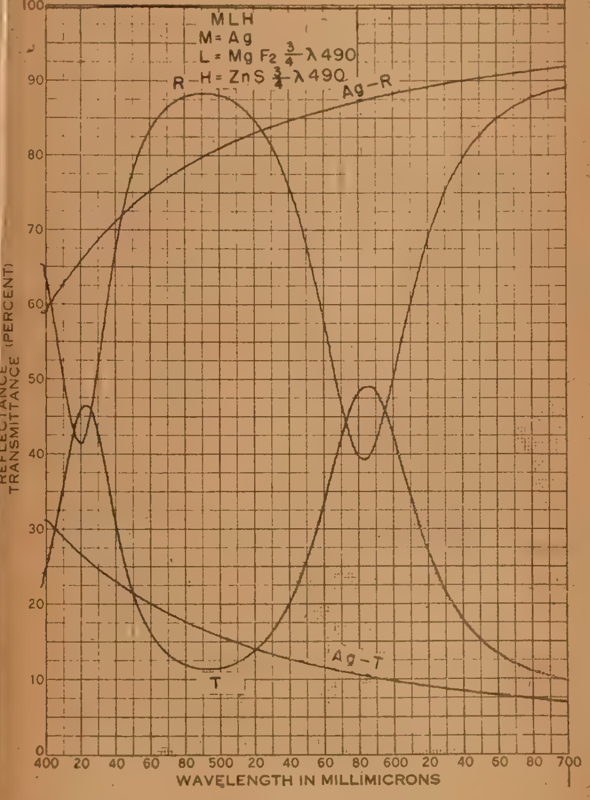


Fig. 15. — Measured transmittance and reflectance curves of a transparent silver film on glass before and afte the application of a single LH quarter wave film pair.

film. The peak pass band position of a filter using these LH pairs should, therefore, be located at their quarter wave position for minimum half width. Incidentally, we will then expect a disturbance in the background at phase angles $\pm \frac{\pi}{3}$ from the peak.

If a double LH pair is applied to a transparent silver film, the spectrophotometric curve is somewhat more complicated (*fig.* 16). There are now peaks of low reflectance and high absorption at phase angles differing from 2π by $\frac{\pi}{3}$ and $2\frac{\pi}{3}$ and background disturbances near these positions will be found in multi-dielectric filters made with two LH pairs on either side of the central spacer.

TABLE II. — *Representative measured photometric data on silver films.*

Comparative absorptions at 490 mμ Ag films on glass VS. Ag films enhanced with LH quarter wave films.

M = Ag, L = MgF_2, H = ZnS.

Film.	Trans (per 100).	Reflection (per 100).	Absorption (per 100).
M..........	16.6	79.8	3.6
M..........	10.4	87.25	2.35
M..........	9.7	89.0	1.3
M..........	6.9	92.2	0.9
M..........	5.0	93.8	1.2
MLH.......	11.3	88.3	0.4
MLHLH.....	3.9	96.1	0.0

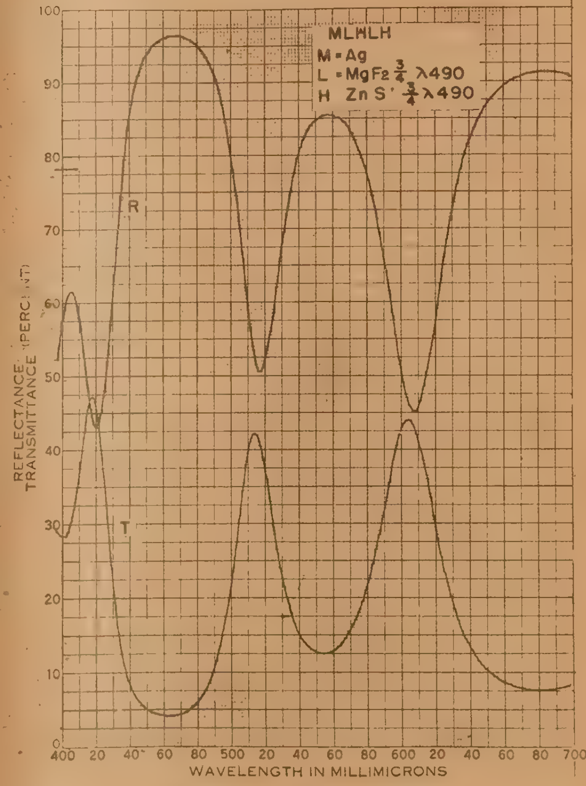


Fig. 16. — Measured transmittance and reflectance curves of a transparent silver film with two quarter wave film pairs. The silver film had the same thickness as in figure 15.

The absorption values of several transparent silver-on-glass films have been tabulated in Table II for comparison with those found at the three quarter

wave positions of the MLH and MLHLH combination of figures 15 and 16. The latter are very considerably lower.

Typical spectrophotometric transmission curves of two of the multi-dielectric filters are given in figure 17, together with the curve of an ordinary single dielectric spacer filter. In the second order, the latter filter with MgF_2 as the spacer film gives T = 44 per 100, H.W. = 12 mμ. Using two pairs of LH films on either side of a first order spacer, lower curve, practically the same transmission is obtained with a half width of only 2 mμ.

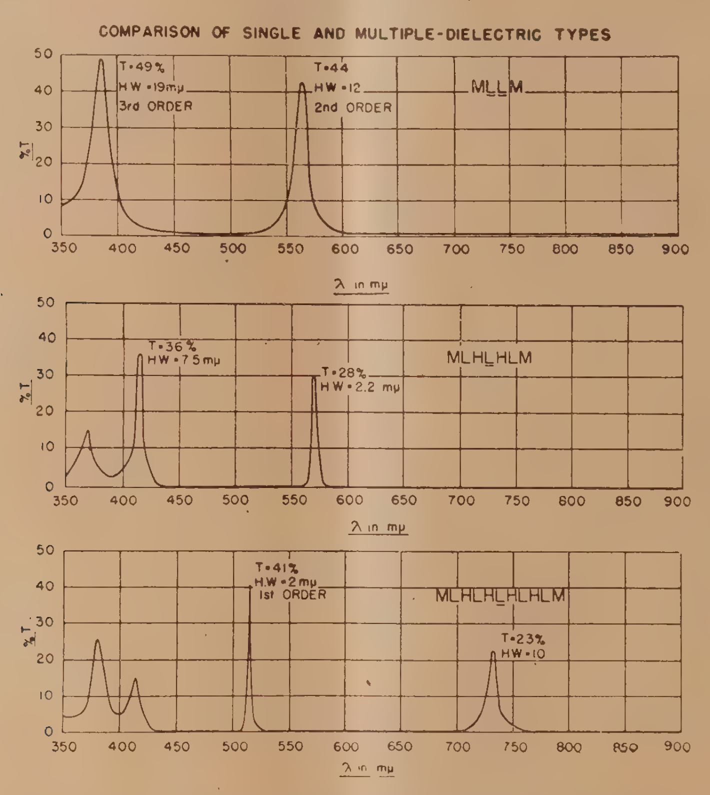


Fig. 17. — Comparative transmittance characteristics of single and multiple-dielectric Fabry-Perot type interference filters. Measured curves.

The middle curve is of a filter using one LH pair on either side of a first order spacer. The silver films were made heavier than for the lower curve to increase the reflectance with a view to obtaining about the same half width. The transmission consequently diminished to 28 per 100.

A very characteristic feature of the lower two curves is the double peak pass band in the blue. This is not the next higher order interference maximum in the usual sense, but rather represents the background disturbance referred to above. It occurs near where the LH film pairs on metals produce minima reflectance points, as in figures 15 and 16. The resultant change of phase with wavelength of the LH pairs adds to that of the spacer in such a way as to give rise to a pass band of doublet character. There is another background disturbance in the red toward decreasing phase angles. Within the spectral range covered, this appears only in the lower curve in the form of the peak at 740 mμ.

It is of interest to compare the half width and transmission characteristics obtained to date in the multi-dielectric type with those of ordinary first and second order silver-magnesium fluoride-silver filters (*fig.* 18). Transmissions versus half widths have been plotted for four kinds of filters. In each group the variation in T was obtained by a variation of the silver film thickness. The small numbers are the wavelengths of peak transmissions.

The straight lines have been drawn to be indi-

cative of typical filter performance in the green, but apply approximately throughout the visible. Whereas an ordinary MLM first order filter has a half width of 150 Å for 40 per 100 peak transmissions, the more complicated MLHLH L HLHLM type for the same transmission value has a half width of only 20 Å. Half widths of 11 Å have been obtained with a lower transmission of 28 per 100.

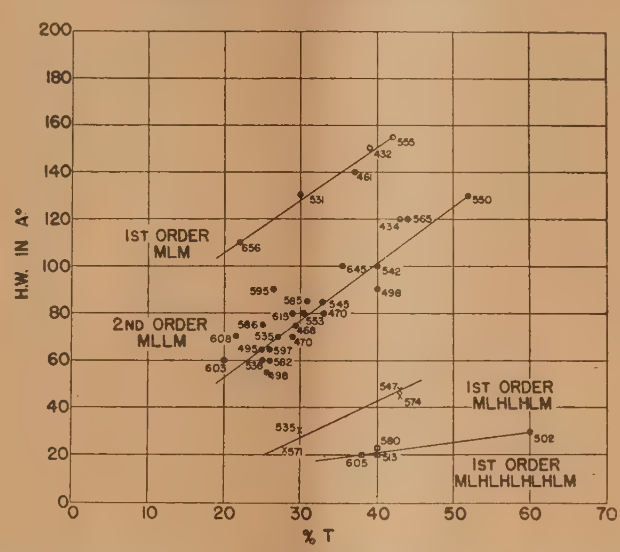


Fig. 18. — Representative optical performances of single and multiple dielectric Fabry-Perot type interference filters. Measured variation of half width with percent peak transmittance.

Very nerrow pass band coatings might also find application in reflection. In astrophysics, for example, if the telescope mirror of an objective prism spectrograph were provided with such a multi-dielectric filter coating, the narrow dark line appearing in the spectra might serve as a reference wavelength marker in measuring Doppler shifts. The dark line occurs in reflection at the same wavelength, of course, as the pass band occurs in transmission. Elsewhere, the reflectance is very high. The present half widths of 10 Å would provide reference dark lines which are probably too broad for all but the most extreme Doppler shifts, but there is promise that still narrower lines will eventually be obtained.

5. **Frustrated total reflection filters.** — The factor limiting the transmission of a metal interference filter is the absorption in the metal films.

Completely non-absorbing films in their place would give pass bands with 100 per 100 transmission. At the same time the films would need to be highly reflecting to obtain narrow half widths. Frustrated total reflection films satisfy these requirements. Frustrated total reflection occurs at a low index film imbedded in a high index material, and inclined so that the angle of incidence exceeds the critical. If the film is very thick, total reflection occurs. But as the film becomes thinner, the reflection is no longer total, it becomes " frustrated " so to speak, and some light " leaks " through (*fig.* 19). By adjusting the film thickness, any reflectance to transmittance ratio can be obtained. Since the F. T. R. film is made of non-absorbing material no light energy is lost in the process.

The metal films of an interference filter may be replaced by such frustrated total reflection films (*fig.* 20). [9]. A prism construction of high index glass must be used to obtain an angle of incidence greater than the critical. For example, magnesium fluoride of index 1.38 on glass of index 1.72 has a critical angle of 53.2°, so that a prism angle of 60° is suitable when using these materials. The filter is made by evaporating a layer of MgF_2 onto one leg of a 60° prism, then a layer of higher index material, here ZnS, to serve as a spacer, and finally a third film, of MgF_2. A second prism is attached with a cement whose index matches that of the glass. The completed filter construction is indicated schematically at the upper right in figure 20.

Just as in the ordinary metal interference filter, the thickness of the middle spacer film controls

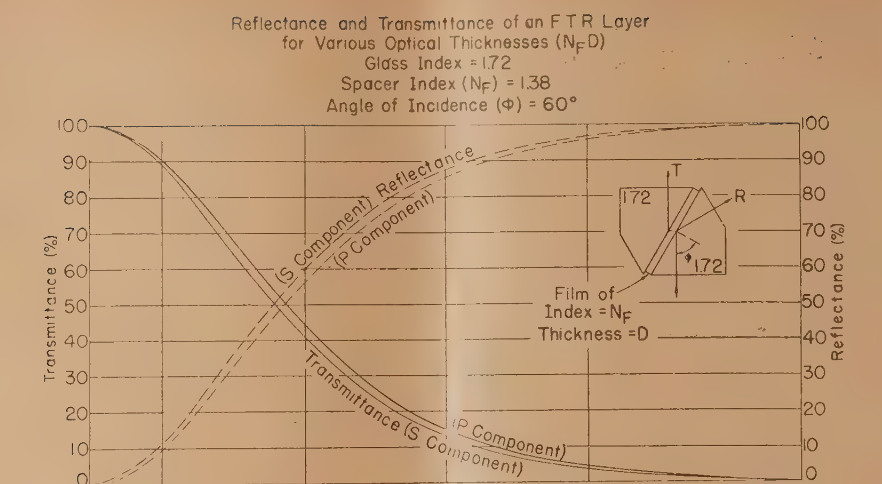


Fig. 19. — Calculated behaviour of a frustrated total reflection film.

the wavelength position of the pass band. When the total phase angle between multiple reflections is a whole multiple of 2π a pass band occurs. The phase angle results from the effective optical thickness of the spacer for the angle of incidence used, plus the phase retardation of the F. T. R. films. The approximate phase relations at F. T. R. films of the thicknesses employed in filters are shown in the insert compared with the phase shift at normal incidence on silver. The *s*-component is retarded more than the *p*-component. Consequently, the pass bands of F. T. R. interference filters are doublets, as the experimental curves indicate. Each component of the doublet transmits only linearly polarized light, the directions of polarization in the two components being at right angles to each other. The measured peak transmission for unpolarized incident light is near 50 per 100 as expected. For polarized light of the proper orientation, the transmission of each peak is, therefore, 100 per 100.

The half widths of F. T. R. filters may be decreased by going to higher order spacers or by increasing the thickness of the F. T. R. layer. In this latter

TABLE III. — *Comparison of measured and theoretical spectrophotometric data on frustrated total reflection interference filters.*

			Measured.			Theoretical.		
Filter No.	Mg F_2 Thick.	ZnS Thick.	λ (max).	T (max) (per 100).	H. W. (Å).	λ (max) (mμ).	T (max) (per 100).	H. W. (Å).
162 B	$3.0\frac{\lambda}{4}$	$3.48\frac{\lambda}{4}$	530 S	>93	120	482	100	110
			460 P	>93	66	394	100	70
163 B	$3.0\frac{\lambda}{4}$	$6.45\frac{\lambda}{4}$	508 S	90	50	487	100	57
			463 P	90	49	433	100	42
165 A	$4.5\frac{\lambda}{4}$	$4.86\frac{\lambda}{4}$	633 S	>93	75	673	100	–
			540 P	>93	60	556	100	–
166 B	$5.0\frac{\lambda}{4}$	$5.51\frac{\lambda}{4}$	654 S	>93	50	623	100	–
			455 P	< 1	–	416	100	–
5596	$5.2\frac{\lambda}{4}$	$3.55\frac{\lambda}{4}$	511 S	12	30	487	100	12
5595	$5.1\frac{\lambda}{4}$	$6.43\frac{\lambda}{4}$	502 S	4	30	478	100	6

method would appear to lie the great potentiality of the F. T. R. principle as applied to filters. Theoretically, a $\frac{\text{reflectance}}{\text{transmittance}}$ ratio in the F. T. R. films as high as desired should be obtainable by simply increasing their thickness. This would result in arbitrarily narrow filter half widths. At present, this goal has only been partially achieved.

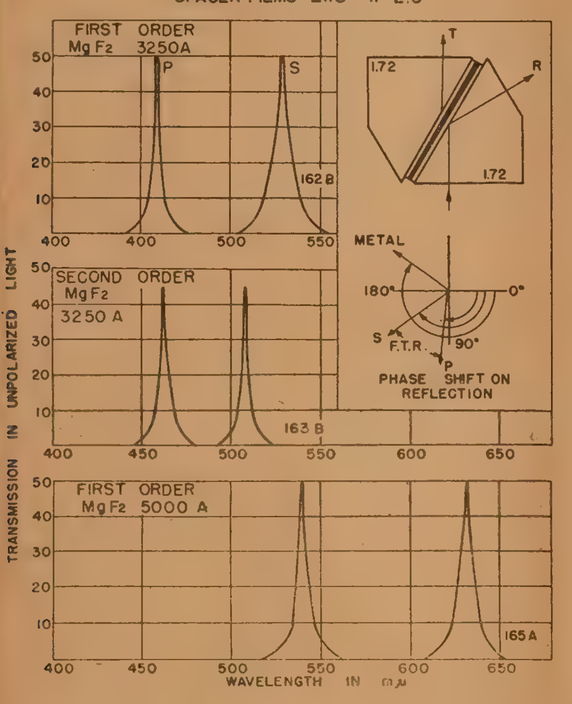


Fig. 20. — Insert : Construction of a frustrated total reflection filter; typical phase shifts at a frustrated total reflection films, and at a metal film for normal incidence. Measured spectrophotometric curves of frustrated total reflection filters, data in Table III.

Table III gives measurements and calculations on F. T. R. filters with increasingly thick F. T. R. films. The curves of the first three filters were shown in figure 20. Up to an F. T. R. film (MgF_2) thickness of 4.5 quarter waves (measured at 440 m μ) there is fair agreement between theory and experiment. Peak transmissions are above 90 per 100 (for polarized light) and half widths down to 50 Å are found. But for F. T. R. film thicknesses of 5 quarter waves, the transmission deteriorates and the measured half width is much greater than expected.

One reason for this disappointing result is the growing detrimental influence of the roughness of evaporated magnesium fluoride films as their thickness is increased. The demands on the perfection of the films in an interference filter are enormous, as the simple calculation in figure 21

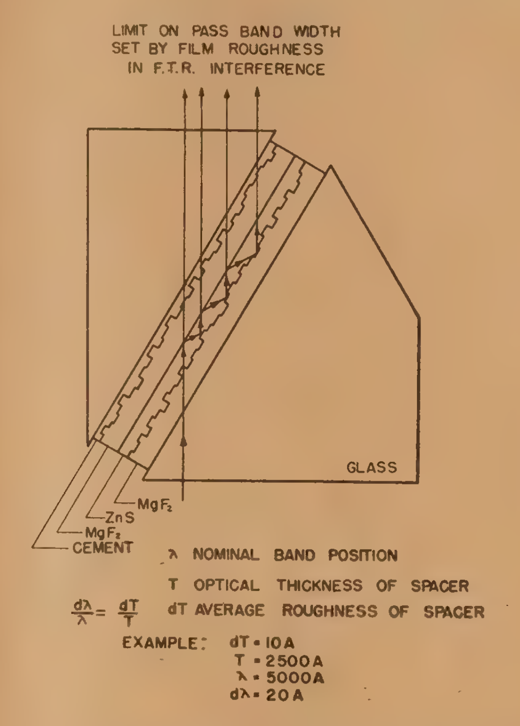


Fig. 21. — Schematic diagram showing undesirable influence of evaporated film roughness in F. T. R. filters. The contribution of each facet is displaced $d\lambda$ from the nominal wavelength λ of the pass band.

shows. (Diffraction has been neglected.) The deviation of the position of peak wavelength as a fraction of the nominal wavelength is equal to the fractional change in optical thickness of the spacer film. If the spacer film is rough, there will be deviations from its average optical thickness. For a first order spacer film at 5 000 Å, it requires a deviation in optical thickness of only 10 Å to shift the peak wavelength position by 20 Å. Hence, if a filter is to be made having a pass band half width of this order of magnitude, a roughness in the spacer of only 10 Å may be expected to cause an appreciable smearing out of the pass band [10].

Figure 21 indicates schematically our present ideas about film roughness in F. T. R. filters. The first MgF_2 film to be evaporated will have a rough upper surface. When the ZnS is then evaporated for the spacer there is some evidence that it tends

to fill in these irregularities, because of its high surface mobility. A spacer film results which is very rough on the one side. Similar conditions prevail at the second F. T. R. film surface in contact with the cement. These irregularities presumably cause the deterioration of the pass band when one attempts to produce very narrow filters.

On the other hand, it may be possible to turn these effects to advantage, by using them conversely to determine the degree of roughness of evaporated films. This has promise of being a very sensitive method for, if the above explanation is correct, large effects in filter performance may be expected from variations in optical thickness of the films of only a very few angströms.

In conclusion, we might point out that the use of F. T. R. films makes it possible to greatly extend the wavelength region for which interference filters can be constructed. Only dielectric materials, appropriate for the wavelength region in question, are required. Dr Billings has demonstrated [11] the feasibility of using this filter construction as far out as the radar region of centimeter waves, with polystyrene as the prism and spacer material, the F. T. R. layers being merely air gaps. Where solid dielectric materials are not available, one might consider the use of artificial dielectrics built up of arrays of dipoles.

Grateful acknowledgment is made of the contributions to various phases of the above projects by many former and present Members of this company, among them : C. Alexander, W. Cheston, H. Deuberry, D. Herriott, A. Hoffman, H. Hopkinson, W. Kirchgessner, P. J. Leurgans, Mrs A. Martin, R. Mead, B. Pakar, R. Rice, H. Schroeder, J. E. Swope, O. A. Ullrich and W. G. Urbon.

LITERATURE.

[1] Abelès F. — *Revue d'Optique*, 1949, **28**, 11, for a summary of several published combinations.
[2] Leurgans P. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 639 (A).
[3] Blaisse B. S. — *Ned. T. Natuurk.*, 1948, **14**, 317, gives a computed curve for a triple film of this kind but only the central minimum is zero.
[4] Brattain W. H. and Briggs H. B. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1705, where a much higher refractive index is reported.
[5] Turner A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 711 (A).
[6] Cartwright C. H. and Turner A. F. — *Phys. Rev.* 1939, **55**, 1128 (A).
[7] Hadley L. N. and Dennison D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 451; **38**, 483.
[8] Hass G. — *Optik*, 1946, **1**, 2.
[9] Leurgans P. and Turner A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 983 (A).
[10] Dufour C. — *Revue d'Optique*, 1946, **24**, 21.
[11] Billings B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 634 (A) and *Marseille Colloquium*, avril 1949.

V. — MISE AU POINT BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES SOLIDES

PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES SOLIDES

Par P. COTTON et P. ROUARD.

Sommaire.

1. INTRODUCTION.

On désigne sous le nom de lames minces des couches, transparentes ou non, dont les épaisseurs peuvent aller du diamètre atomique ou moléculaire à quelques microns. Les propriétés des corps en lames minces sont en général différentes des propriétés du même corps pris à l'état massif. Nous nous occuperons, dans le présent travail, uniquement des propriétés optiques des lames minces solides.

Du point de vue strictement optique, ces lames minces peuvent être transparentes (en général les diélectriques) ou présenter un coefficient d'absorption $k = \frac{\varkappa}{\nu}$ plus ou moins grand pour une radiation déterminée. Il n'y a évidemment pas de solution de continuité pour k. Toutes les valeurs sont possibles et peuvent même se présenter pour le même corps, pris sous la même épaisseur, suivant la longueur d'onde utilisée. On peut donc obtenir des lames ayant des propriétés extrêmement diverses pour la même épaisseur, ce qui est très intéressant du point de vue des applications.

Autrefois ces lames étaient préparées presque exclusivement par voie chimique ou par projection cathodique, ce qui donnait le plus souvent des couches plus ou moins altérées. Depuis une vingtaine d'années, les progrès de la technique du vide ont permis d'utiliser l'évaporation thermique pour cette préparation. On obtient ainsi des couches beaucoup mieux définies parce que pratiquement identiques, du point de vue chimique, au corps dont on est parti. Pourtant, dans certains cas parti-

culiers, on utilise encore la méthode chimique (34) ([1]) et la projection cathodique (31).

Les premières recherches avaient surtout un but scientifique (étude de la constitution de la matière, détermination des propriétés optiques et des constantes optiques, etc.). Dans les dernières années, l'importance industrielle de ces couches s'est beaucoup accrue. Le champ de leurs applications s'est en effet très élargi et il en est résulté un grand nombre de recherches ayant un caractère plus pratique.

Quelques études d'ensemble ont déjà paru, donnant une bibliographie assez complète. Elles sont d'ailleurs surtout consacrées aux lames minces métalliques. Citons d'abord l'article assez ancien de H. F. Fruth [1.1] dans lequel on trouvera des détails sur la projection cathodique et ses applications antérieures à 1931, et celui de K. Richter résumant les principaux faits établis en 1932 avec une bibliographie assez étendue [1.2]. Plus récemment H. Lange [1.3] a écrit un article de documentation, avec de nombreuses références. A. Andant a commencé une série d'articles dans le *Bulletin de l'Union des physiciens.* Seul le premier, consacré à la préparation des couches minces, a paru [1.4]. Enfin, le travail le plus important à notre connaissance est celui de A. Aron [1.5]. Terminé en 1940, il n'a malheureusement pu être publié qu'en partie en 1947. On en trouvera le texte complet aux Archives originales du C. N. R. S. sous le n° 234.

Les travaux cités ci-dessus se rapportent à l'ensemble des propriétés des lames, aussi bien optiques qu'électriques ou physico-chimiques.

En ce qui concerne les lames transparentes, P. Jacquinot [1.6] a donné une excellente mise au point de la question en 1942. On y trouvera une bibliographie critique très bien faite, consacrée surtout à l'abaissement du facteur de réflexion des surfaces optiques. Citons également un article très intéressant de A. Arnulf [1.7] se rapportant à la même question.

2. RECHERCHES THÉORIQUES SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES.

Étant donnée une lame mince d'épaisseur et d'indice connus (ce dernier étant complexe dans le cas des couches absorbantes) on peut tout d'abord se proposer de déterminer ses propriétés optiques théoriques pour diverses valeurs de l'épaisseur et une incidence déterminée ou pour diverses valeurs de l'incidence et une épaisseur déterminée.

Réciproquement, les propriétés optiques ayant été mesurées, on peut chercher à en déduire les paramètres caractérisant la lame (indice réel ou complexe, épaisseur).

Des problèmes analogues se posent pour des couches multiples ou pour des couches dont l'indice varie de façon continue.

Ces calculs sont tous, en fait, basés sur la théorie électromagnétique de la lumière. Une application aux lames minces de la théorie quantique de la réflexion métallique n'a pas encore été tentée, à notre connaissance.

Dans un article tout récent F. Abelès [2.1] a donné un exposé d'ensemble très documenté des principaux travaux théoriques faits, durant ces dernières années, sur les couches simples ou multiples, qu'elles soient absorbantes ou non.

Dans le cas particulier des couches transparentes on se reportera, pour tous les travaux antérieurs à 1942 à l'article déjà cité de P. Jacquinot [1.6]. On pourra consulter, sur ce même sujet : W. Weinstein [2.2], A. W. Crook [2.3], J. A. Wilcken [2.4], B. S. Blaisse et J. J. Van der Sande [2.5]. (Ces derniers auteurs ont étudié le cas d'un nombre indéterminé de couches).

La théorie complète des couches, simples ou multiples, peut être conduite de deux façons : ou bien en écrivant les équations de Maxwell et en les intégrant, ou bien en opérant suivant la méthode utilisée par Perot et Fabry pour la théorie de leur interferomètre, c'est-à-dire en considérant les amplitudes complexes des divers rayons réfléchis et en faisant leur somme.

La première méthode conduit, dans le cas de n couches, à intégrer $2n+1$ équations linéaires à $2n+1$ inconnues. Elle a été employée d'abord par P. Drude [2.6]. Les publications de cet auteur constituent, à notre avis, le travail de base auquel on se réferera utilement. Avant lui W. Voigt [2.7] s'était occupé de questions analogues.

De nombreuses publications ont apporté à ces Mémoires de Drude divers perfectionnements et en ont étendu les résultats au cas des couches multiples. Un effort a été tenté en particulier pour simplifier les formules obtenues en incidence normale. Nous citerons F. Kaempf [2.8], A. Partzsch et W. Hallwachs [2.9], P. Rouard [2.10]. En incidence oblique, on pourra consulter les travaux de K. Försterling [2.11], K. Försterling et V. Frecdericksz [2.12], A. Vašiček [2.13]. Nous reviendrons sur cette question.

Un autre procédé de résolution des équations de Maxwell, très employé dans ces dernières années, utilise le calcul matriciel. Citons comme auteurs ayant opéré ainsi : H. Herpin [2.14] qui a étudié

([1]) Les numéros de paragraphes sont indiqués entre parenthèses. Les numéros correspondant à des références bibliographiques entre crochets.

un système stratifié quelconque, F. Abelès [2.15] et [2.16], F. Scandone et L. Ballerini [2.17], B. S. Blaisse [2.18].

Enfin quelques auteurs ont utilisé pour ces calculs, optiques, la notion d'impédance qui s'est révélée si féconde en Électricité, en Mécanique et en Acoustique. Depuis l'époque où P. Curie a mis en évidence pour la première fois les analogies formelles qui existent entre les équations régissant le mouvement des systèmes mécaniques et celles qui commandent les mouvements de l'électricité dans les circuits électriques, les succès de cette méthode ne se comptent plus. On peut ainsi étudier les propriétés optiques des couches minces d'une manière simple en utilisant les méthodes connues depuis longtemps en électricité et profiter des résultats déjà obtenus par les électrotechniciens (*voir* notamment : L. Brillouin ou S. A. Schelkunoff [2.19]). L'impédance optique peut, par exemple, être définie comme étant le quotient $\frac{E_t}{H_t}$ des composantes parallèles au plan de séparation de deux milieux différents des vecteurs champ électrique et champ magnétique. Une couche mince se comporte alors comme un quadripole optique. Cette méthode est utilisée en particulier par R. Kronig, B. S. Blaisse et J. J. Van der Sande [2.20], B. H. Billings [2.21], R. B. Muchmore [2.22] et M. E. Rose [2.23].

D'autres auteurs ont employé la méthode utilisée par Perot et Fabry, notamment : M. Cau [2.24], M. Perrot [2.25] et, plus récemment, D. Caballero [2.26], A. Vašiček [2.27] et F. Abelès [2.28]. Elle conduit, dans le cas de n couches, à des relations de récurrence comme l'ont montré les trois derniers auteurs cités. Les formules que l'on obtient ainsi s'appliquent à un nombre quelconque de couches.

Les résultats obtenus par les deux méthodes sont identiques, ce qui confirme leur légitimité.

Quand l'indice de réfraction varie d'une manière continue, on obtient des couches qui ont des propriétés très intéressantes. Un certain nombre d'auteurs se sont occupés de ce cas particulier. Citons M. Schlick [2.29], H. Schröder [2.30], B. S. Blaisse [2.31], W. Geffken [2.32], W. Kofinik et E. Menzer [2.33] et enfin M. E. Rose [2.23].

Les calculs effectués à partir des formules que fournit la théorie électromagnétique de la lumière sont assez longs. Ce fut le mérite de M. Perrot [2.34] de montrer que le problème pouvait être résolu graphiquement. La méthode de M. Perrot, développée et améliorée par P. Cotton [2.35] et D. Malé [2.36] permet de tracer très rapidement et très facilement par exemple les courbes donnant les facteurs de réflexion et de transmission ainsi que les changements de phase correspondants, en fonction de l'épaisseur et des constantes optiques. J. Obreimov [2.37] et A. B. Winterbottom [2.38] ont employé des méthodes analogues.

L'avantage des méthodes graphiques sur celles qui permettent de tracer les courbes point par point est qu'elles utilisent certains résultats simples de géométrie élémentaire qui montrent immédiatement l'existence des minima ou des maxima des facteurs de réflexion ou de transmission, des variations brusques de phase, etc. et permettent de trouver, avec une approximation suffisante, les valeurs numériques correspondantes.

3. PRÉPARATION DES COUCHES MINCES.

La préparation des couches minces peut s'effectuer de plusieurs façons : projection cathodique, évaporation thermique, méthodes chimiques, méthodes mécaniques. La littérature sur ce sujet est très abondante, chaque auteur modifiant les méthodes générales pour les adapter au but particulier qu'il poursuit. Nous ne donnerons qu'un aperçu de ces différents procédés, renvoyant pour plus de détails aux mémoires originaux.

31. Projection cathodique. — Très utilisée autrefois, elle a un peu perdu de son intérêt depuis la mise au point de l'évaporation. Elle est cependant encore employée dans le cas de corps se vaporisant difficilement ou pour obtenir d'une manière simple des dépôts très uniformes sur de grandes surfaces (S. Tolansky [3.1]). Enfin, elle reste la seule possible dans le cas où l'on ne peut pas obtenir un vide très poussé (support de la couche ayant une tension de vapeur appréciable, installation à vide insuffisante, etc.).

On trouvera une étude d'ensemble et une bibliographie de la question dans les articles déjà cités de H. F. Fruth [1.1], de A. Aron [1.5] et de A. Andant [1.4], ainsi que dans un article de N. D. Morgulis [3.2].

Comme travaux récents citons ceux de A. Guntherschulze [3.3], C. H. Townes [3.4] et R. Seeliger [3.5].

Le fait que la projection cathodique s'effectue dans des vides peu poussés (10^{-2} à 10^{-3} mm de mercure) peut conduire à des modifications de la nature chimique du corps projeté ou de sa structure : voir par exemple J. B. Nathanson et C. L. Bartberger [3.6], M. Perrot [3.7].

32. Projection thermique ou évaporation. — C'est le procédé le plus employé à l'heure actuelle. Il s'applique en effet à un très grand nombre de corps et permet d'obtenir des dépôts aussi étendus qu'on le désire (grands miroirs de télescope ou de projecteurs par exemple). De plus, en raison du vide plus poussé qui règne dans l'enceinte où s'effec-

tue la projection (10^{-5} mm de mercure), la nature du dépôt est plus voisine de celle du corps dont on est parti.

La pression des gaz résiduels a une très grande importance. La nature des couches, leur structure, leurs propriétés physiques, etc. en dépendent.

Parmi les travaux récents sur ce sujet mentionnons ceux de O. Beeck, A. E. Smith et A. Wheeler [3.8], G. Hass [3.9] et [3.10], G. Hass et N. W. Scott [3.11], H. A. Stahl [3.12], R. C. Williams et R. C. Backus [3.13], H. Levinstein [3.14] et J. Robillard [3.15]. On trouvera dans ce dernier article une bibliographie assez importante sur la structure des couches métalliques minces. Ces différents auteurs se sont occupés également de la vitesse de projection. Cette vitesse doit être suffisamment élevée sinon la structure des couches est altérée (couches en amas globulaires). Enfin une contribution importante à l'étude des divers facteurs qui conditionnent une évaporation thermique a été apportée récemment par O. S. Heavens [3.16].

Ce procédé de préparation étant, en fait, le plus employé nous allons donner quelques détails pratiques pour sa mise en œuvre. On trouvera un exposé assez détaillé de l'appareillage nécessaire dans les ouvrages de J. Strong [3.17] et A. Arnulf [3.18], dans les articles de M. Banning et Paul [3.19], A. Andant [1.4], P. Jacquinot [1.6], etc. Cet appareillage fait du reste l'objet de réalisations industrielles, parfois très importantes [3.20], [3.21] et [3.22]. On trouvera des détails sur les installations allemandes, utilisées durant la guerre, dans les B. I. O. S., J. I. O. A. et C. I. O. S. [3.23].

Nous allons donner ci-dessous quelques détails correspondant à des techniques spéciales.

321. *Source.* — Le chauffage du corps à évaporer peut être réalisé de différentes manières :

a. Le corps est placé en contact direct avec un fil ou une lame métalliques de forme et de dimensions convenables parcourus par un courant électrique. C'est le procédé le plus simple et le plus généralement utilisé. Le choix du métal réfractaire dépend évidemment du corps à vaporiser. Il peut y avoir en effet projection simultanée du corps à vaporiser et du métal support (R. C. Williams [3.24]), rupture du filament par attaque, ou mauvaise adhérence du corps à vaporiser avec le métal réfractaire chauffant. On sera guidé dans le choix nécessaire par les données de W. C. Caldwell [3.25] et de L. O. Olsen, C. S. Smith et E. C. Crittenden [3.26].

b. Le corps à évaporer peut être placé dans un creuset réfractaire formé sur le filament chauffant. Cette technique a été utilisée en particulier par Olsen, Smith et Crittenden (*voir* ci-dessus). Ces auteurs, ainsi que N. W. Scott [3.27], signalent une réduction possible du corps réfractaire par le corps projeté.

Dans le cas de l'évaporation de corps particulièrement réfractaires, H. M. O'Bryan [3.28] utilise un creuset en carbone ou en molybdène. Ce creuset est chauffé par bombardement électronique.

c. Le chauffage par induction haute fréquence a été utilisé par Gross [3.29], H. N. Otis [3.30] et H. Lassen [3.31] en général pour des métaux faciles à évaporer. Par contre le chauffage par pertes diélectriques n'a pas été encore employé à notre connaissance. La technique des miroirs ardents : F. Trombe [3.32] permettra peut-être la réalisation de certaines projections très difficiles.

322. *Dispositifs auxiliaires.* — La platine qui supporte la cloche à projection est le plus souvent traversée par une ou plusieurs électrodes soigneusement isolées. Les unes servent à l'entrée du courant de chauffage (qui, dans certains cas, peut atteindre 2 à 3 000 Å). D'autres servent au dégazage de la cloche et de la surface à traiter (*voir* § 35). De plus, un écran, qui peut être manœuvré de l'extérieur, permet de réaliser un chauffage de la source, avant le commencement de la projection, sans risquer de souiller la surface à traiter. Ces dispositifs ont fait l'objet de réalisations diverses dont on trouvera un exposé dans les différents mémoires cités.

Un contrôle de l'épaisseur de la couche déposée est nécessaire dans bien des cas. On peut l'obtenir en vaporisant une quantité connue de matière sur la surface à recouvrir, placée à une distance déterminée de la source (procédé généralement utilisé dans l'industrie). Pour des recherches plus précises on peut mesurer, au cours de la projection, les propriétés optiques de la surface à recouvrir ou d'une surface auxiliaire, traitée en même temps. Les réalisations de montages permettant ces mesures sont nombreuses; signalons en particulier celles de C. Dufour [3.33], J. Roig [3.34] et A. Andant [3.35].

323. *Montages spéciaux.* — L'évaporation à partir d'une source unique ne fournit pas une couche d'épaisseur uniforme sur un plan. La loi de répartition des épaisseurs est semblable à celle que l'on obtient quand on étudie l'éclairement par une source lumineuse.

Pour obtenir un dépôt d'épaisseur rigoureusement uniforme on doit donc utiliser un montage spécial. Pour traiter une grande surface (miroir de télescope par exemple) on peut, comme le fait J. Strong [3.17], utiliser plusieurs sources convenablement réparties. Dans le cas de surfaces de petites dimensions (lames d'interféromètres par exemple) on peut, avec Fisher et Platt [3.36] faire tourner la surface sur elle-même en orientant convenablement l'axe de rotation, ou disposer, comme le font Brian O'Brien et T. A. Russel [3.37], un disque réducteur convenablement ajouré entre la source et la surface traitée. Cette dernière technique, très souple, permet de réaliser

des dépôts dont l'épaisseur varie suivant une loi bien déterminée; on peut ainsi obtenir des miroirs paraboliques à partir de surfaces sphériques (J. Strong [3.38]) ou des lentilles asphériques (L. G. Schulz [3.39]).

Pour certaines applications : coins photométriques, lames pour apodisation, etc. il faut que le dépôt ait les mêmes propriétés le long d'une droite; on pourra alors utiliser le montage de P. Jacquinot [3.40].

La réalisation de couches antireflets, de couches à facteur de réflexion élevé, de filtres interférentiels, de polariseurs, etc. a conduit divers auteurs à mettre au point des techniques de préparation de couches superposées, chacune ayant une épaisseur et un indice déterminé. On conçoit facilement que la préparation de ces couches impose de contrôler, à chaque instant, l'épaisseur de chaque couche pendant sa préparation. De plus la couche multiple doit être préparée en une seule opération, c'est-à-dire sans faire rentrer l'air dans la cloche. On trouvera ci-contre le schéma de l'appareil réalisé pour cet usage par P. Jacquinot et C. Dufour [3.41] aux laboratoires de Bellevue.

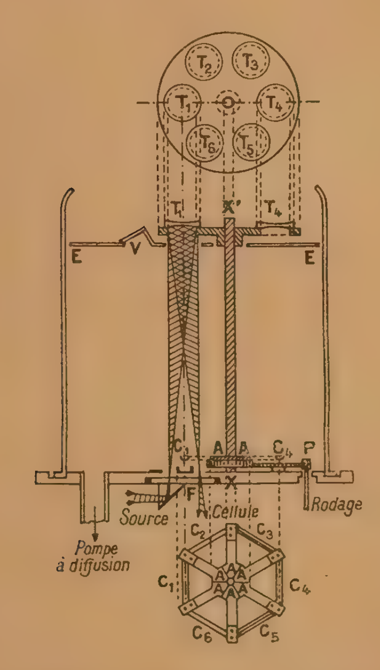


Fig. 1.— Schéma du mécanisme pour évaporation de couches multiples.

324. *Préparation des couches transparentes antireflets.* — Pour constituer les couches transparentes antireflets, les corps que l'on utilise sont généralement des fluorures alcalins, alcalino-terreux ou mixtes. Pour avoir des détails expérimentaux on pourra consulter utilement S. Bateson et A. J. Bachmeier [3.42], S. Bateson [3.43], J. Bannon [3.44] et J. E. Tyler [3.45] qui emploient le fluorure de magnésium, G. S. Monk [3.46] qui utilise NaF et French [3.47] qui emploie la cryolithe. De nombreux brevets sont consacrés à cette question. On trouvera quelques détails sur les brevets allemands dans les publications des Services de Recherches des Alliés [3.48].

33. **Méthodes mécaniques.** — Un exemple de ces méthodes est fourni par le procédé mis au point par K. Blodgett [3.49] (enlèvement d'un film d'arachidate de cadmium et d'acide arachidique à la surface de l'eau). De même, W. Lotmar [3.50] signale que l'on peut obtenir une couche antireflets en recouvrant la surface du verre d'un vernis convenable. L'uniformité d'épaisseur de la couche est obtenue par centrifugation.

Le dépôt par précipitation de silice gélatineuse, suivi d'un essorage et d'une cuisson, a reçu des applications industrielles. Il a été employé notamment pendant la guerre en Allemagne [3.51]. On trouvera des détails dans l'article de A. Arnulf et R. Genty [3.52] ainsi que dans de nombreux brevets.

34. **Méthodes chimiques.** — L'argenture chimique, très utilisée autrefois, fait encore l'objet d'applications dans le domaine industriel [3.53]. On pourra consulter à ce sujet Barnard [3.54], Vinokoussof [3.55], R. Morgan et R. D. Myers [3.56[. Dans un article de P. B. Upton [3.57] on trouvera des indications sur les procédés par réduction des solutions aqueuses (126 références). Citons encore pour mémoire le platinage, le cuivrage du verre (S. Wein [3.58]), la dorure (Gibson [3.59]).

On utilise actuellement de telles méthodes pour déposer des substances difficiles à évaporer comme la silice ou l'oxyde de titane. On obtient des couches minces de ces corps en produisant par réaction chimique à la pression normale, une vapeur qui se dépose sur le corps à traiter. De nombreux brevets allemands se rapportent à ces procédés. On en trouvera l'analyse dans un article de Tanner et Lockhart [3.60]. Ces méthodes sont surtout employées pour réaliser des dépôts à fort indice de réfraction. On les a également utilisées pour des revêtements de silice sur de grandes surfaces [3.61].

Mentionnons également l'attaque du verre par les acides dilués pour obtenir des couches squelettes de silice. On réalise ainsi des couches antireflets sur certains verres. La technique varie suivant les auteurs. En général on plonge la surface à traiter dans un bain d'acide dilué (NO_3H par exemple). On trouvera des détails expérimentaux précis dans des publications de F. L. Jones et H. J. Homer [3.62], H. Schröder [3.63], F. H. Nicoll

et F. E. Williams [3.64] et dans un article de Mlle F. Flamant [3.65]. Ce procédé fournit en général des couches assez efficaces parce que leur indice varie d'une façon continue. Il a fait l'objet d'un certain nombre de brevets [3.66].

Enfin signalons une méthode mixte utilisée par certains auteurs. Pour obtenir de la silice, G. Hass et N. W. Scott [3.67] projettent tout d'abord une couche de SiO qu'ils oxydent ensuite. On peut rapprocher de ce procédé l'oxydation anodique contrôlée des surfaces aluminiées dans le but de former une couche protectrice d'alumine (G. Hass et N. W. Scott [3.68]).

35. **Nettoyage des surfaces à traiter.** — Cette question est très importante parce que la nature, la solidité et l'adhérence des couches obtenues en dépendent, quel que soit le procédé de préparation utilisé.

Il n'y a pas, à l'heure actuelle, de technique universelle de nettoyage. Chaque opérateur a ses tours de main, qu'il n'indique pas toujours, et il n'existe, à notre connaissance, aucune étude d'ensemble de cette question. De toutes façons on a intérêt à commencer les opérations de nettoyage immédiatement après le polissage de la surface.

Le nettoyage par agents chimiques (SO_4H_2 bouillant, eau régale, mélange sulfochromique, acide nitrique, ammoniaque, etc.) a le défaut de provoquer une attaque superficielle de certains verres. Il ne peut être appliqué qu'à des verres résistants.

Le nettoyage par agents physiques est souvent préférable. On peut utiliser des solvants ou des poudres absorbantes ne rayant pas la surface.

Pour les miroirs de télescopes J. Strong [3.69] commence par enduire soigneusement la surface avec de la lanoline; il en enlève ensuite la plus grande partie avec un tampon de feutre et achève l'opération avec du carbonate de chaux précipité. Il recommence plusieurs fois

Quel que soit le procédé de nettoyage employé, tous les auteurs utilisant l'évaporation sont d'accord pour terminer la préparation de la surface à traiter par un nettoyage ionique et pour en souligner l'importance. Cette opération consiste en un dégazage énergique de la surface qui parachève l'action des agents oxydants ou des absorbants. Elle peut être effectuée à l'aide d'une flamme (Lord Rayleigh [3.70]) mais on préfère généralement la réaliser au moyen d'une décharge électrique à haute tension dans la cloche même où s'effectue la projection. Pour cela on établit une différence de potentiel de l'ordre de 3 000 à 5 000 volts entre la cloche et une électrode, lorsque la pression dans l'enceinte est comprise entre 10^{-3} et 10^{-4} mm de mercure. L'intensité du courant de décharge varie suivant les dimensions de la cloche à projection (40 à 50 mA pour une cloche de 30 cm de diamètre). Une dizaine de minutes suffisent généralement pour achever le nettoyage. La surface de la cible est portée à une température élevée par le choc des ions accélérés par la décharge. J. Strong [3.69] complète l'action de la chaleur par celle de l'oxygène. Pour cela il dégaze la surface pendant un certain temps, puis rince la cloche avec de l'oxygène et dégaze à nouveau. Il répète trois ou quatre fois l'opération. La surface ainsi obtenue peut être considérée comme parfaitement propre. Il convient alors de la traiter le plus rapidement possible.

4. PROPRIÉTÉS OPTIQUES.

Dans ce qui va suivre nous nous occuperons surtout des facteurs de réflexion et de transmission, de la détermination des constantes optiques et enfin des changements de phases à la réflexion et autres études polarimétriques. Nous traiterons successivement des lames absorbantes et des lames transparentes bien que, en réalité, il n'y ait pas entre elles de solution de continuité : on peut passer insensiblement des couches absorbantes aux couches transparentes. L'étude de ces dernières a fait de grands progrès depuis 10 ans, à cause surtout des problèmes soulevés par les applications pratiques. Toutefois, comme ces études ont une certaine importance militaire, les résultats de nombreux travaux commencent seulement à être publiés.

41. **Lames absorbantes.** — On peut classer les recherches qui s'y rapportent en trois catégories :

a. Étude des couches relativement épaisses, et dont les propriétés peuvent par conséquent être assimilées à celles du métal massif, en vue par exemple de la détermination des constantes optiques du métal qui les constitue.

b. Recherche d'un métal pouvant constituer des lames minces permettant de résoudre un problème déterminé.

c. Étude des propriétés optiques des lames minces d'un corps en fonction de l'épaisseur de la lame et de la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Cette classification est évidemment arbitraire et certains travaux peuvent appartenir à la fois à deux de ces catégories.

411. *Détermination des constantes optiques au moyen des lames épaisses.* — Le remplacement du métal massif poli par une lame d'épaisseur suffisante, pour la détermination des constantes optiques, présente un certain nombre d'avantages. Tout

d'abord certains métaux ne peuvent être obtenus à l'état massif en échantillons de dimensions suffisantes pour permettre la réalisation d'un miroir; ensuite certains métaux s'oxydent rapidement à l'air, ce qui introduit une couche superficielle de propriétés différentes; enfin le polissage crée généralement une couche de transition qui est elle aussi une cause d'erreur.

L'idéal est d'étudier la couche dans le vide même qui a servi à la produire. C'est ce qu'ont réalisé un certain nombre d'auteurs, en particulier ceux qui se sont occupés des métaux très facilement altérables comme les alcalins et les alcalino-terreux.

Dans un article important, publié en 1938, J. B. Nathanson [4.1] passe en revue les méthodes polarimétriques de détermination des constantes optiques et les résultats obtenus à cette époque. Il donne, en particulier, des indications sur les variations des constantes optiques avec le mode de préparation de la surface, la température, l'état physique, la longueur d'onde, et le nombre de charges (*fig.* 2).

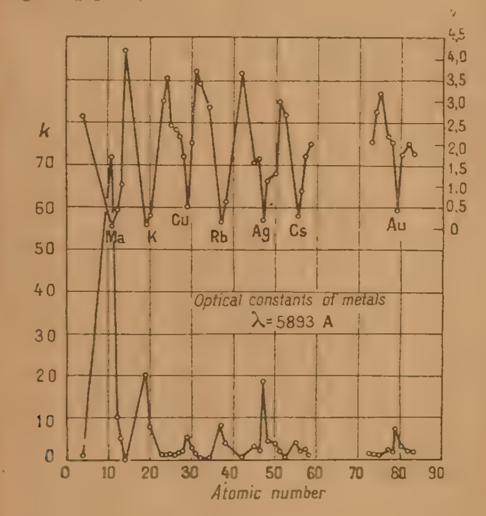


Fig. 2. — Constantes optiques des métaux massifs en fonction du nombre de charges (J. B. Nathanson). Au premier minimum de la courbe du haut, *lire* Na *au lieu de* Ma.

H. E. Ives et H. B. Briggs, dans une série de publications, ont déterminé systématiquement les constantes optiques des métaux alcalins : K [4.2], Na [4.3], Rb et Cs [4.4]. Ils emploient la méthode de W. Voigt, modifiée par Minor, en usage pour les métaux massifs, et opèrent en général sous le vide qui a servi à préparer les couches.

De son côté H. M. O'Bryan [4.5] a étudié une dizaine de métaux Al, Ba, Be, Ca, Ce, Mg, Mn, Ge, La et Sr. Les mesures étaient effectuées dans le vide, par la méthode de Brewster légèrement modifiée. Il en a déduit la constante diélectrique ε et la conductibilité σ de chacun de ces métaux.

Citons également R. J. Maurer [4.6] qui, au cours d'une étude sur l'effet photoélectrique du sodium et du baryum, a déterminé les constantes optiques de ces deux métaux.

R. Kretzmann [4.7] a étudié les propriétés optiques des lames métalliques épaisses dans le visible et le proche infrarouge par une méthode polarimétrique. Il donne des résultats pour Ag, Au et Cu entre 5 000 et 10 000 Å. J. R. Collins et R. O. Bock [4.8] ont exposé en 1943 une méthode de mesure polarimétrique des constantes optiques. R. O. Bock [4.9] l'a appliquée aux lames de Be, Mg et Zn dans l'air et F. Bueche [4.10] l'a utilisée, moyennant une légère modification, à l'étude dans le vide des métaux suivants : Ni, Co, Fe, Mn, Cd. G. Hass [4.11] a étudié l'aluminium et l'argent sous le vide pour des lames épaisses. Il a également déterminé le facteur de réflexion de ces lames et l'influence des impuretés. Enfin W. H. Brattains et H. B. Briggs [4.12] se sont occupés du germanium dans l'infrarouge et le visible. Ils déterminent l'épaisseur de la couche dans l'infrarouge où le germanium est transparent et en déduisent, par l'équation de P. Drude, ν et $\varkappa$ pour les parties du spectre où Ge est absorbant.

Bien d'autres auteurs se sont occupés de cette question mais nous nous sommes surtout attachés aux travaux publiés depuis 1936. Il reste d'ailleurs beaucoup à faire dans ce domaine.

412. *Facteurs de réflexion et de transmission des lames épaisses.* — Dans la plupart des cas, les auteurs qui se sont occupés de cette question avaient pour but, soit d'obtenir des miroirs à facteur de réflexion élevé dans un domaine spectral déterminé, soit de réaliser des filtres absorbants, soit enfin d'étudier l'évolution de ces lames en fonction du temps.

Dans un important Mémoire, publié en 1939, G. B. Sabine [4.13] donne les courbes montrant les variations de facteur de réflexion avec la longueur d'onde, entre 400 et 4 400 Å, pour Al, Ag, Pb, Mn, Be, Pd, Pt, Ni, Ti, Au, Cd, Zn, Te, Mo, Zr, Bi, Mg, Cr, Sb et Cu (*fig.* 3). Il a essayé un grand nombre d'autres métaux pour lesquels il ne donne pas de résultats parce que la couche se détruit rapidement à l'air ou parce qu'il n'a pu les projeter avec le matériel dont il disposait (Co, Cb, Ir, Rh, Si, Ta, Ur, V).

Miss M. Banning [4.14] s'est occupée de Al, Cu, Ag et Be entre 1 200 et 2 000 Å sous le vide ayant servi à préparer les couches, alors que G. B. Sabine exposait ses lames quelques instants à l'air avant de faire ses mesures.

Dans le but de trouver une couche ayant un facteur de réflexion constant dans le visible et l'ultraviolet Clewell et J. Wulff [4.15] ont étudié des couches de Al, Be, Mg et Si ainsi que des couches d'alliages

formés à partir de ces corps. Ils ont montré qu'une couche comportant : Al 85 pour 100, Ag 10 pour 100 et Si 5 pour 100 a sensiblement le même facteur de réflexion (80 à 85 pour 100) entre 2 300 Å et

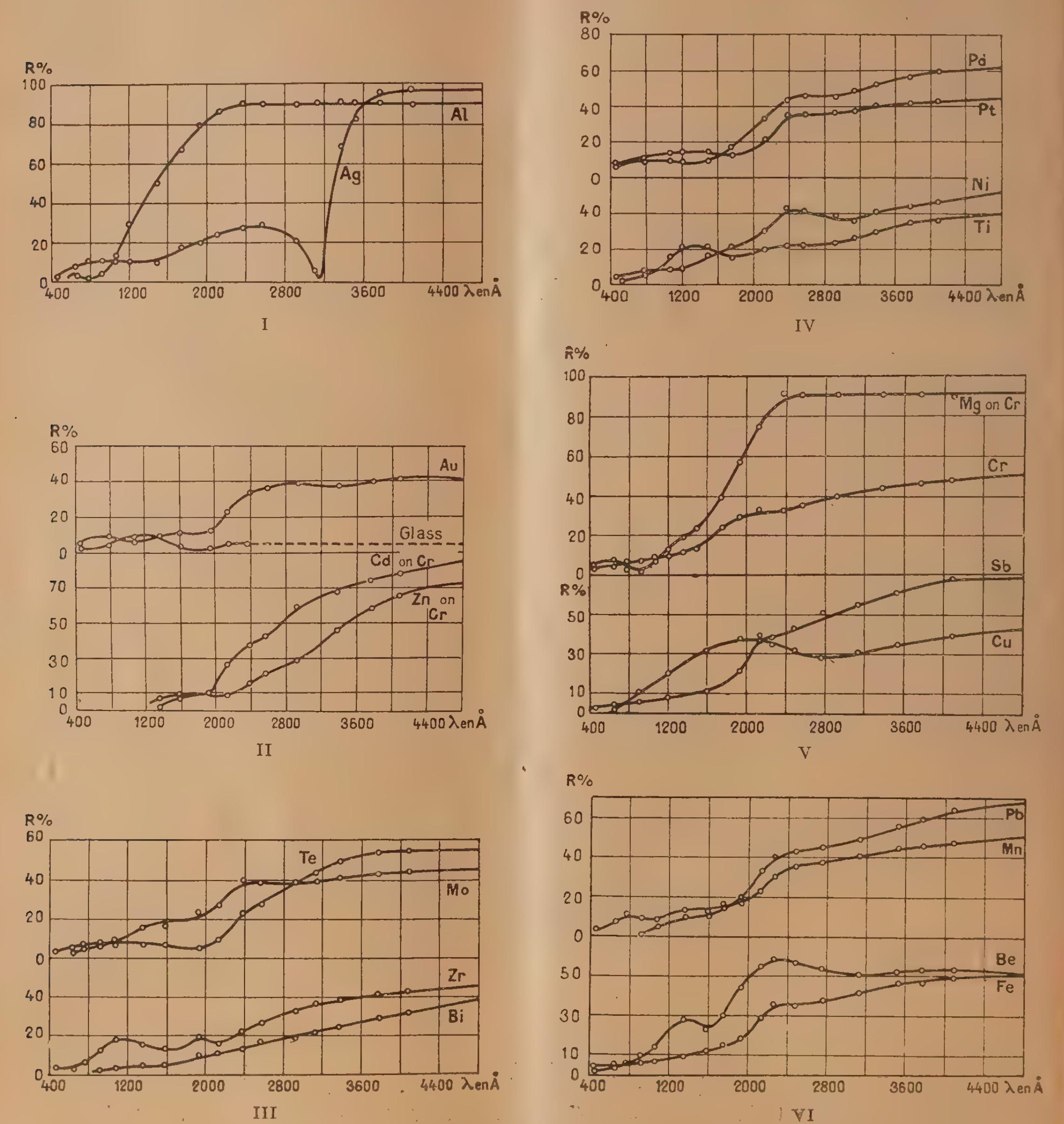


Fig. 3. — Variation du facteur de réflexion de couches épaisses de divers métaux avec la longueur d'onde (G. B. Sabine.)

5 800 Å. B. K. Johnson [4.16] a également travaillé, dans le même domaine de longueurs d'onde, avec des couches d'aluminium évaporé, d'argent chimique et de platine cathodique.

Citons encore deux études faites en lumière blanche, dans les buts plus pratiques, l'une de L. Dunoyer [4.17] sur l'aluminium, l'autre de F. Benford et W. A. Ruggles [4.18] sur Al, Ag, Au, Ni, Cr, Mo et W.

L'étude des facteurs de transmission de lames

épaisses en incidence normale a été faite en particulier par H. Hartzler [4.19] dans le but de déterminer les bandes de transparence dans l'ultraviolet pour Cu, Ag, Au, Mg, Al, Sn, Pb, As, Sb et Bi. Parmi ces corps, seul l'argent a une bande de transparence dans cette région du spectre.

I. Becker et A. Shaper [4.20] ont étudié des couches de Se, d'épaisseur comprise entre 2 et 25 μ, obtenues par projection cathodique, dans le but de déterminer les variations de facteur de transmission en fonction de la longueur d'onde et de la température.

Enfin Walkenhorst [4.21] a étudié les couches d'aluminium pour des longueurs d'onde comprises entre 0,5 et 9 μ et les a comparées aux couches d'argent. Il a aussi étudié l'influence des conditions de projection sur les propriétés optiques des lames obtenues.

413. *Facteurs de réflexion et de transmission des lames absorbantes très minces. Détermination de leurs constantes optiques.* — Les propriétés optiques des couches absorbantes très minces ont été relativement peu étudiées. Pour tous les travaux antérieurs à 1937 on pourra se reporter à un article d'ensemble de P. Rouard [4.22] consacré à cette question. A cette époque, où les lames étaient préparées presque exclusivement par projection cathodique, les métaux peu altérables : Au, Ag et Pt avaient été surtout l'objet d'études systématiques : P. Rouard [4.23] H. Murmann [4.24] et F. Goos [4.25]. Comme autres corps étudiés citons le fer par M. Cau [4.26] et l'antimoine par C. F. Veenemans [4.27]. Enfin H. W. Edwards et R. P. Petersen [4.28] s'étaient occupés d'un alliage Al-Mg.

On a fait par la suite des travaux analogues sur un très petit nombre de métaux. P. J. Haringhuizen, D. A. Was et A. M. Kruithof [4.29] ont de nouveau étudié en 1937 les lames minces d'or. Ils les obtenaient par évaporation, contrairement aux précédents auteurs cités. Malgré un mode différent de préparation des couches, leurs résultats sont comparables à ceux qui les ont précédés, en particulier ces auteurs ont mis en évidence des variations de ν et de κ avec l'épaisseur de la couche. M. Dühmke [4.30] a étudié les facteurs de réflexion des couches minces de rhodium dans le proche infrarouge.

J. B. Nathanson et C. L. Bartberger [3.6] se sont intéressés aux lames minces de fer cathodique déjà étudiées par M. Cau et d'autres auteurs. A cette occasion ils ont tracé des courbes théoriques donnant les facteurs de réflexion de couches minces peu absorbantes en fonction des constantes optiques de la couche, du support et de l'épaisseur. G. Essers Rheindorf [4.31] a étudié l'indice complexe de couches d'argent, préparées par évaporation, d'épaisseur comprise entre 60 et 450 Å. Ses résultats sont tout à fait comparables à ceux que F. Goos [4.25] a obtenus pour l'or cathodique (*fig.* 4 *a* et 4*b*). Ces courbes mettent en évidence des résultats généraux déjà signalés par d'autres auteurs : B. Pogany [4.32], H. Fritze [4.33] et P. Rouard [2.10] à la suite de P. Drude [2.6]. L'indice d'extinction κ tend vers zéro avec l'épaisseur tandis que, au contraire, l'indice de réfraction de la couche croît.

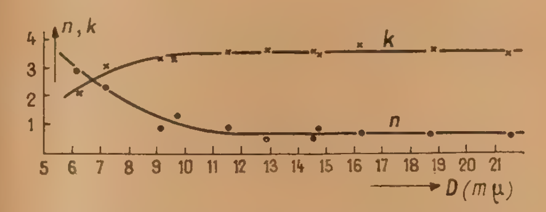


Fig. 4 *a*. — Variations de *n* et *k* en fonction de l'épaisseur pour l'argent (G. Essers-Rheindorf).

Citons enfin les travaux de M. Perrot [2.25] sur le chrome déposé par voie cathodique et par évaporation. C'est à l'occasion de ces travaux que M. Perrot a mis au point les procédés graphiques dont nous avons parlé précédemment et qui lui ont permis d'expliquer les faits observés.

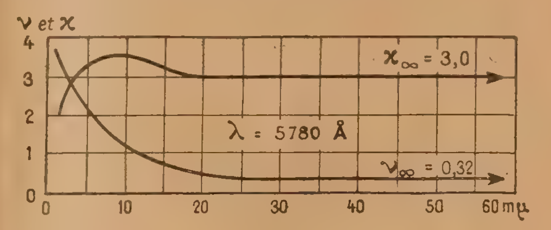


Fig. 4 *b*. — Variation de *n* et ν en fonction de l'épaisseur pour l'or (F. Goos).

Toute une série d'études ont été consacrées aux particularités observées pour les propriétés optiques des couches minces. On pensait autrefois, à la suite des travaux de E. Hagen et H. Rubens [4.34] que les facteurs de réflexion des lames minces absorbantes, côté air et côté support, croissaient régulièrement avec l'épaisseur, tandis que le facteur de réflexion décroissait suivant une loi exponentielle. De plus il était admis que les lames minces métalliques avaient, par transparence, lorsque la lumière incidente était blanche, une couleur bien définie, caractéristique du métal (vert pour l'or, bleu pour l'argent, etc.).

En étudiant systématiquement les lames minces d'or, d'argent, de platine, préparées par voie cathodique, P. Rouard [4.35] a montré en 1932 que les facteurs de réflexion côté support passaient par un minimum très voisin de zéro. En collaboration avec P. Cotton [4.36] il a montré plus tard que de nombreuses couches minces d'autres métaux : Al, Be, Cu, Zn et Mg, préparées par voie thermique ou

cathodique, présentaient la même particularité. Pour une épaisseur convenable des couches de ces métaux, déposés sur verre, la surface verre-métal est « sans reflets ». F. Goos avait, en 1936 [4.25], retrouvé les résultats de P. Rouard pour Ag et Au et les avait étendus aux radiations de l'ultraviolet et de l'infrarouge proche. A la même époque D. B. Langmuir et C. H. Cartwright et de nombreux autres auteurs, utilisant des lames minces transparentes, réussissaient à observer le même phénomène côté air et à le rendre non sélectif grâce à l'emploi de couches multiples comme on le verra au paragraphe 51.

En ce qui concerne les couches métalliques minces, l'existence d'un minimum (d'ailleurs non nul), de facteur de réflexion côté support avait été prévu par F. Kaempf [2.8] pour le platine, métal à constantes optiques relativement élevées. Il était imprévisible théoriquement pour l'or et l'argent en prenant pour constantes optiques de la couche mince celles du métal massif.

Par la suite F. Goos [4.25], en étudiant des lames d'argent déposées sur quartz a montré que les facteurs de réflexion de telles lames côté air et côté quartz pouvaient passer, lorsque la lumière incidente est monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 2\,653$ Å, par un maximum très net et que, de plus, le facteur de réflexion côté support pouvait devenir, pour une même épaisseur de métal, nettement supérieur au facteur de réflexion côté air, contrairement à tous les résultats expérimentaux et théoriques alors connus.

D'autre part, M. Perrot et P. Rouard [4.37] puis M. Perrot [4.38] étudiant des lames minces préparées par projection cathodique à partir d'une cathode ou d'un fil de chrome (lames à coefficient d'extinction très faible), ont mis en évidence le fait que les facteurs de réflexion et de transmission de telles couches peuvent passer par une série de maxima et de minima quand l'épaisseur du dépôt croît.

414. *Energie absorbée dans une lame absorbante mince.* — Tout récemment l'étude de l'énergie absorbée dans une lame métallique à faible coefficient d'extinction a conduit P. Cotton [4.39] à un résultat intéressant, car il montre que l'on peut observer avec les ondes lumineuses des propriétés qui semblaient jusque-là l'apanage des ondes hertziennes.

L'énergie effectivement absorbée dans une lame mince peu absorbante présente une succession de maxima et de minima quand l'épaisseur de la couche croît, ainsi que le montre la figure 5. Dans le cas d'une lame sans support, dont les deux faces sont en contact avec l'air, l'énergie absorbée peut, pour une épaisseur de « résonance », dépasser l'énergie absorbée par le métal massif. P. Cotton a confirmé expérimentalement ces résultats théoriques [4.40] que F. Scandone et L. Ballerini [4.41] avaient trouvés indépendamment à la même époque.

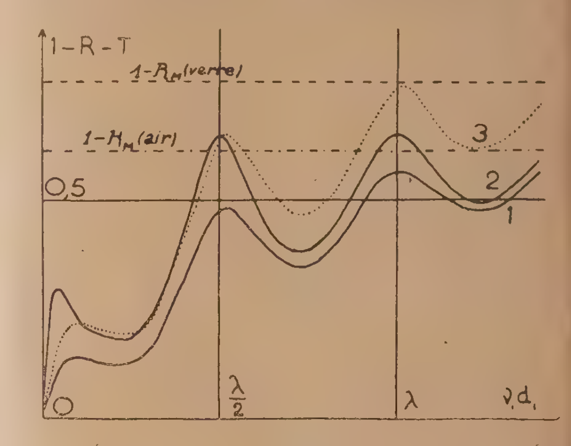


Fig. 5. — La courbe n° 1 correspond au cas où la lumière incidente tombe sur la lame métallique côté air. La courbe n° 3 au cas où la lumière incidente tombe sur la lame métallique côté verre. La courbe n° 2 au cas où la lame métallique est sans support.

415. *Changements de phase.* — Les changements de phase à la réflexion normale ont été peu étudiés. On trouvera la bibliographie des travaux antérieurs à 1937 dans un article de P. Rouard [2.10]. Comme travaux théoriques récents citons ceux de P. Rouard [4.42], M. Perrot [4.43] et de D. Malé [4.44].

Les études polarimétriques ont été assez nombreuses durant ces dernières années. Elles ont en général pour but la détermination des constantes optiques (411). On trouvera une mise au point bibliographique de cette question dans un article récent de F. Suhner [4.45].

416. *Evolution des lames.* — Sitôt obtenues, les lames évoluent, même si on les laisse sous le vide qui a servi à les préparer. L'étude de cette évolution spontanée a suscité un certain nombre de travaux, mais la question est loin d'être éclaircie. Parmi ces travaux on peut citer ceux de A. Jagersberger [4.46] sur l'argent et l'or, ceux de H. W. Edwards et R. P. Petersen [4.28] sur l'aluminium et les alliages Al-Mg. Ces derniers auteurs ont étudié l'influence du temps et des gaz adsorbés sur les facteurs de réflexion et de transmission. Le facteur de réflexion des lames qui réfléchissent 90 pour 100 au moins de la lumière incidente, diminue d'une façon marquée durant les deux premières minutes après la projection. Une deuxième diminution apparaît quand on fait rentrer l'air dans la cloche à projection. Ici aussi le changement est d'abord très rapide; il est ensuite beaucoup plus lent surtout dès que la pression atmosphérique

est atteinte. Un troisième changement se produit alors, il n'est pas marqué sur les courbes. Il est très petit et demande plusieurs jours pour être complet. D'après H. W. Edwards et R. P. Petersen le premier changement serait dû à une cristallisation du métal, d'abord amorphe; le second proviendrait en partie de l'accroissement de pression et en partie d'une oxydation; enfin le troisième changement traduirait l'action combinée d'une cristallisation et d'une oxydation qui gagnent les parties les plus protégées. Le fait que la dureté du métal s'accroît lentement pendant plusieurs semaines semble corroborer cette dernière assertion.

G. Hass [4.47] s'est intéressé aux couches d'Ag et Al et a étudié les variations avec le temps que subit la lumière elliptique obtenue par réflexion sous une incidence oblique. Il a déterminé également l'influence des gaz adsorbés sur les propriétés optiques des couches. Son travail comporte, de plus, une étude de la structure des couches par diffraction électronique (évolution en fonction de la température).

M. Perrot [4.48] a retrouvé le phénomène dit du « vieillissement spontané » signalé par certains des auteurs précédents, en opérant dans le vide qui a servi à la préparation des couches. De plus, il a montré que les propriétés optiques varient lorsqu'on met les lames en contact avec l'air, cette variation peut ou non disparaître lorsqu'on place à nouveau la lame sous le vide.

N. Cabrera [4.49] a étudié spécialement l'évolution des couches d'aluminium dans l'air sec ou humide avec le temps. Dans le cas de couches épaisses le facteur de réflexion reste invariable. Avec le temps les couches plus minces voient leur facteur de réflexion diminuer tandis que leur facteur de transmission croît. Cet auteur interprète ces résultats en admettant qu'il se forme une couche transparente d'alumine aux dépens de l'aluminium.

On reviendra plus loin sur cette question de l'oxydation (57).

D'autres auteurs se sont occupés de l'influence de la température sur les propriétés des couches. Signalons en particulier le travail de W. Berndt [4.50] consacré aux couches de Sb, As, Te, Fe et Ag condensés à basse température. Cet auteur a montré que le facteur de réflexion croît brusquement et de façon irréversible lorsqu'on amène le dépôt à la température ordinaire.

Hilsch [4.51] n'a pu mettre en évidence, sur des couches minces de zinc, l'influence de la supraconductibilité sur les facteurs de réflexion.

42. **Lames transparentes.** — Elles ont été surtout étudiées au point de vue de leurs applications et nous reviendrons sur cette question aux paragraphes 51 et 52. Cependant certains auteurs se sont occupés de la détermination des constantes optiques de ces lames.

H. S. Coleman, A. F. Turner et O. A. Ullrich [4.52] ont étudié l'indice des couches de MgF_2 en fonction de la température de la cible au moment du dépôt et ont mis en évidence de légères variations de cet indice avec l'orientation cristalline du dépôt.

B. H. Billings et M. Hyman [4.53] se sont intéressés à l'indice de réfraction et à la dispersion de la stibnite Sb_2S_3 en lames minces dans l'infrarouge, domaine de longueur d'onde où ce corps est transparent.

Citons encore A. Rothen et Miss M. Hanson [4.54] qui ont mesuré l'ellipticité de la lumière réfléchie par une surface métallique couverte d'une couche transparente d'épaisseur comprise entre 25 Å et 4 μ. Ils ont constaté que la formule de P. Drude qui permet le calcul de la vibration elliptique obtenue par réflexion oblique, s'applique bien dans ce cas.

Enfin R. Tousey [4.55] a étudié les propriétés optiques du quartz évaporé et de la silice fondue dans l'extrême ultraviolet et L. G. Schulz [4.56] s'est intéressé à l'indice de réfraction des couches de LiF préparées par évaporation.

5. APPLICATIONS.

Dans ce Chapitre nous indiquerons quelques-unes des applications des lames minces. Nous traiterons tout d'abord des lames antireflets, puis des lames à facteur de réflexion élevé. Nous insisterons ensuite plus particulièrement sur les filtres interférentiels et nous donnerons enfin quelques indications sur la protection des miroirs, sur les progrès récents réalisés en interférométrie grâce à l'emploi de couches multiples, et sur quelques autres applications.

51. **Lames antireflets.** — On avait constaté depuis longtemps que certains objectifs, construits avec des verres tendres, avaient une transparence qui s'accroissait avec le temps [5.1]; ce n'est pourtant qu'en 1916 que Kollmorgen [5.2] réalisa les premiers traitements chimiques de verres pour réduire leur facteur de réflexion. Mais la diminution de la réflexion ne devint une question vraiment à la mode que lorsque G. Bauer [5.3] en 1934 parvint à la réaliser au moyen de couches de fluorures alcalins. Cette réalisation fut, du reste, purement fortuite. De son côté J. Strong [5.4] dès 1936 s'occupait de cette question aux États-Unis d'Amérique, et précisait les conditions nécessaires pour obtenir de bons résultats. Depuis, de très nombreuses recherches ont été entreprises, dont les résultats sont souvent couverts par des brevets. A l'heure

actuelle, la plupart des objectifs sortent traités des usines, c'est-à-dire recouverts de couches antireflets.

Des articles généraux permettent de suivre les progrès accomplis durant ces dernières années : citons notamment ceux de P. Jacquinot [1.6], K. B. Blodgett [5.5], A. Smakula [5.6], K. M. Greenland [5.7], et, plus récemment ceux de A. Arnulf [1.7] et [3.18] et de Strickland [5.8]. On trouvera dans ces articles une abondante bibliographie.

511. *Lames transparentes antireflets simples.* — Il semble que trois procédés principaux sont actuellement utilisés pour former les couches antireflets simples : évaporation thermique (324), dépôts mécaniques (33) et attaque ménagée du verre (34). Nous avons parlé de ces procédés aux paragraphes indiqués.

On trouvera dans l'article déjà cité de P. Jacquinot [1.6] un exposé très complet des résultats obtenus avec une seule couche mince transparente déposée sur du verre, du point de vue de la réduction du facteur de réflexion de ce dernier.

Ces couches simples transparentes sont d'ailleurs surtout utilisées dans ce but. Elles sont faciles à préparer et souvent suffisantes pour obtenir un résultat convenable malgré leur chromatisme marqué. Pour les objectifs photographiques, par exemple, les surfaces internes sont recouvertes, par évaporation, d'une couche de fluorure. Les surfaces externes, moins bien protégées, sont laissées nues ou sont recouvertes d'un dépôt de silice, moins efficace mais plus résistant. On trouvera une étude comparative des efficacités des différents dépôts à base de fluorures avec des détails expérimentaux et pratiques dans un excellent article de A. Arnulf [5.9]. Quelques indications bibliographiques sur les résultats obtenus sont données au paragraphe 514.

512. *Lames transparentes antireflets multiples.* — Pour améliorer la qualité optique des couches antireflets (diminution de la sélectivité) et aussi pour accroître leur solidité, certains auteurs ont préconisé l'emploi de couches multiples. Parmi ceux-ci nous citerons C. H. Cartwright et A. F. Turner [5.10] qui les premiers ont appliqué le procédé en 1939 avec une couche de saphir évaporée sur un dépôt mince de quartz. P. King et L. B. Lockhart [5.11] ont, en 1946, fait la théorie des couches multiples et donné quelques résultats expérimentaux relatifs à des revêtements à deux et trois couches [5.12]. Indiquons également un article de A. Dell [5.13] qui donne une théorie mathématique simple des couches multiples. Cet auteur s'est intéressé aux couches de cryolithe et signale l'existence, dans ces dépôts, d'une couche superficielle à indice plus élevé que celui des couches profondes.

Enfin dans l'article déjà cité, H. A. Tanner et L. B. Lockhart [3.60] ont analysé les brevets allemands pris pendant la guerre. Ils indiquent des résultats expérimentaux obtenus avec des couches triples.

513. *Lames transparentes antireflets dont l'indice varie de façon continue.* — L'idéal serait d'obtenir, comme nous l'avons dit plus haut, une couche dont l'indice varierait de façon continue depuis celui du verre jusqu'à celui de l'air. On supprimerait ainsi la discontinuité optique à la surface de séparation air-verre. Malheureusement la réalisation pratique de telles couches est impossible car il n'existe pas de corps solides transparents ayant des indices inférieurs à 1,3 à l'état massif. On peut abaisser cet indice massif en projetant dans certaines conditions de vide, mais les couches ont alors une résistance mécanique faible.

Il est cependant possible d'obtenir des couches présentant un gradient d'indice. En particulier l'attaque chimique des verres et leur vieillissement spontané conduisent souvent à des couches inhomogènes (34). On a également réussi à obtenir des couches à gradient d'indice connu en projetant simultanément sur la surface traitée deux corps d'indices différents [5.14]. Ces couches ont une grande efficacité.

514. *Résultats obtenus.* — On aura une idée des résultats obtenus dans le traitement des objectifs photographiques en consultant C. H. Cartwright [5.15], Tyler, Morse et Jewett [5.16], Moen [5.17], Fracastoro et Giacchetti [5.18], B. S. Blaisse [5.19].

En ce qui concerne l'amélioration de la clarté dans les jumelles à prisme, on trouvera des renseignements dans un article de A. Arnulf et M. Françon [5.20]. Pour le microscope quelques données numériques sont fournies par Locquin [5.21.]

Signalons enfin que M. Hymann Jr et B. H. Billings [5.22] ont employé le procédé pour l'obtention de fenêtres transparentes pour l'infrarouge (lame de chlorure d'argent recouverte de Sb_2S_3).

Les essais mécaniques des couches antireflets ne sont pas, à l'heure actuelle, nettement codifiées. On trouvera quelques renseignements à ce sujet dans un papier de D. M. Packer [5.23] et surtout dans un article de Townsley [5.24].

52. **Couches transparentes à facteur de réflexion élevé.** — En général il s'agit de diviser un faisceau lumineux en deux parties sans absorption (télémètres, loupes et microscopes binoculaires, etc.). Ce problème peut être résolu au moyen de couches métalliques d'épaisseur convenable (Ag, Al, Pt, etc.); mais une partie de la lumière est perdue par absorption.

On arrive, à l'heure actuelle, à supprimer presque complètement l'absorption dans le spectre visible,

sans effet sélectif, en utilisant des couches transparentes.

La plus simple de ces couches est constituée par un dépôt d'une substance transparente très réfringente, d'épaisseur optique $\frac{\lambda}{4}$ sous l'incidence d'utilisation. On peut aussi alterner des couches à indices faible et élevé.

C'est vraisemblablement A. H. Pfund [5.25] qui a été le premier, en 1934, à réaliser de telles couches. Il préconisait alors l'emploi du sulfure de zinc et prévoyait que la stibnite (Sb_2S_3) et l'oxyde de titane pourraient être utilisés dans ce but.

On trouvera dans un article de K. M. Greenland [5.26] des courbes spectrales de transmission de différents types de couches (simples ou multiples).

L'efficacité des couches simples fait l'objet d'un article de K. Hammer [5.27]. Après une étude théorique de la question (influence de l'indice et de l'épaisseur de la couche, des indices des milieux en contact avec le dépôt, de la longueur d'onde de la radiation considérée), cet auteur donne les résultats des expériences qu'il a faites. Il signale entre autres que, pour une couche de ZnS de 580 Å d'épaisseur, la transmission et la réflexion sont pratiquement indépendantes de λ, et qu'une couche de sulfure d'antimoine, transmettant et réfléchissant 47,5 pour 100 (absorption 5 pour 100), paraît légèrement jaune orangé par transmission.

Citons comme autres auteurs s'étant occupés de cette question R. Messner [5.28] qui emploie Sb_2S_3 et M. Pruvost et F. Dourneau [5.29] qui utilisent TiO_2 ou Sb_2S_3. Les corps très légèrement absorbants peuvent également présenter de l'intérêt pour réaliser de telles couches. On a employé dans ce but Fe_2O_3 : F. Dourneau [5.30], PbS : Smethurst [5.31] et A. A. S. Moore [5.32], le mélange complexe obtenu par projection cathodique à partir d'une cathode de chrome : P. Rouard et M. Perrot [5.33], le silicium : P. Cotton [5.34].

Dans un article récent, K. Hammer [5.35] donne des indications sur les corps à employer en pratique suivant le but que l'on se propose et pour obtenir des couches résistantes.

Enfin, C. H. Cartwright et A. F. Turner [5.36] ont mis en lumière, dans une courte note, l'intérêt de l'emploi des couches multiples. On trouvera des détails expérimentaux dans un article de M. Banning [5.37] qui, comme eux, a utilisé TiO_2 produit par réaction en phase gazeuse et des couches doubles TiO_2, MgF_2.

53. **Filtres interférentiels.** — On a souvent besoin d'isoler dans un spectre une bande étroite de longueur d'onde. Les monochromateurs à prismes ou à réseaux permettent d'obtenir ce résultat mais leur prix est relativement élevé, leur clarté faible et leur emploi impossible pour certains usages (Photographie). Les filtres par absorption (verres, gélatines, liquides absorbants) sont d'un prix plus abordable, mais leurs bandes passantes sont relativement très larges. Malgré le très grand nombre de substances et de combinaisons de filtres absorbants étudiées on ne peut faire varier à volonté la position dans le spectre et la largeur de cette bande passante.

La réalisation des filtres de Christiansen et appareils analogues a constitué un sérieux progrès mais le rendement est resté faible et on est gêné par la lumière diffusée provenant des radiations non transmises.

Pour aller plus loin on a d'abord fait appel aux phénomènes de polarisation chromatique en lumière parallèle. B. Lyot [5.38] le premier a réalisé un filtre de ce type utilisant la double réfraction du quartz. La bande passante est alors très étroite (1 Å) mais sa position dans le spectre est fixée une fois pour toutes par l'épaisseur de quartz traversée et cette dernière ne peut varier à volonté. Ces filtres ont de plus un champ angulaire peu étendu. Ils ont été perfectionnés récemment par B. H. Billings [5.39] qui a mis au point un dispositif permettant de déplacer la bande passante dans une partie du spectre. Leurs conditions d'emploi et leur prix limitent cependant leur utilisation. Aussi a-t-on cherché, dans ces dernières années, à résoudre le problème en utilisant les phénomènes d'interférence dans les couches minces.

Plusieurs types de ces filtres interférentiels sont utilisés actuellement : filtres interférentiels par réflexion, filtres interférentiels par transmission, filtres interférentiels à réflexion totale frustrée.

531. *Filtres interférentiels par réflexion.* — Dans leur forme la plus simple, ces filtres sont constitués par un miroir parfaitement réfléchissant sur lequel on a déposé une couche mince d'un corps transparent d'épaisseur optique égale à un quart d'une certaine longueur d'onde fondamentale λ_0. La surface extérieure de cette couche transparente est recouverte d'une couche métallique très mince.

Un tel filtre est, en définitive, un étalon de Perot-Fabry employé par réflexion en lumière parallèle quasi-normale et dont la lame arrière est parfaitement réfléchissante. L'épaisseur optique de l'étalon est ici très faible puisque égale à $\frac{\lambda_0}{4}$; l'air est remplacé par une lame mince solide transparente.

Lorsqu'il est convenablement construit, un tel filtre réfléchit 100 pour 100 de la radiation de longueur d'onde $\frac{\lambda_0}{2p}$ et 0 pour 100 de la radiation de longueur d'onde $\frac{\lambda_0}{2p+1}$. La longueur d'onde fondamentale λ_0 est caractéristique du filtre.

Les filtres interférentiels de ce type sont dérivés d'un filtre électromagnétique utilisé pendant la

guerre pour les ondes hertziennes ultra-courtes. On a là un excellent exemple de l'application à l'Optique des résultats obtenus en Électricité.

La théorie de ces filtres a été donnée en 1947 par L. N. Hadley et D. M. Dennison [5.40]. Les méthodes de récurrence mises au point par D. Caballero [2.26], A. Vašiček [2.27] et F. Abelès [2.28], et dont nous avons parlé plus haut, ont permis de la simplifier.

En ce qui concerne la réalisation pratique de ces filtres on pourra consulter L. N. Hadley et D. M. Dennison [5.41]. D'abord utilisés dans l'infrarouge [5.42] ils ont été ensuite adaptés au visible.

Une couche mince métallique ayant une résistance électrique égale à l'impédance caractéristique de l'espace libre (377 ohms par cm²) absorbe toute l'énergie pour une longueur d'onde particulière si elle est montée en quart d'onde devant un miroir parfait. Sur ce principe B. H. Billings [5.43] a construit un bolomètre très sensible pour l'infrarouge.

532. *Filtres interférentiels par transmission.* — Dans leur forme la plus simple, ces filtres sont

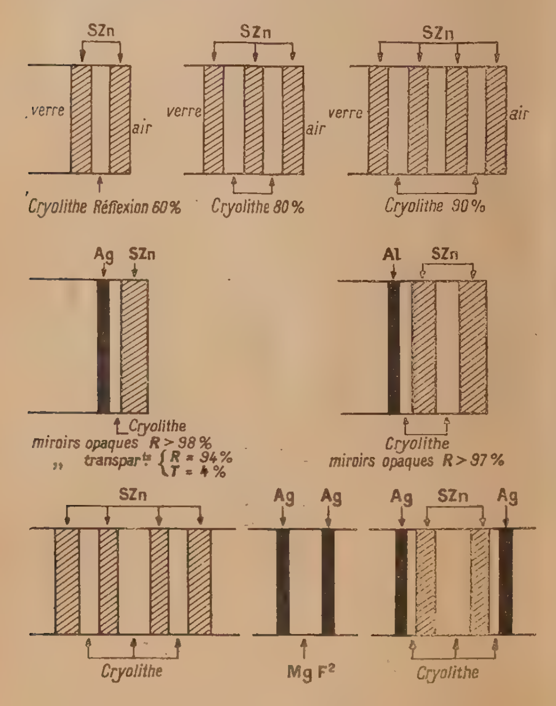


Fig. 6. — Filtres interférentiels (C. Dufour).

constitués par une lame mince transparente à faces planes et parallèles, limitée par deux couches minces métalliques d'épaisseur uniforme. Cette couche multiple est déposée, par évaporation, le plus souvent sur du verre. La couche transparente a une épaisseur de quelques longueurs d'onde seulement. On peut donc dire que ces filtres sont des étalons de Perot-Fabry de très faible épaisseur, dont la lame d'air est remplacée par une lame transparente solide.

Dans ces conditions, si on opère en lumière parallèle et si l'on désigne par n l'indice de la lame mince transparente et par e son épaisseur, la différence de marche entre deux rayons émergents successifs tels que 1, 2, 3, ..., sera $\delta = 2ne$ (aux changements de phase à la réflexion près). L'intensité de la lumière transmise sera maximum pour toutes les radiations dont la longueur d'onde satisfera à la relation

$$2ne = k\lambda \quad (k \text{ entier}).$$

Les premiers de ces filtres ont été réalisés en Allemagne pendant la guerre. On en trouvera une première description dans un rapport de J. A. Sanderson et R. L. Ueberall [5.44]. La théorie des filtres simples a été d'abord faite par L. N. Hadley et D. M. Dennison [5.40]; R. L. Mooney [5.45] l'a étendue aux cas des filtres à cinq couches minces. Les méthodes de récurrence dont on dispose maintenant et qui fournissent des formules générales pour un nombre quelconque de couches, facilitent considérablement, comme nous l'avons déjà dit, cette théorie que C. Dufour [5.46] a d'ailleurs simplifiée en la rattachant à celle de l'étalon de Perot-Fabry.

En ce qui concerne la construction et l'étude expérimentale de ces filtres on trouvera quelques détails dans l'article de L. N. Hadley et D. M. Dennison [5.41] et dans un article plus détaillé de M. Banning [5.47].

De tels filtres sont fabriqués industriellement à l'heure actuelle dans divers pays [5.48]. L'ordre d'interférence est habituellement compris entre 2 et 10 (H. M. O'Bryan [5.49]). La longueur d'onde moyenne de la bande passante peut être choisie à volonté dans le visible ou le proche infrarouge; elle peut être légèrement déplacée en inclinant le filtre sur le faisceau lumineux. La largeur de la bande passante est, en général, comprise entre 50 et 250 Å; elle ne peut guère descendre au-dessous de 20 Å. Le facteur de transmission maximum est de l'ordre de 20 à 30 pour 100; le facteur de transmission minimum 6 à 7 pour 1000. Les filtres usuels, ayant une largeur de bande de 200 Å environ dans le spectre visible, peuvent être utilisés avec un faisceau d'ouverture $\frac{f}{3}$.

On fabrique actuellement des filtres analogues à un coin d'air limité par des lames semi-métallisées pour lesquels la longueur d'onde de la bande passante varie d'un point à l'autre du filtre (*voir* par exemple A. F. Turner et O. A. Ullrich [5.50]). Le premier de ces auteurs [5.51] a également réalisé un filtre, constitué avec des lames minces d'or, qui est un excellent passe-bande pour tout le visible.

Ces appareils offrent le grand avantage de pouvoir être intercalé sur le trajet d'un faisceau lumineux sans le dévier, car ils fonctionnent comme une lame à faces parallèles; de plus ils ne modifient pas l'état de polarisation du faisceau.

Grâce aux couches multiples on arrive à construire des filtres passe-haut, passe-bas et passe-bande très intéressants parce qu'ils sont peu absorbants dans la bande passante.

533. *Filtres à réflexion totale frustrée.* — Ces filtres utilisent le phénomène de la « réflexion totale frustrée » dû à la pénétration de l'onde évanescente dans le milieu d'indice le moins élevé [5.52]. On les construit en plaçant un filtre interférentiel par transmission entre deux prismes à réflexion totale utilisés très près de l'incidence limite. On remplace ainsi la réflexion des lames métalliques semi-transparentes des filtres précédents par la réflexion totale frustrée sur la face hypoténuse des deux prismes. Ils ont été décrits et construits récemment par P. Leurgans et A. F. Turner [5.35] et étudiés par C. Dufour. Ce type de filtre polarise la lumière. Son intérêt est surtout grand dans les régions du spectre où l'on ne possède pas de substances réfléchissantes de faible absorption. Ils sont en particulier utilisés dans l'infrarouge.

54. **Polariseurs à couches minces.** — Le principe de ces appareils est analogue à celui des anciennes piles de glaces. Les lames de verre sont

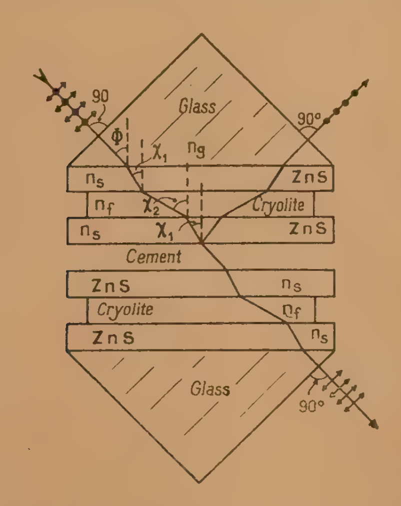


Fig. 7. — Schéma d'un polariseur à couches minces (M. Banning).

remplacées par des couches minces. Pour les construire on dépose sur les faces hypoténuses de deux prismes rectangles trois couches minces superposées. On colle ensuite ces faces hypoténuses de manière à obtenir un cube. Dans ces conditions la moitié environ de la lumière incidente est réfléchie, tandis que l'autre moitié est transmise. Toutes deux sont polarisées rectilignement dans des plans perpendiculaires. La figure 6 représente un tel appareil construit par M. Banning [5.47] avec des couches de sulfure de zinc et de cryolithe déposées dans l'ordre indiqué.

Ces appareils paraissent être jusqu'à présent, surtout utilisés dans l'infrarouge. Ils sont alors constitués par l'empilement de couches de nitrate de cellulose et de sélénium. On trouvera des détails pratiques dans un article de A. Elliot, E. J. Ambrose et R. Temple [5.54].

55. **Protection des lames et des miroirs.** — On a pensé depuis longtemps à recouvrir les métaux à l'état massif ou les lames métalliques d'une couche mince, transparente et inaltérable, pour les protéger contre l'action des agents atmosphériques. Il semble bien que le premier qui ait réalisé une telle couche par voie thermique a été H. W. Edwards [5.55] qui déposait ainsi de la silice sur des miroirs d'argent. Depuis cette époque cette idée a été reprise en particulier par G. Hass et N. W. Scott [5.56] qui ont fait une étude systématique des couches de monoxyde de silicium [5.57] déposées par évaporation. Les couches évaporées de monoxyde de silicium ont été également employées, à l'échelle industrielle, en Allemagne pendant la guerre, pour protéger les miroirs aluminiés (*voir* [5.58]).

Une autre façon de procéder, employée par G. Hass [5.59], consiste à obtenir une couche d'alumine protectrice en oxydant anodiquement un dépôt épais d'aluminium.

Cette couche protectrice peut d'ailleurs servir à accroître le facteur de réflexion du miroir. Cette possibilité a été signalée par A. F. Turner [5.60] et une étude théorique de la question a été faite par P. Cotton [2.35], F. Abelès [5.61] et M. Perrot [5.62]. On arrive actuellement à construire des miroirs qui réfléchissent 99 pour 100 de la lumière incidente et qui sont pratiquement inaltérables.

Un problème analogue se pose à propos des lames d'interféromètres de Perot-Fabry, nous y reviendrons dans le paragraphe suivant.

56. **Interféromètre de Perot-Fabry.** — L'interféromètre de Perot-Fabry était, jusqu'à ces dernières années, constitué essentiellement par deux lames de verre ou de quartz recouvertes sur leurs faces en regard d'un dépôt métallique transparent. Suivant le but poursuivi on utilisait, pour réaliser ces dépôts, de l'argent, de l'aluminium, du nickel, etc. Ces métaux ayant un fort coefficient d'extinction il en résultait, en particulier pour les forts pouvoirs séparateurs, une faible luminosité rendant difficile l'emploi des sources de faible brillance.

Pour l'étude des radiations émises par ces sources une première amélioration avait été obtenue par P. Rouard et M. Perrot [5.33] grâce à l'emploi de couches très faiblement absorbantes, d'épaisseur optique voisine de $\frac{\lambda}{4}$, obtenues par projection cathodique, à partir d'une cathode de chrome. Ces auteurs avaient, d'ailleurs, fait ressortir tout l'intérêt présenté par l'emploi de lames d'étalon recouvertes d'une couche transparente d'indice de réfraction égal à 3 pour résoudre ce problème.

Une deuxième amélioration avait consisté, l'étalon étant utilisé par transmission, à éviter au faisceau incident la traversée de la première lame (entrée claire). On trouvera des renseignements sur cette façon d'opérer, qui permet de métalliser au maximum la première lame, dans un article de C. Dufour [5.63].

Pour aller plus loin et pour donner à l'interféromètre de Perot-Fabry le pouvoir séparateur le plus grand possible et une grande luminosité, des études systématiques ont été entreprises. Outre la thèse de C. Dufour [5.46] on pourra consulter les articles de H. Kuhn, L. Bradley, R. J. Bright, D. A. Jackson et J. G. W. Series [5.64].

Enfin, plus récemment l'emploi des couches minces transparentes pour recouvrir les lames d'étalons a permis des progrès importants. Les meilleurs résultats sont obtenus avec des couches multiples. On trouvera une excellente étude d'ensemble de la question dans la thèse de C. Dufour déjà citée, dans les Communications faites au Colloque sur les lames minces solides par C. Dufour et P. Jacquinot et dans un Ouvrage récent de S. Tolansky [5.65].

A la suite de ces perfectionnements, l'interféromètre de Perot-Fabry est devenu l'instrument le plus employé pour les recherches de structures fines et hyperfines et pour l'étude des raies faibles situées au voisinage de raies intenses. Ses qualités et sa commodité d'emploi le font actuellement préférer par les spectroscopistes à la lame de Lummer et Gehrcke et même à l'échelon de Michelson.

57. **Applications diverses.** — Ce qui précède suffit à montrer tout l'intérêt que présente l'étude des lames minces solides. Ces dernières ont cependant bien d'autres applications possibles. En particulier la réalisation d'écrans absorbants neutres de densité optique déterminée a préoccupé un certain nombre d'auteurs. Aux travaux anciens de Schuch [5.66] et de F. Artigas [5.67] consacré le premier à des couches minces de platine, le second à des couches mixtes d'argent et de platine utilisées pour réaliser des écrans absorbants neutres dans la région du visible, il faut ajouter ceux plus récents de Brian O'Brien et T. A. Russel [5.68] et de M. Banning [5.69]. Ce dernier auteur a étudié le palladium, le tungstène ainsi qu'un alliage : le chromel A (80 pour 100 Al, 20 pour 100 Cr). Cet alliage donne, lorsqu'il est évaporé dans des conditions convenables, des lames minces neutres, dans un intervalle spectral compris entre 2 400 et 15 000 Å. La variation maximum de la densité optique, entre ces limites de longueur d'onde, est de 12 pour 100 environ.

Grâce à un appareillage ingénieux P. Jacquinot [5.70] a obtenu des lames minces particulièrement neutres, dont les lignes d'égale densité optique sont des droites. Il a préparé ainsi des coins photométriques à variation linéaire ou quelconque de densité, des filtres interférentiels à longueur d'onde variable suivant la région choisie et des écrans qui, placés devant les prismes des spectrographes, permettent d'obtenir une apodisation marquée des raies spectrales. On conçoit tout l'intérêt de cette dernière réalisation pour la mise en évidence des satellites faibles situés au voisinage immédiat de raies intenses.

Les écrans absorbants ont reçu également une application intéressante à la microscopie de phase. A l'Institut d'Optique de Paris on a réalisé des lamelles de contraste de phase en déposant sur du verre une couche d'aluminium en forme de couronne donnant à la fois la variation de phase et l'atténuation d'amplitude désirée [5.71].

Nous avons déjà vu, d'autre part, que J. Strong [3.17] avait utilisé l'aluminium pour métalliser les grands miroirs de télescope. La méthode est maintenant classique. On trouvera quelques détails originaux dans la Communication de cet auteur faite au Colloque de Marseille. J. Strong [5.72] a, d'ailleurs, utilisé la même technique pour augmenter la luminosité des spectres donnés par les réseaux de diffraction utilisés par réflexion. On trouvera quelques indications sur les résultats obtenus dans un article de A. B. Focke [5.73].

M. Auwarter [5.74], dans un article d'ensemble, a donné les caractéristiques et les avantages du rhodium pour la fabrication des miroirs. Quelques données expérimentales permettent de comparer le rhodium à l'argent, au platine, au silicium et à l'aluminium. Le rhodium a des propriétés optiques plus indépendantes de la longueur d'onde que les corps que nous venons de citer. Certaines firmes allemandes l'ont utilisé pour métalliser les miroirs de projecteur en raison de son grand facteur de réflexion (85 pour 100) et de sa résistance aux agents atmosphériques [5.75].

Indiquons également que, pour suivre l'oxydation superficielle des métaux, on étudie depuis longtemps les propriétés optiques des lames minces solides. Les couches d'oxyde obtenues peuvent être soit transparentes, soit absorbantes. Dans un article récent, A. B. Winterbottom [5.76], qui a beaucoup travaillé cette question, donne une bibliographie importante sur les recherches entreprises dans ce sens et sur les résultats obtenus.

Enfin, pour terminer, signalons deux applications

curieuses qui montrent les possibilités parfois imprévues des couches minces. La première est la réalisation de couches photoémissives semi-transparentes à structure granulaire (skyatron) et la seconde l'obtention d'une couche conductrice et transparente permettant le chauffage du verre sans altérer ses propriétés optiques (dispositifs antigivrants) [5.77].

6. CONCLUSIONS.

Nous avons essayé de ne passer sous silence aucun des travaux importants dont nous avons pu avoir communication. Malheureusement certains auteurs sont assez discrets quant à leurs références bibliographiques et aussi quant à la façon dont ils ont obtenu leurs résultats. D'autre part nous ne disposions pas d'une documentation complète relative aux brevets.

Le nombre de travaux entrepris dans les dernières années et cités dans cet article montre que la question est très étudiée à l'heure actuelle. La réalisation de couches antireflets, de lames à facteur de réflexion élevé, de diviseurs de faisceaux absorbants, de filtres interférentiels, de miroirs, etc. montre que l'intérêt porté à l'étude des lames minces n'est pas d'origine purement spéculative; la science pure et les réalisations techniques sont, dans ce domaine, étroitement mêlées.

Manuscrit reçu le 22 novembre 1949.

BIBLIOGRAPHIE.

[1. 1] Fruth H. F. — *Physics*, 1932, **2**, 280.
[1. 2] Richter K. — *Kolloid. Z.*, 1932, **61**, 208.
[1. 3] Lange H. — *Kolloid. Z.*, 1937, **78**, 109 et 231.
[1. 4] Andant A. — *Bull. Union Physiciens*, 1946, **40**, 113 à 127.
[1. 5] Aron A. — *Ann. Phys.*, 1946, **12**, 361 à 494.
[1. 6] Jacquinot P. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1942, **21**, 15.
[1. 7] Arnulf A. — *Le Vide* (Paris), 1946, **1**, 129.
[2. 1] Abelès F. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1949, **28**, 11.
[2. 2] Weinstein W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 576.
[2. 3] Crook A. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 954.
[2. 4] Wilcken J. A. — *Phil. Mag.*, 1925, **49**, 105.
[2. 5] Blaisse B. S. et Van der Sande J. J. — *Physica* (Pays-Bas), 1947, **13**, 413.
[2. 6] Drude P. — *Ann. Physik*, 1891, **43**, 126 et 51; 1894, 595; *Ann. Physik*, 1893, **50**, 620.
[2. 7] Voigt W. — *Wied. Ann.*, 1887, **31**, 233 et 1888, **35**, 76.
[2. 8] Kaempf F. — *Ann. Physik*, 1905, **16**, 308.
[2. 9] Partzsch A. et Hallwacks W. — *Ann. Physik*, 1913, **41**, 247.
[2.10] Rouard P. — *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[2.11] Försterling K. — *Ann. Physik*, 1937, **30**, 745.
[2.12] Försterling K. et Frecdericksz V. — *Ann. Physik*, 1913, **40**, 201; 1914, **43**, 1221.
[2.13] Vašiček A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 623.
[2.14] Herpin H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **225**, 182.
[2.15] Abelès F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 1808.
[2.16] Abelès F. — *Thèse Doctorat*, Paris, 1949.
[2.17] Scandone F. et Ballerini L. — *Nuovo Cimento*, 1946, **3**, 81 et *Colloque Marseille*, 1949.
[2.18] Blaisse B. S. — *Nederl. T. Nat. Kunde*, 1948, **14**, 317.
[2.19] Schelkunoff S. A. — *Bell. Syst. Techn. J.*, 1938, **17**, 17. — Brillouin L. — Waves propagation in periodical structure, Mc Graw-Hill, Londres, New-York.
[2.20] Kronig R., Blaisse B. S. et Van der Sande J. J. — *Applied Res. B. Netherland*, 1947, **1**, 63.
[2.21] Billings B. H. — *J. Phys. et Radinm*, 1950, **11**, 407.
[2.22] Muchmore R. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 20.
[2.23] Rose M. E. — *Phys. Rev.*, 1943, **63**, 111.
[2.24] Cau M. — *Ann. Physique*, 1929, **11**, 354.
[2.25] Perrot M. — *Ann. Physique*, 1944, **19**, 150.
[2.26] Caballero D. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 176.
[2.27] Vašiček A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 623.
[2.28] Abelès F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 1112.
[2.29] Schlick M. — Über die Reflexion des Lichts in einer inhomogenen Schicht (*Diss.*, Berlin, 1904).
[2.30] Schröder H. — *Ann. Physik*, 1941, **39**, 55.
[2.31] Blaisse B. S. — *J. Pys. et Radium*, 1950, **11**, 315.
[2.32] Geffken W. — *Ann. Physik*, 1941, **40**, 385.
[2.33] Kofink F. et Menzer E. — *Ann. Physik*, 1941, **39**, 388.
[2.34] Perrot M. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1943, **22**, 20 et 1944, **23**, 185.
[2.35] Cotton P. — *Ann. Physique*, 1947, **12**, 209.
[2.36] Malé D. — *J. Phys. Rad.*, 1945, **12**, 40 S.
[2.37] Obreimov J. — *Z. Okzper. theor. Fiz.* (U. R. S. S.), 1944, **14**, 431 à 438.
[2.38] Winterbottom A. B. — *Trans. Faraday, Soc.*, 1946, **42**, 487.
[3. 1] Tolansky S. — *J. Sc. Instr.*, 1936, **13**, 261 à 263.
[3. 2] Morgulis N. D. — *Usp. fiz. Nank.* (U. R. S. S.), 1946, **28**, 202-204.
[3. 3] Guntherschulze A. — *Z. Physik*, 1941, **118**, 145 à 153 et 1942, **119**, 79 à 99. — Guntherschulze A. et Tollmien W. — *Z. Physik*, 1942, **119**, 685 à 695.
[3. 4] Townes C. H. — *Phys. Rev.*, 1944, **65**, 319 à 327.
[3. 5] Seeliger E. — *Z. Physik*, 1942, **119**, 482 à 492.
[3. 6] Nathanson J. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1939, **29**, 417 à 426. — Bartberger C. L. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1940, **30**, 92 A.
[3. 7] Perrot M. — *Cahiers de Physique*, 1943, **16**, 78-79.
[3. 8] Beek O., Smith A. E. et Wheeler A. — *Proc. Roy. Soc.*, 1940, **177** A, 62 à 90.
[3. 9] Hass G. — *Koll. Z.*, 1942, **100**, 248 à 254.
[3.10] Hass G. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 174 A.
[3.11] Hass G. et Scott N. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 179 à 184.
[3.12] Stahl H. A. — *J. Appl. Phys.*, 1949, **20**, 1.
[3.13] Williams R. C. et Backus R. C. — *J. Appl. Phys.*, 1949, **20**, 98.
[3.14] Levinstein H. — *J. Appl. Phys.*, 1949, **20**, 306.
[3.15] Robillard J. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1949, **28**, 129 à 145.
[3.16] Heavens O. S. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 385.

[3.17] STRONG J. — Procedures in experimental Physics Prentice Hall, inc. 13e édition, 1947, 151 à 187.
[3.18] ARNULF A. — Cours d'optique théorique et instrumentale, Paris.
[3.19] BANNING M. et PAUL. — *Rev. Sc. Instr.*, 1944, **15**, 152
[3.20] NELSON J. H. — *Metal Industr.* (Grande Bretagne), 1948, **73**, 343 à 345, 369 à 371, 373.
[3.21] JOUANNIGOT M. — *Le Vide*, 1948, **3**, 381 à 384.
[3.22] X.... — *Rev. Sc. Instr.*, 1945, **16**, 18.
[3.23] *C. I. O. S.* 9 (Combined Intelligence Objectives subcommittee) Schott und Genossen of Jena, p. 49. — *J. I. O. A.*, Final Report n° 9 (Joint Intelligence Objectives Agency Washington, D. C. London H. M. Stationnary Office). German vacuum evaporation methods of producing first surface mirrors, semi-transparents mirrors and non-reflecting films. — *B. I. O. S.*, 1183 (British Intelligence Objectives subcommittee, London H. M. Stationnary Office). Antireflection surface on glass, optical cements and etching resist for fines lines. — *B. I. O. S.*, 1342 German optical mirrors and Reflectors. — *B. I. O. S.*, 1215 German Methods of Rhodiumizing, Aluminizing antireflection surface coating and allied subject.
[3.24] WILLIAMS R. C. et BACKUS R. C. — *J. Appl. Phys.*, 1949, **20**, 98.
[3.25] CALDWELL W. C. — *J. Appl. Phys.*, 1941, **12**, 645.
[3.26] OLSEN L. O., SMITH C. S. et CRITTENDEN E. C. — *J. Appl. Phys.*, 1945, **16**, 425.
[3.27] SCOTT N. W. — *Colloque de Marseille*, 1949 (discussion).
[3.28] O'BRYAN H. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 122 à 127.
[3.29] GROSS F. — *Z. Physik*, 1930, **64**, 520.
[3.30] OTIS H. N. — *Phys. Rev.*, 1933, **44**, 843 à 849.
[3.31] LASSEN H. — *Physik Z.*, 1934, **35**, 172.
[3.32] TROMBE F. — *Verres et Réfractaires*, 1949, **3**, 83 à 96.
[3.33] DUFOUR C. — *Le Vide*, 1948, **3**, 480.
[3.34] ROIG J. — *Colloque de Marseille*, 1949.
[3.35] ANDANT A. — *Colloque de Marseille*, 1949.
[3.36] FISHER R. A. et PLATT R. J. — *Rev. Sc. Instr.*, 1937, **8**, 505 à 507.
[3.37] BRIAN O'BRIEN et RUSSEL T. A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1934, **24**, 54 A.
[3.38] STRONG J. et GAVIOLA E. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 153 à 162. — STRONG J. — *Procedures in experimental Physics*, 180 à 185.
[3.39] SCHULZ L. G. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 349; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 509; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 435 à 441.
[3.40] JACQUINOT P. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 381.
[3.41] DUFOUR C. — *Le Vide*, 1948, **16**, 5.
[3.42] BATESON S. et BACHMEIER A. J. — *Nature*, 1946, **158**, 133-134.
[3.43] BATESON S. — *J. Soc. Glass Techn.*, 1947, **31**, 170 à 193.
[3.44] BANNON J. — *Nature*, 1946, **157**, 446.
[3.45] TYLER J. E. — *Rev. Sc. Instr.*, 1947, **18**, 367.
[3.46] MONK G. S. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1940, **30**, 571-572 L.
[3.47] FRENCH. — *Nature*, 1940, **146**, 687.
[3.48] *J. I. O. A.*, 9; *B. I. O. S.*, 1183; *B. I. O. S.*, 1215.
[3.49] BLODGETT K. et LANGMUIR I. — *Phys. Rev.*, 1937, **51**, 964 à 982. — BLODGETT K. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 391 à 404.
[3.50] LOTMAR W. — Jubilaumschrift « 125 Jahre Kern Aarau ».
[3.51] *B. I. O. S.*, 1183.
[3.52] ARNULF A. et GENTY R. — *Comm. Labo. Inst. Opt.*, 1948, **2**, 5 à 11.
[3.53] *B. I. O. S.*, 1342.
[3.54] BARNARD R. D. — *Ind. and. Eng. Chem.*, 1943, **35**, 637-638.
[3.55] VINOKOUSSOF M. — *Ind. Opt. Mec.* (U. R. S. S.), 1939, **6-7**, 17 à 19.
[3.56] MORGAN R. et MYERS R. D. — *J. Frank. Inst.*, 1948, **246**, 363.
[3.57] UPTON P. A. — *J. Electrodepositors Tech. Soc.* (Grande Bretagne), 1946-1947, **22**, 45 à 72.
[3.58] WEIN S. — *Metal Finish*, 1948, **46**, 58 à 60, 69.
[3.59] GIBSON C. S. — *Nature*, 1937, **140**, 279-280.
[3.60] TANNER H. A. et LOCKHART L. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 701 à 706.
[3.61] ALLEN HEANY J. — Brevet U. S. A., **2**, 442, 976 (8 juin 1948).
[3.62] JONES F. L. et HOMER H. J. — *J. Opt. Soc. Amer.* 1940, **30**, 654 A. *J. Opt. Soc. Amer.*, 1941, **31**, 34 à 37.
[3.63] SCHRÖDER H. — *Z. Tech. Phys.*, 1941, **20**, 38 à 43.
[3.64] NICOLL F. H. et WILLIAMS F. E. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1943, **33**, 434 à 435.
[3.65] FLAMANT F. — *Comm. Labo. Inst. Opt.*, 1948, **2**, 19 à 25.
[3.66] B. français 913.665; B. français 880.419.
[3.67] HASS G. et SCOTT N. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 79.
[3.68] HASS G. et SCOTT N. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 532.
[3.69] STRONG J. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 451.
[3.70] Lord RAYLEIGH. — *Scientifics Papers.*
[4. 1] NATHANSON J. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1938, **28**, 300.
[4. 2] IVES H. E. et BRIGGS H. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1937, **27**, 181.
[4. 3] IVES H. E. et BRIGGS H. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 238 à 246.
[4. 4] IVES H. E. et BRIGGS H. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1937, **27**, 395 à 400.
[4. 5] O'BRYAN H. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 122 à 127.
[4. 6] MAURER R. J. — *Phys. Rev.*, 1940, **57**, 653.
[4. 7] KRETZMANN R. — *Ann. Physik*, 1940, **37**, 303 à 325.
[4. 8] COLLINS J. R. et BOCK R. O. — *Rev. Sc. Instr.*, 1943, **14**, 135.
[4. 9] BOCK R. O. — *Phys. Rev.*, 1945, **68**, 210 à 213.
[4.10] BUECHE F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 806.
[4.11] HASS G. — *Ann. Physik*, 1938, **31**, 245.
[4.12] BRATTAIN W. H. et BRIGGS H. B. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 174.
[4.13] SABINE G. B. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 1064 à 1069.
[4.14] BANNING M. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 914 A.
[4.15] CLEWELL D. H. et WULFF J. — *Phys. Rev.*, 1933, **44**, 952 A.
[4.16] JOHNSON B. K. — *Proc. Phys. Soc.* (Grande Bretagne), 1941, **53**, 258 à 264.
[4.17] DUNOYER L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, 686.
[4.18] BENFORD F. et RUGGLES W. A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1942, **32**, 174 à 184.
[4.19] HARTZLER H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1934, **24**, 339.
[4.20] BECKER A. et SHAPER I. — *Z. Techn. Phys.*, 1944, **122**, 49 à 61.
[4.21] WALKENHORST. — *Z. Techn. Phys.*, 1941, **22**, 15.
[4.22] ROUARD P. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1938, **17**, 1 à 40.
[4.23] ROUARD P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1932, **195**, 869; *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1934, **13**, 73 et [2.10].
[4.24] MURMANN H. — *Z. Physik*, 1933, **80**, 161 et 1936, **101**, 643.
[4.25] GOOS F. — *Z. Physik*, 1936, **100**, 95; *Z. Physik*, 1936, **102**, 702; *Z. Physik*, 1937, **106**, 606
[4.26] CAU M. — *Ann. Physique*, 1929, **11**, 354.
[4.27] VEENEMANS C. F. — *Arch. Neerl. Sciences exactes et naturelles*, 1933, **14**, 84.
[4.28] EDWARDS H. W. et PETERSEN R. P. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1937, **27**, 87 à 98.
[4.29] HARINGHUIZEN P. J., WAS D. A. et KRUITHOF A. M. — *Physica*, 1937, **4**, 695.
[4.30] DÜHMKE M. — *Physik Z.*, 1943, **44**, 10 à 17.

[4.31] ESSERS RHEINDORF G. — *Ann. Physik*, 1937, **28**, 297.
[4.32] POGANY B. — *Ann. Physik*, 1916, **49**, 531.
[4.33] FRITZE H. — *Ann. Physik*, 1915, **47**, 763.
[4.34] HAGEN E. et RUBENS H. — *Ann. Physik*, 1902, **8**, 432.
[4.35] ROUARD P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1932, **195**, 869 et 1933, **196**, 339.
[4.36] ROUARD P. et COTTON P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **228**, 1706 à 1708.
[4.37] PERROT M. et ROUARD P. — *Cahiers de Physique*, 1943, **13**, 30 à 40. *Cahiers de Physique*, 1943, **17**, 63 à 73.
[4.38] PERROT M. — *C. R. Acad Sc.*, 1941, **213**, 238; *Cahiers de Physique*, 1943, **16**, 78; *C. R. Acad. Sc.*, 1943, **216**, 38.
[4.39] COTTON P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 334.
[4.40] COTTON P. — *Colloque de Marseille*, 1949.
[4.41] SCANDONE F. et BALLERINI L. — *Nuovo Cimento*, IX, 1946, **3**, 26.
[4.42] ROUARD P. — *Cahiers de Physique*, 1941, **1**, 25 à 35.
[4.43] PERROT M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1942, **215**, 175 et 1943, **216**, 150.
[4.44] MALÉ D. — *Bull. Union Physiciens*, 1949, **43**, 105; *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1950, **29**, 27 à 32.
[4.45] SUHNER F. — *Verres et Réfractaires*, 1949, **3**, 3.
[4.46] JAGERSBERGER A. — *Z. Physik*, 1934, **89**, 557 et 1934, **89**, 564.
[4.47] HASS G. — *Z. An. Chem.*, 1947, **254**, 96-106.
[4.48] PERROT M. — *Colloque de Marseille*, 1949.
[4.49] CABRERA N. — *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, 994; 1947, **224**, 1558 et 1713; 1947, **225**, 59.
[4.50] BERNDT W. — *Z. Physik*, 1940, **115**, 17.
[4.51] HILSCH R. — *Physik Z.*, 1939, **40**, 592.
[4.52] COLEMAN H. S., TURNER A. F. et ULLRICH O. A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 521.
[4.53] BILLINGS B. H. et HYMAN M. Jr. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 119 à 121.
[4.54] ROTHEN A. et HANSON M. — *Rev. Sc. Instr.*, 1948, **19**, 839; 1949, **20**, 66.
[4.55] TOUSEY R. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1940, **30**, 655.
[4.56] SCHULZ L. G. — *Bull. Am. Phys. Soc.*, 1948, **23**, 25.
[5. 1] TAYLOR H. D. — The adjustement and testing of telescope objectives (T. Cook, York, Grande-Bretagne 1896).
[5. 2] KOLLMORGEN F. — *Trans. Soc. Ill. Eng.*, 1916, **11**, 220.
[5. 3] BAUER G. — *Ann. Physik*, 1934, **19**, 434.
[5. 4] STRONG J. — *Phys. Rev.*, 1936, **49**, 209 A. *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 73.
[5. 5] BLODGETT K. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 391.
[5. 6] SMAKULA A. — *Z. Instr. Kunde*, 1940, **60**, 33; *Glastechn, Berichte*, 1941, 377; *Physik Z.*, 1942, **43**, 217.
[5. 7] GREENLAND K. M. — *Nature*, 1943, **152**, 290.
[5. 8] STRICKLAND. — *J. Mot. Pict. Eng.*, 1947, **49**, 27.
[5. 9] ARNULF A. — *Comm. Labo. Inst. Opt.*, 1948, **2**, 1.
[5.10] CARTWRIGHT C. et TURNER A. F. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 675 A.
[5.11] KING P. et LOCKHART L. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 513.
[5.12] LOCKHART L. B. et KING P. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 689.
[5.13] DELL A. — *Proc. Roy., Soc.*, 1949, B **62**, 81.
[5.14] LEITZ. — Brevet français 906.370.
[5.15] CARTWRIGHT C. H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1940, **30**, 110.
[5.16] TYLER J. E., MORSE R. S. et JEWETT F. B. Jr. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1942, **32**, 211.
[5.17] MOEN L. — *Brit. J. Phot.*, 1946, **93**, 239.
[5.18] FRACASTRO et GIACCHETTI. — *Atti Fondaz. G. Ronchi* 1947, **2**, 147.
[5.19] BLAISSE B. S. — *Focus*, 1947, **7**, 105.
[5.20] ARNULF A. et FRANÇON M. — *Comm. Labo. Inst. Opt.*, 1944, **1**, 18.
[5.21] LOCQUIN M. — *Microscopie*, 1948, **1**, 12.
[5.22] HYMANN M. et BILLINGS B. H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 113.
[5.23] PACKER D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1937, **27**, 983 A.
[5.24] TOWNSLEY. — *Rev. Sc. Instr.*, 1945, **16**, 143.
[5.25] PFUND A. H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1934, **24**, 99.
[5.26] GREENLAND K. M. — *J. Sc. Instr.*, 1946, **23**, 48.
[5.27] HAMMER K. — *Z. Techn. Phys.*, 1943, **24**, 169.
[5.28] MESSNER R. — D. R. P. 718.040, Zeiss Werke.
[5.29] PRUVOST M. et DOURNEAU F. — *Comm. Labo. Inst. Opt.*, 1948, **2**, 38.
[5.30] DOURNEAU F. — *Colloque de Marseille*, 1949.
[5.31] SMETHURST. — *J. Sc. Instr.*, 1945, **22**, 52.
[5.32] MOORE A. A. S. — *J. Sc. Instr.*, 1945, **22**, 111 et 1945, **22**, 130.
[5.33] ROUARD P. et PERROT M. — *Cahiers de Physique*, 1943, **13**, 30.
[5.34] COTTON P. — *J. Physique et Radium*, 1950, **11**, 375.
[5.35] HAMMER K. — *Optik*, 1948, **3**, 495.
[5.36] CARTWRIGHT C. H. et TURNER A. F. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 1128 A.
[5.37] BANNING M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 688.
[5.38] LYOT B. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **197**, 1593.
[5.39] BILLINGS B. H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 521 A et 738.
[5.40] HADLEY L. N. et DENNISON D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 451.
[5.41] HADLEY L. N. et DENNISON D. M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 483.
[5.42] HADLEY L. N. et DENNISON D. M. — *Phys. Rev.*, 1946, **69**, 258 A.
[5.43] BILLINGS B. H. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 407.
[5.44] SANDERSON J. A. et UEBERALL R. L. — Report H. 2731 Navy Department office of Research and Invention.
[5.45] MOONEY R. L. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 256.
[5.46] DUFOUR C. — *Thèse de Doctorat*, Paris, 1949.
[5.47] BANNING M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 792.
[5.48] Compagnie des Compteurs, Montrouge, Seine, France. — FARRAND (Grande Bretagne). — BAIRD Com. (U. S. A.). — BAUSCH and LOMB (U. S. A.). — OFFICINE GALILEO, Firenze (Italie).
[5.49] O'BRYAN H. M. — *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 134 A.
[5.50] TURNER A. F. et ULLRICH O. A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 662 A.
[5.51] TURNER A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 982 A.
[5.52] ARZELIÈS H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 478. — ABELÈS F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 1494.
[5.53] LEURGANS P. et TURNER A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 983 A.
[5.54] ELLIOT A., AMBROSE E. J. et TEMPLE R. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1948, **38**, 212.
[5.55] EDWARDS H. W. — *Rev. Sc. Instr.*, 1937, **8**, 453.
[5.56] SCOTT N. W. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 711 A. — SCOTT N. W. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 394.
[5.57] ZINTL. — *Z. Ang. Chem.*, 1940, **245**, 1.
[5.58] *J. I. O. A.*, **9**, 26.
[5.59] HASS G. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1949, **39**, 532.
[5.60] TURNER A. F. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1946, **36**, 711 A.
[5.61] ABELÈS F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 733.
[5.62] PERROT M. — *Rev. opt. Théo. Inst.* 1947, **26**, 202.
[5.63] DUFOUR C. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1945, **24**, 11.
[5.64] KUHN H., BRADLEY L., BRIGHT R. J., JACKSON D. A. et SERIES J. G. W. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 422.
[5.65] TOLANSKY S. — Multiple Beam Interferometry of surfaces and films (*Clarendon Press*, Oxford, 1948).
[5.66] SCHUCH E. — *Ann. Physik*, 1932, **13**, 297.
[5.67] ARTIGAS F. — *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1926, **5**, 217.
[5.68] BRIAN O'BRIEN et RUSSEL T. A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1934, **24**, 54 A.
[5.69] BANNING M. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 686.
[5.70] JACQUINOT P. — *J. Phys. et Radium*, 1950, **11**, 422.
[5.71] KASTLER A. — *Bull. Union Physiciens*, 1948, **42**, 216.
[5.72] STRONG J. — *Phys. Rev.*, 1936, **49**, 291.
[5.73] FOCKE A. B. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1936, **26**, 235.
[5.74] AUWÄRTER M. — *J. Appl. Phys.*, 1939, **10**, 705.
[5.75] *B. I. O. S.*, 1215.
[5.76] WINTERBOTTOM A. B. — *J. O. S. A.*, 1948, **38**, 1074.
[5.77] *Rev. Sc. Instr.*, 1948, **19**, 539; *J. Frank. Instr.*, 1948 **246**, 185; *The Glass Industry*, 1948, **29**, 404; Brevet français, XIII, 3-945.541.

TABLE DES MATIÈRES

Le Gérant : Maurice Blondin. 135738 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1950.